

類比・帰納的推論を活かした比例の学習に関する研究

Comprehension of stereometry based on analogical inferences.

江 崎 亨 岡 直 樹

Toru ESAKI

Naoki OKA

広川町立中広川小学校

福岡教育大学

(平成17年 9 月30日受理)

本研究では, 小学校 6 年生を対象に, 比例の単元の学習において, 「一方の定数倍がもう一方の関係」という概念的知識や手続き的知識である「表の活用」といった数学的知識の獲得を促すための指導方法について検討することを目的とした。そのために, 帰納群, 類似性を認知を促し規則性を推測する類比帰納群, 既習知識を活性化し類似性の観点と関連づけ規則性を推測する類比帰納知識活性化群, 統制群の 4 条件で実践を試みた。その結果, 2 ペア比較活動を用いて数学的知識に気づき, 深化させていく類比・帰納的な考え方を活かす学習過程を設定することが, 子どもの数学的知識理解の促進に効果があることが明らかになった。

数学的知識が獲得されていくとはどのようなことなことであろうか。文部省(1999)は, 小学校の算数の学習において, 概念や原理・法則を理解することは, その意味するところを明確につかむことであるとしている。例えば, 小数の割り算では, 小数点の移動により計算がなされる。しかし, この計算の仕方を覚えるだけではなく, なぜそうすることがよいのか, その原理「除数, 被除数に同じ数をかけても, 同じ数で割っても商は変わらない」が働いていることを明確にすべきであることを述べている。さらに, 公式についても同様であり, 公式がどのようにして導かれたのか, その意味するところを明確にすべきであることを述べている。また, 黒澤(1999)は, 「(前文略)すなわち, 子ども自身がその知識や技能の必要性や, 理由や根拠となっている原理原則に気づきながら, 知識と技能を獲得していくことが結局, 確実で早道なのである。見通しを持ち筋道を立ててということは, 子ども自身がその知識や技能の課題性をとらえ, その意味や仕組みに気づきながら知識と技能を獲得していくようにと解釈できる」と述べている。このように数学的知識の獲得は, それを支える意味としての原理原則, 法則, 性質をふまえた上で, 新しい数学的知識の意味するところを明確にすることとして捉えられる。

市川(1995)は, 認知心理学的な立場から「理解

するとは, 学習事項の関連をつかみ, 知識を構造化することといえる。構造化するとは, 概念や命題の間の関係を整理することである。学習するときは, 私たちは既有的知識を用いながら断片的な知識をつなぎ合わせようとする。」と述べている。つまり, 図 1 に示したように, 数学的知識の獲得とは, 数学的な概念や数学的な手続きに関する新しい知識などを, 子どもがそれまで持っている既知知識(数学的な概念的知識・手続き的知識)と関連づけ, 意味づけし, 構造化することであると考えられる。(図1は, 市川(2002)の231ページの図に基づき, 算数の学習用に作成したものである。)

例えば, 体積の学習で言えば, 体積という概念「かさの大きさ」を, これまでに持っている長さや面積の測定方法と関連づけて, 長さや面積と同じように「単位(三次元)のいくつ分」で表すことができることを理解する過程であるということが出来る。また, 比例の概念で言えば, 伴って変わる 2 つの数量で, 既習事項である変わり方のきまりの学習と関連づけ, 関数的見方としての知識「一方の量の定数倍がもう一方の量の関係になっているもの」を比例ということを理解する過程であるということができる。

