

[研究論文]

二段階の問題設定による授業構成の試み

—正木孝昌の「二段階授業」を基盤にして—

Discussion on Constitution of Arithmetics and Mathematics Class on the base of Two Steps of Problem Posing.

京 極 邦 明

Kuniaki KYOGOKU

植草学園大学発達教育学部

(2015年1月30日受理)

本研究においては、算数・数学科における授業構成の理論的支柱を正木孝昌の「二段階授業」に求めた。その理論における「受動の段階」「能動の段階」に相当する子どもの学習を実現するため、授業に「導入問題」「主問題」という問題を二段階にわたって設定する授業構成を持ち出した論にまとめた。この考え方は、筆者がかつて「方向付けを明確にする算数・数学科授業構成の試み～問題を2段階に設定する指導～」の中で説いた論を、子どもに課す問題という視点から発展させた枠組みになっている。こうした枠組みで授業を構想し、実践したりあるいは授業を参観・分析したりするときに必要かつ有効であることを、一つの実践について明らかにした。その実践では授業者が漠然であるが、「主問題」にあたる問題を設定していた。さらに、このような発想で実施されていない授業に対しても、よりよいものに改善していくときにこの枠組みが必要かつ有効であることを他のもう一つの事例に即して明らかにした。

キーワード：導入問題，主問題，授業構成，受動から能動へ

1 正木孝昌の「二段階授業」について

(1) 受動から能動へ

正木(2007)は「受動から能動へ—算数科二段階授業を求めて—」の中で、通常行われている「問題提示，自力解決，練り上げ」という授業過程を問題視して、これを単なる授業の手順と捉え、授業の目標あるいは子どもの変容の段階として能動から受動へという概念を持ち出し、その克服を提唱している。筆者はこの考えに基本的に賛同し、この考えを基に算数・数学の授業の改善を提唱することを意図し、本研究に着手した。そこで、まず正木の提唱する能動から受動へという概念を確認しておきたい。以下①～③は筆者の要約である。

① 受動の段階

教師の問題提示で始まる。子どもにとってはまさに唐突に問題を突きつけられた感があり、自分が解決しなければならない問題ではない。教師は、解いてみたい、解かずにはいられない問題状況をつくるために、問題と子どもとの接点、接触面をつくるように、最初は全部の子が応えられるような発問を行う。

子どもは他動的ではあるが、頭を働かせながら対象に向かいあい、対象に働きかけ、接触面を徐々に大きくしていく。問いの芽が生まれる。

② 受動の段階から能動の段階への移行

受動から能動への階段を上がるきっかけをつかむのがこの局面である。教師は、①の段階で生まれた問いの芽を膨らませ、問題を明確化するため、鍵になる発問を行なう。それによって子どもたちは、自分の意思で対象に働きかけることを通して、新しいものが見えてくるようになる。

③ 能動の段階

子どもたちの「問い」が生まれる。自分でやってみることができる。はっきりさせたいもの、自分の意思で調べたいことを見つけ、自分の手で働きかけようとする段階である。最初教師から与えられた問題であっても、自分にとって意味のある問題として対象を捉えている。教師は更なる問いかけをしたりすることによって、問い方を教える。この「自分にとって意味のある問題」を、松原(1977)は「子ども自身の内面的欲求から解明したい疑問、解明せずにはいられない疑問になったとき、教師の与えたこの課題は、子ども自身の真の課題となっている」と述べている。

(2) 正木の論の補足

正木は子どもが受動の段階から能動の段階へと高まるその一点を見据えて授業をすることを主張し、「受動の状態から能動の姿へ、その一段上がる瞬間に焦点をおいて授業を計画し、授業に臨むのである」と述べている。

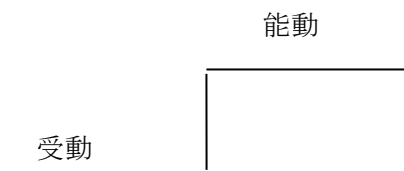


図 1

ただし、正木の論で注目しなければならない点は、受動の段階は能動の段階へと飛躍するための布石として必要不可欠であるということである。二項対立の図式として捉えずに、能動は受動から生まれるという認識が必要である。

2 筆者の授業構成の見解

(1) 導入問題の役割

算数・数学に関する多くの公開授業、研究授業での学習指導案をみると、その時間は導入問題で通すという形のものが多い。導入問題が比較的単純で、その解決が容易であるときには、改めて「意味のある」問題を設定する必要はない。しかし、導入問題自体が少々、骨のある問題であるときには、それで済むのだろうかという疑問が筆者にはある。そのときは、「意味のある」問題を設定する必要が生じるのではあるまいか。