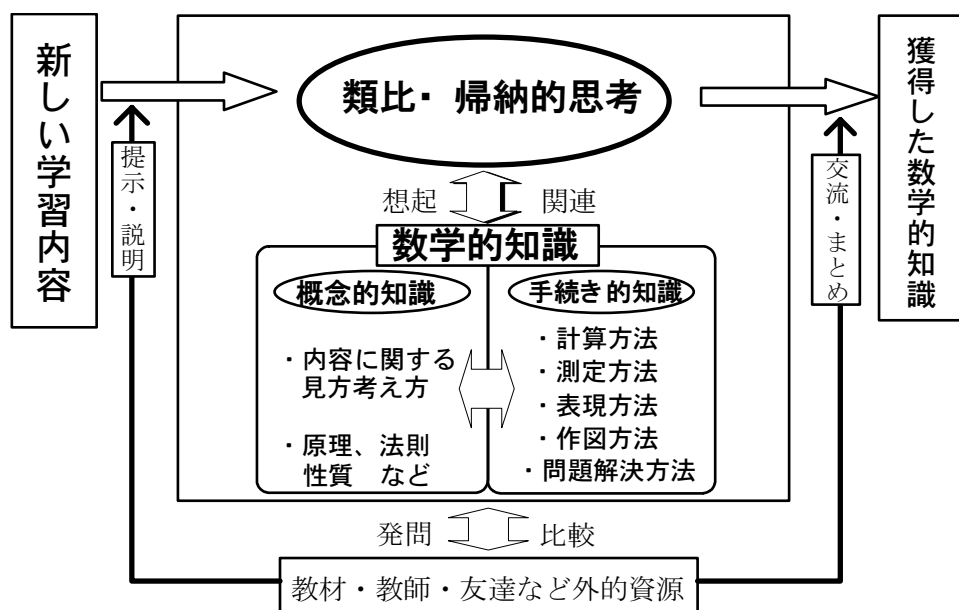


図1 算数科における学習過程モデル

このような数学的知識を獲得における関連づけ、意味づけ、構造化などにおいて働く思考過程としては、図1に示したように帰納的推論や類比的推論があげられる。和田(2001b)によれば、これらの推論は数学的知識の認知・理解を助ける機能を有しており、子どもの知識の主体的構成に役立つことが明らかにされている。

この帰納的推論とは、いくつかの対象間に共通性を認め、その共通性から意味や性質を推測することである。つまり、①いくつかのデータを集める。②それらのデータの間に共通に見られるきまりや性質を見出す。③そのきまりや性質がそのデータを含む集合で成立するであろうと推測する。④その推測した一般性が真であることを確かめるために新しいデータで確かめる。という考え方である。そして、小学生の場合は、子どもの能力から、帰納したものをも認めていくことが多いため、④の段階が重要になると述べられている(片桐,1988)。例えば、小学2年生でのかけ算の導入場面、「遊園地で1台に4人乗れる車があります。3台では何人乗れるでしょう」が提示され、かけ算の意味づけが行われる。そして、いくつかの場面を提示することで、それらからの帰納的推論によりかけ算の理解が図られる(認知・理解の機能)。この帰納的推論の困難点について、和田(2002a)は、抽象的・一般的推測を導く段階で困難が生じるとしている。

一方、類比的推論とは、1つの対象で成立している事実や知識をもう一方の対象との間に類似性を認め、その類似性に基づいてもう一方の対象に事実や知識を適用することである。この適用する過程を和田(2001a)は適応過程と呼び、3つの場合に分類している。1つは、ベースの関係をそのまま適用する場合。例えば、凹形の面積を求めるときの考え方を凹形の体積を求めるときの考え方に適用する場合である(応用の機能)。2つめは、ターゲットを調整して適用可能にする場合。例えば、平行四辺形の面積を求める場合に、ベースである長方形の面積を想起し、ターゲットである平行四辺形を長方形に変形して求積する場合である(認知・理解の機能)。3つめは、ベースを調整して適用可能にする場合。例えば、体積を求める場合に、面積の求め方を想起し、ベースの面積を調整して体積の求積方法を考える場合である(認知・理解の機能)。和田(2001a)は、この推論の困難点について、3つめのベースを調整して適応可能にする場合が最も困難であるとしている。

これら2つのタイプの推論において、帰納的推論の共通性の認識は、個々の事例の類似性を認識することによって可能となる。一方、類比的推論は、ベースとターゲットとの間の類似性の認知に基づいて考えが進められるものである。しかしながら、その類似性の質は異なる。帰納的推論における類似性は、いくつかの対象に共通している意

味や性質の類似性であり、通常の意味での類似性の認識をしなければならない。類比的推論における類似性は、既知と未知との間における類似性であり、本来異なるものの中に類似性を見出さなければならない。ただし、帰納的推論も類比的推論も類似性をとらえるという点では共通している。

これらの推論における困難点を解消するための方策の一つの示唆として和田(2001b)は、類比的推論と帰納的推論を同時的・連鎖的に用いることを挙げている。そして、類比的推論の指導段階で理解が困難であった児童に対して、帰納的に考えることを促すことで効果があったことを報告している。しかし、学級集団としての授業形態での実証はまだなされていない。また、崎谷(1998)は、数学的類似性の認知が数学的知識の理解育成に大きく関わっており、特に対照できる相違性を類似性として認知することが数学学習につながることを述べている。このことに関連して、大西(2001)は、認知心理学的立場から、帰納的推論において、事前に類似性判断を行うことにより共有関係が顕著になり、その後の帰納に影響を与えることが明らかになっており、類似性を判断する過程の重要性を述べている。

これらのことから、数学的知識の獲得を促進させるための方策について、次のような示唆が得られよう。

- (1)類比的推論と帰納的推論はともに数学的類似性に基づいた推論であることから類比的推論における困難点を帰納的推論の同時的活用によって克服できるのではないかという示唆。
- (2)帰納的推論を基本とした学習過程において、数学的類似性の認知を強調する段階を設定することや確かめの段階での対象を変えての集中学習によって、新しい数学的知識の獲得に影響を与えるのではないかという示唆。
- (3)帰納的推論も類比的推論も既習知識を基にした考え方であることから、既習知識を活性化させることで知識の獲得を促すのではないかという示唆。

以上のことから本研究では、新しい数学的知識の獲得を促進する学習指導法について、類比的・帰納的な考えを活かした学習過程や既習知識の活用、知識量などの面から検討することを目的とする。

崎谷(1998)は、数学的知識の理解を促すために、数学的類似性を認知することに効果的である方略として、2ペア比較授業を提案している。この比較授業は、児童自ら数学的知識に関連のある観点

を選択し、類似性を認知することで概念的知識構成に有用であることを述べている。しかしながら既習知識との関連や定着の面からの検討はなされていない。そこで、本研究では類比的な学習として、数学的類似性を認知させるための2ペア比較活動や既習知識の活性化を位置づけ、帰納的に概念的知識(比例の意味)の獲得を促し、さらに概念的知識「比例の意味」や手続的知識である具体的な解決方法「表」の理解を深めていく学習過程を仕組み、その有効性を検討する。そのため、授業単位として平成9年度に文部省が行った教育課程実施状況において通過率が50%未満であった「比例」の単元を取り上げることとする。比例単元は、教科書単元としては帰納的に考える過程を重視しているが、類似性の段階が重視された過程になっているとは言い難い。

方 法

実験計画 2(高知識群, 低知識群)×4(帰納群, 類比帰納群, 類比帰納知識活性化群, 統制群)×2(テスト時期)の要因計画。各群の学習過程を図2に示した。帰納群では、教科書を基本に、4つの伴って変わる量を比較して類似点や相違点のおおまかな気づきを促し、1組の伴って変わる量で比例の意味づけを行う。その後帰納的に意味理解を深める。類比帰納群では、3つの伴って変わる量のうち、1つを取り上げ、他の2つの量との間で、変わり方についての類似性を問い、比例の意味づけを行う。その後、比例の仲間を判断したり、表の活用という手続的知識を帰納的に促し意味理解を深める。類比帰納知識活性化群では、比例の意味に強く関連している既習事項(5年「変わり方」)を想起させ、類似性を考える際に関連づける助言を行う。以下は類比帰納群と同様である。統制群では、比例の意味理解を促す際に、1つの事例をもとに、教師からの発問や説明を中心に理解させていくものである。

被験者 被験者は小学校3校の6年生227名(7学級)であった。帰納群, 類比帰納群, 類比帰納知識活性化群, 統制群とも3校から構成するようにした。

課題 事前テストは、前学年および第6学年1学期で学習した内容から、処理問題を6問、知識理解問題を5問、数学的な考え方3問の計14問で構成した(20分程度)。チェックテストは、2時間終了時に比例の意味の記述を実施した(5分程度)。また、4時間終了後に事後テストとして比例