(2) 主問題の設定

導入問題が少々、難解であるとき、それを解決し新たな教科内容を導くには、展開の部分で、流れを整理し、自分にとって意味のある問題(子ども自身の真の課題)を明確にする指導が必要であ

る。このような問題を本稿では主問題ということとする。受動の段階から能動の段階へ移行させるときに、最も重要な要因は何か。正木(2007)も、「この時間に追究させたい主問題は別にある」と述べ、その時間に子どもが追究する問題の重要性にふれている。筆者もこの点に着目し、授業構成を考える際に、導入の際に設定する問題(以後、導入問題)に加え、主問題を設定することの必要性を主張するものである。それは、導入問題の追究が行き詰まり、授業が沈滞しているときに、主問題を設定することにより、子どもが何をしなければならないかを明確にし、授業を活性化させることを目指すのが趣旨である。筆者は主問題がすべての場合に必要であるということを主張するものではない。受動から能動の段階へ移行させるという視点から、導入問題、主問題という問題を二重に設定する授業構成が時には必要かつ有効であることを主張するものである。

(3) 正木氏の論を踏まえた授業構成

正木の唱える「受動から能動へー算数科二段階授業を求めてー」は授業構成に踏み込んだものではなく、授業構成の前提となる目標とか子どもの変容の姿を示したものといえる。そこで、筆者は本稿において、正木の唱える論を授業構成として具体的な形にすることを試みたい。1の(1)で示した「受動の段階」「受動の段階から能動の段階への移行」「能動の段階」のそれぞれにおいて、教師がどのような指導をし、それに応じて子どもがどのような活動をするのかという実相を明らかにしたいと考える。なお、ここでいう授業過程とは、導入、展開、終末をさすが、展開を「展開前段」と「展開後段」に分ける場合もあるので、本稿においてはこれに従うものとする。

(4) 本研究における授業構成の特徴

ここで、通常の授業構成と本研究における授業構成とを対比的に示し、本研究における授業構成の特徴を明らかにしたい。通常の授業における授業構成は以下のようになっている。

表 1 通常の授業の構成

【導入】	めあてを設定し、導入問題を提示する。
【展開前段】	見通しをもつ。自力解決を行なう。
【展開後段】	集団検討で、練り上げを行なう。
【まとめ】	授業を振り返り、まとめを行なう。

通常の授業の構成を基に、これまで主張してきたことを取り入れた授業構成を明らかにし、それを表 2 に示す。

表2 本研究における授業構成

<p>【導入】めあてを設定し、導入問題を提示する。 他動的な働きかけ</p> <p>【展開前段】主問題の明確化。新しいことが みえてくる。</p> <p>【展開後段】子どもの問いの発生。自分でやっ てみたいことが生まれる。</p> <p>【まとめ】授業を振り返り、まとめを行なう。</p>
--

特徴的なことは、展開前段で、主問題が設定され、受動から能動への移行がみられること、及び展開後段で能動の段階が完成するという点にある。自力解決、集団検討、練り上げが形骸化しないように、子ども自らの問いをもって集団検討や練り上げに取り組むようにすることが大事である。

筆者が本研究において主張するのは、これまでと180度異なる授業構成を試みるということではない。これまでの授業構成の足りない点を補い、子どもが何を追究したらよいかをよりの確に把握するために主問題の設定が必要であるということ を明らかにしたいという意図からである。

3 本研究のねらい

本研究のねらいは以下の2点である。

(1) 導入問題、主問題が漠然と設定されている授業に関して、その問題点を指摘し、二段階設定が必要かつ有効であることを明らかにする。

(2) 導入問題は設定されているが、主問題が設定されていない授業に関して、問題を二段階に設定する授業構成が時には必要かつ有効であることを明らかにする。

4 事例の考察

本研究のねらい(1)に迫るため、ある授業の記録を考察。この授業の授業者は常日頃から算数教育の実践に意欲的に取り組み、この授業にも綿密な学習指導案を立てて臨んでいた。子どもも一生懸命に授業に取り組んでおり、発言も積極的に行なっていた。日頃から、望ましい算数的なコミュニケーションを基に授業が行われていることが伺われる様子であったが、参観した筆者にとっては何か腑に落ちないものを感じた授業であった。それが何か、当時は釈然としなかったが、本研究

で指摘してきた立場からこの授業を分析すると合点がいくものであった。その意味で、この授業は本研究の契機といえる。

(1) 授業記録

日時 平成24年2月3日

対象 東京都の小学校6年生38名

単元と本時 比例と反比例 反比例(4時間)の1/4

本時のねらい 距離一定の速さの問題を解決する中で、反比例について知る。

以下、①~③はこの授業を考察するために、筆者が付したものである。

① 距離一定のときの速さの比較

T1 小金井の地図(省略)を貼る。これで見える?