の意味の記述・比例判断の問題を実施した(20分程度)。そして、遅延テストとして、約1ヶ月後に事後テストと同様の問題を実施した(20分程度)。

手続き 授業開始前日に、類比帰納知識活性化群では、事前テストを20分間実施した後、比例に関連する内容(5年「変わり方」)を取り上げ、解決方法(伴って変わる2つの量の関係の見方や関係を言葉化する)について説明を加えた。類比帰納群、帰納群、統制群では、テストを20分間実施した後、答え合わせを行った。図2に示されているように、実証授業はすべての条件とも4単位時間で、実験者が行った。授業の内容については、類比帰納知識活性化群では、第1時に既習内容を確認した後、伴って変わることを意味を挿絵や表を使って教示し、2ペア比較活動を行う過程で、既習内容と関連させる助言をして変わり方の類似性を考えさせ、記述させた。第2時に、類似性を出し合い、比例をとらえる見方と意味をまとめ確認させた。第3時に、他のいくつかの事象をもとに、同様の仲間(比例しているものかどうか)を追究させ、追究方法について比例の見方(対応・変化の見方)及び表の活用について帰納させた。第4時に、もっと他に比例するものはないかという意識をもとに、自分で対象を選択させ、追究方法(具体的解決方法：表、数学の見方考え方：対応の見方・変化の見方)を活用しながら比例の問題に繰り返し

取り組ませ、理解を深化していった(図3)。類比帰納群では、第1時に既習内容を確認せずに2ペア比較活動を行った。第2時～第4時まででは、類比帰納知識活性化群と同様の内容で行った。帰納群では、A教科書会社の指導過程に沿って、第1時に4組の伴って変わる数量を提示し、伴って変わることを意味を挿絵や表を使って教示し、変わり方についての気づきを記述発表させた。第2時に、1つの事象を取り上げ、対応の見方と変化の見方を促しながら比例の意味を教示した。第3時に、2組の伴って変わる数量を取り上げ、比例するかどうかを追究する方法の理解を促した。第4時に、他の事象を取り上げ、比例の意味理解を促した。統制群では、B教科書会社の指導過程をもとに、第1時に、4組の伴って変わる数量を提示し、伴って変わることを意味を教示した。第2時に、1つの事象を使って、教師からの教示に従って対応の見方を確認記述させ、比例の意味を教示した。第3時に、前時と同じ対象を用いて変化の見方を教示した。第4時に、他の1つの事例をもとに、比例しているかどうかを教師の発問に沿って記述発表させ、練習問題を1問解決させた。

結 果

事後・遅延テストは11点満点で得点化した。結

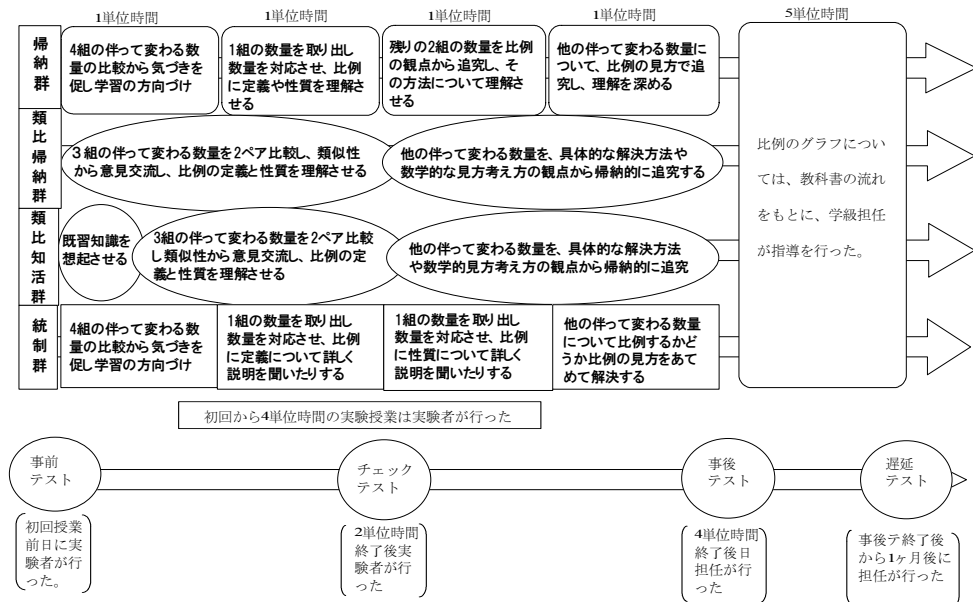


図2 実験スケジュール及び各群の大まかな学習過程

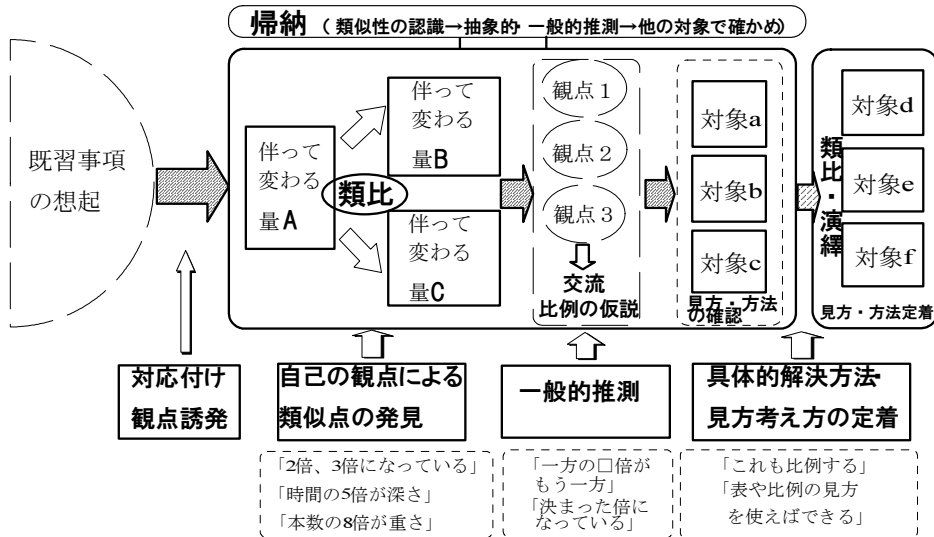


図3 類比帰納知識活性化による具体的な学習過程

果は図4に示すとおりである。算数の知識量(2)×指導方法(4)×テスト時期(2)の分散分析の結果、算数の知識量、指導方法、指導時期の主効果がそれぞれ有意であった(それぞれ、 $F(1,171)=86.38, p<.001$ ； $F(3,171)=14.77, p<.001$ ； $F(1,171)=11.08, p<.005$)。

また、算数の知識量×指導方法の交互作用に有意な傾向が見られた($F(3,171)=2.16, p<.10$)。参考までに算数の知識量×指導方法の交互作用について単純効果の検定を行った結果、指導方法の単純主効果は、知識高群、知識低群それぞれにおいて有意であった(それぞれ、 $F(3,171)=3.77, p<.05$ ； $F(3,171)=13.09, p<.001$)。指導方法の

単純主効果について、Ryan法に基づき5%有意水準で多重比較を行った結果、知識高群では、類比帰納群と統制群、類比帰納知識活性化群と統制群との間に有意差が見られた(それぞれ、 $t(171)=2.82$ ； $t(171)=2.73$)。また、知識低群においては、類比帰納知識活性化群と統制群、類比帰納知識活性化群と帰納群、類比帰納群と統制群、類比帰納群と帰納群との間に有意差が見られた(それぞれ、 $t(171)=5.52$ ； $t(171)=5.37$ ； $t(171)=3.16$ ； $t(171)=2.86$)。