C1 地図を見る。みんなが歩いて来る道は1.2kmです。

T2 みんなが歩いて来る道は1.2kmです。

T2 何mですか? C2 1200m

(板書) $1.2\text{km} = 1200\text{m}$

T3 1200mの道ですけど、自転車で行くと6分。

(板書) 自転車で行くと6分

速さどれくらいですか? C3 分速200m

T4 どうやったの? C4 $1200 \div 6 = 200$

(板書) $1200 \div 6 = 200$

T5 私が歩いて行くと12分。

(板書) 大人が歩くと12分 速さは?

C5 分速100m

T6 どうやってやった? C6 $1200 \div 12 = 100$

(板書) $1200 \div 12 = 100$

T7 この間雪が降った。歩くと歩きづらい。雪が降ったとき24分。ころんでないけど危なかった。

これ速さは? C7 分速50m

C8 1/2まで減っている。

C9 雪が降ったときかかる時間が2倍(私が歩くときの)2倍になっている。

(板書) 雪が降ったとき24分

T8 かかる時間が2倍になると、速さは1/2遅くなった。どうやった。C10 $1200 \div 24 = 50$

T9 だいたい、子どもでだいたい15分くらい。

雪ない。雪が降ったときより。

C11 速い。

C12 一番速いのが6分の自転車。二番目に速いのが12分かかった大人。三番目が子どもが歩いたときの15分。一番遅いのが、雪が降ったときの24分。

(板書) 一番速いのが自転車

二番目に速いのが12分の大人

三番目に速いのが15分の子ども

一番遅いのが 24 分

T10 なぜ速さを出していないのに、子どもが 15 分のときが 3 番めだとわかった？

C13 かかった時間。

C14 同じ道を歩いたり、自転車で行ったりしているということは、もととなる長さは一緒だから、かかった時間が短い方が速くて、長い方が遅い。

T11 みんな一緒ですか。かかった時間が短い方が速くて、かかった時間が長い方が遅い。同じ道を歩いたときとか、自転車で行くとか、……。今言ってくれた。

(板書) 同じ道を歩いたり、自転車で行ったりしているということは、もととなる長さは一緒。かかった時間が短い方が速い、かかった時間が長い方が遅い。

<考察> ここでは「一定の距離を進むとき、所要時間が少ない方が速い」ということに気付かせることがねらいである。4つの場合を考えさせているが、②以後の展開をみると4つは必要ない。つまり、導入問題の設定までの助走が長すぎるので、この授業がどこに向かうのかが見定めにくい授業に陥っていたといえる。

② 導入問題の設定

T12 ということは、かかった時間が長ければ長いほど遅い。かかった時間が短ければ短いほど速い。(*)

どういう風に？とりあえず、ごめん。15分のときの分速求めて。聞きたいのは、こういう風に長くなるとこういう風に遅くなり、こういう風に短くなるとこういう風に速くなるということを言ってもらいたい。わかる？

C15 わからない。

T13 ちゃんとやった？

C16 $1200 \div 15 = 80$

(板書) 子どもで 15 分

$$1200 \div 15 = 80$$

T14 同じ道を歩いたということは、道のりが同じ。(*)と言ってくれた。どういう風が変わっていつているんですか。

C17 そういうことか。

T15 変わっていることを見やすくするため、今まで何やった？

C18 表

(板書) 表 3 変化を表す表

時間(分)	1	6	12	15	24
速さ分速	200	100	80	50	

T16 時間が変わったときに速いか遅いか。どういう風な変化の仕方になっているのか？

時間が短い方から長い方に変わる時、速さも速い方から遅い方へ変わる

C19 表にできるなら、グラフにできる。

(板書) 時間がどういう風に変わっていくと速さはどういう風になっていくと思いますか。

C20 時間が 2 倍、3 倍になっていくと

T17 何が

C21 時間が

T18 1 分と 6 分。6 分が 2 倍、3 倍だと表には

(板書) 6 分が 2 倍、3 倍

時間	6	12	15	24
速さ	200	100	80	50

$\overset{2 \text{ 倍}}{\curvearrowright}$ $\overset{4 \text{ 倍}}{\curvearrowright}$
 $\underset{1/2}{\curvearrowleft}$ $\underset{1/4}{\curvearrowleft}$

C22 2 倍して 12

<考察> 導入問題を「時間がどういう風に変わっていくと速さはどういう風になっていくと思いますか。」で設定しているが、伝わっていない。その前にも、「こういう風に長くなるとこういう風に遅くなり、こういう風に短くなるとこういう風に速くなる」という発問をしているが、これももっと噛み砕いた言い方をしないと伝わらないことは C15 の発言からも読み取れる。授業者は、表 3 のようなデータから変化に注目して、時間と速さの関係をとらえさせたかったが、子どもたちの働きかけは十分なものとならなかったことが読み取れる。その主たる要因は、明確な導入問題が設定できなかったことにあるといえる。