2単位時間終了後における比例の意味の捉え方について比例の意味の記述を観点として集計した結果を図5に示した。この比例の定義である対応

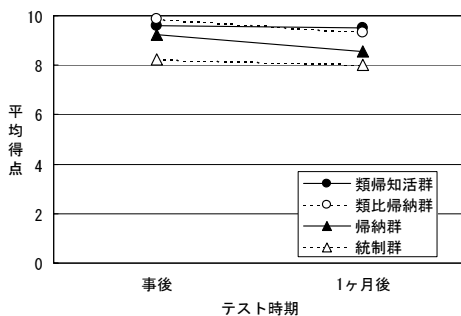


図4a 高知識群における平均得点

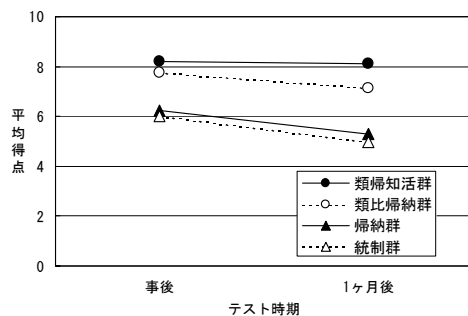


図4b 低知識群における平均得点

の見方の記述率に及ぼす指導法及び知識量の影響について逆正弦変換法による分析を行った結果、指導法及び知識量の主効果が有意であった。 $(\chi^2(3)=20.43, p<.001; \chi^2(1)=4.02, p<.05)$ 。Ryan法による指導法の主効果についての多重比較の結果、類比帰納知識活性化群と類比帰納群・帰納群・統制群、類比帰納群と帰納群との間に有意差が見られた。

事後テスト及び遅延テストにおいても比例の意味理解の内容となる比例の定義(対応の見方)がどの程度定着しているかを検討するために、比例の定義の記述を観点として集計して得た結果を図6、7に示した。この比例の定義である対応の考えの記述率に及ぼす指導法及び知識量の影響について逆正弦変換法による分析を行った結果、事後テストでは、指導方法および知識量の主効果がそれぞれ有意であった $(\chi^2(3)=25.78, p<.05; \chi^2(1)=9.51, p<.05)$ 。Ryan法により下位検定を行ったところ、類比帰納知識活性化群と帰納群、類比帰納知識活性化群と統制群、類比帰納群と帰納群、

類比帰納群と統制群との間に有意な差が見られた。遅延テストでは、指導方法の主効果が有意であった $(\chi^2(3)=14.55, p<.05)$ 。指導法の主効果についてRyan法による多重比較の結果、類比帰納知識活性化群と統制群、類比帰納群と統制群との間にそれぞれ有意差が見られた。なお、知識量の高低には有意な差は見られなかった。

考 察

本研究から、単元「比例」の学習において、帰納的推論を基本とする学習過程に、類似性認知を促す2ペア比較活動を用いて数学的知識である比例の見方(対応の見方)を帰納したり、比例の見方や表を活かす繰り返し学習を位置づけることが、子どもの数学的知識獲得の促進に効果があることが明らかになった。これは、類比帰納的な学習過程(類比帰納知識活性化群・類比帰納群)では、比例の意味内容である対応の見方(一方の定数倍がもう一方になる)が比較活動によって促され、相互交流を通して比較的認知されやすかったためと考えられる。そして、確かめや繰り返し学習を行い、様々な対象を通して具体的解決方法(手続き的知識)である「表の活用」や数学の見方・考え方(原理・法則・見方)である「対応の見方や変化の見方」といった比例の意味理解を深めていくことができ、記憶として比較的長期間残ることができたのではないと思われる。

また、類似性を認知する際に、既習知識と関連づけることは比例の見方の獲得を促進することが明らかになった。

さらに、類比帰納的な学習過程を仕組むことは特に、知識低群に効果があることが明らかになった。その原因として、まず既習知識の活性化によ

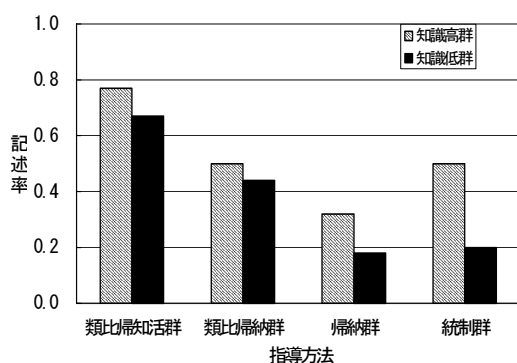


図5 チェックテストにおける比例の意味の記述率

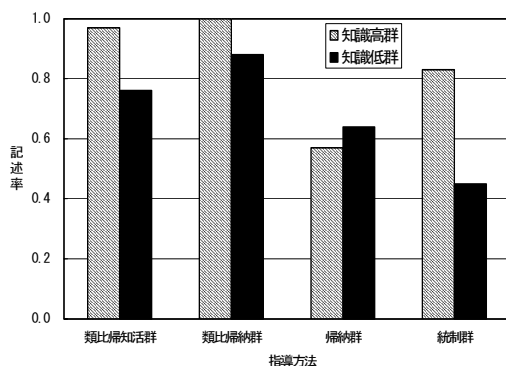


図6 事後テストにおける比例の意味の記述率

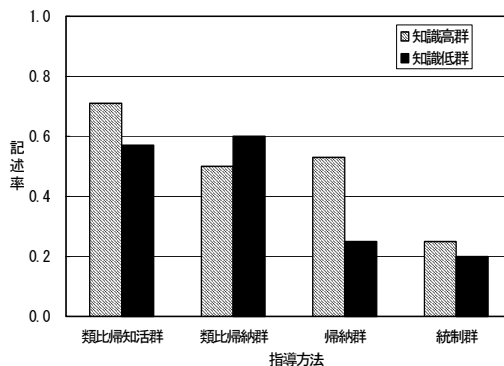


図7 1ヶ月後のテストにおける比例の意味の記述率

って想起された比例の見方が新しい問題場面に活用され、観点を見出すことが比較的容易になったのではないかと考えられる。次に、対象に繰り返し取り組むことによって、練習の効果が発揮されたのではないと思われる。

参考までに手続き的知識である比例の問題解決方法としての「表」の活用状況率を表1に示した。この活用状況を見てみると、知識低群で類比帰納的な学習過程における表の活用を行う割合が高くなっていることが伺える。これは、対象に繰り返し取り組ませたことで表の活用の定着を図ることができたことを示唆するものではないかと考えられる。

ところで本研究では、類比帰納知識活性化群と類比帰納群との間に差が見られなかった。この原因については、まず、類比帰納群において、比較活動および相互交流を通して帰納する過程で比例の見方を促進させる状況が何らか生まれたことが推測されるが本実験からは明らかではない。次に、帰納後の確かめの段階および繰り返し学習の位置づけが何らかの効果を及ぼしたことが推測される。類似性認知の観点が問題状況（領域）によってどのように異なるのか、既習知識の活性化とどのように関連しているのか、また、相互交流と知識獲得との関連などについて今後実験を通して明らかにしなければならない。

表1 各群における「表」の活用状況率(%)

	類比帰知活群		類比帰納群		帰納群		統制群	
	高群	低群	高群	低群	高群	低群	高群	低群
活用率	97	91	83	89	86	64	97	55

引 用 文 献

- 市川伸一 1995 学習と教育の心理学(現代心理学入門3) 岩波書店
 市川伸一 2002 学力低下論争 筑摩書房
 文部科学省 1999 小学校学習指導要領解説算数編
 片桐重男 1988 数学的な考え方の具体化 明治図書
 黒澤俊二 1999 なぜ「算数的活動」なのか 東洋館出版
 崎谷真也 1998 数学的類似性の認知に基づく数学的概念の構成 全国数学教育学会誌 数学教育研究, 第4巻, 53～61
 大西仁・鈴木宏昭 2001 類似から見た心 共立出版
 和田信哉 2001a 算数・数学教育における帰納的推論と類比的推論の調査研究 中国四国 教育学会教育学研究紀要, 第47巻, 第2部, 153～158
 和田信哉 2001b 算数・数学教育における帰納的推論と類比的推論についての考察 九州数学教育学会誌 九州数学教育学研究, 第8号, 1～11
 和田信哉 2002a 帰納的推論と類比的推論を活かした算数の教授・学習に関する研究 日本数学教育学会誌, 第84巻, 第12号, 2～13
 和田信哉 2002b 帰納的推論と類比的推論を活かした算数の教授・学習方法の考察 中国四国教育学会 教育学研究紀要, 第48巻, 第2部, 192～197