③ 主問題の設定

T19 どこからどこまでとか。

C23 6 から 12 まで 2 倍。

T20 どうだ？

C24 比例でないけど逆の比例みたい。

C25 時間が増えていくけど、速さは減る。

C26 同じ割合ずつ変わっていく。

C27 2 倍の逆 $1/2$

C28 $2/1$ と $1/2$

C29 逆数

T21 時間が 2 倍、3 倍になっていくと、速さは $1/2$ 、 $1/3$ になっていく。つけたしある？

(板書) 時間は 2 倍、3 倍、4 倍になっていく

と、速さは $1/2$, $1/3$, $1/4$ になっていく。(1200m というきめられた数の中で、速さや時間が増えたりへったり)

C30 今までやった比例は上限がなくて、ずっと2倍、3倍、・・・増え続けていた。1200m というきめられた数の中で、速さや時間が増えたりへったりしている。

(板書) 今まで比例とは上限がない。だからずっと2倍、3倍、・・・増え続けていた。

C31 今までやった比例は、 x とか y とか文字があって、時間を x 、速さが y とする。1200m というきめられた数がある。式は前とは違う。1200 = $x \times y$ という式になって、2倍、3倍・・・といていたが、3倍はなかった。一応3倍を考えた。6分というのを3倍すると18分になって、18分のときの速さを求めるから、 $1200 = 18 \times y$ それを $y = 1200 \div 18$

(板書) 式は前とは違ったけど、 $1200 = x \times y$ という式になっている。

(板書) 一応3倍を考えた。6を3倍すると18分になって、18分のときの速さを求める。

$1200 = 18 \times y$ $y = 1200 \div 18 = 1200/18 = 200/3 (=66.6\cdots)$ で、

T22 もう計算した、式。

x	6	18
y	200	$200/3$

3倍
1/3倍

C32 適当に。 $1200/18 = 200/3 = 66.6\cdots$ 間違えた。 $66.666\cdots$

x	1	6	18
y	200	$200/3$	

3倍
1/3

200を3の1倍。18分のときの速さを求める $1200 \div 18 = 200/3$

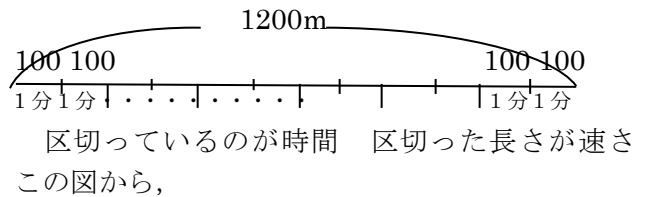
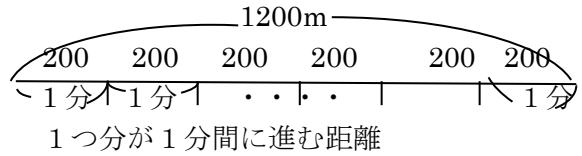
T23 必ずそうになっているのか？ きよりが1200mのとき、時間が2倍、3倍、4倍になっていくと、速さは $1/2$ 倍、 $1/3$ 倍、 $1/4$ 倍に必ずなっていくか？ 時間が $1/2$ 倍、 $1/3$ 倍、 $1/4$ 倍になっていくと速さは2倍、3倍、4倍に必ずなっているか？

(板書) 必ずそうなるのか
きよりが1200mのとき時間は2倍、3倍、4倍・・・となっていくと、速さは $1/2$ 倍、 $1/3$ 倍、 $1/4$ 倍・・・というように必ずなっていくのか。

C33 表を1から順にやった。

時間(分)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
速さ(分速)	1200	600	・・・						100			

C34 図をかいて説明した。



(↑) × (区切った数) = 1200m
1つ分の長さ

こういう関係があるから必ず区切った本数が2倍、3倍になると、区切られた長さが $1/2$ 倍、 $1/3$ 倍になる。

単位数を使ってやった。

・・・以下省略・・・

<考察> 本時の主問題は「きよりが1200mのとき、時間が2倍、3倍、4倍になっていくと、速さは $1/2$ 倍、 $1/3$ 倍、 $1/4$ 倍に必ずなっていくか？ 時間が $1/2$ 倍、 $1/3$ 倍、 $1/4$ 倍になっていくと速さは2倍、3倍、4倍に必ずなっているか」である。導入問題を追究して、この主問題を導くことはさほど無理なくできる。本時の導入問題、主問題という流れは、適切であるようにも思える。しかし、そのことがかえって、課題の明確化を生み出さずに淡々と授業が流れていくことにつながっているともいえる。問題は、この主問題が子どもたちの「問い」となっていたか、自分ではっきりさせたいものになっているか、自分の意思で調べたいことになっているかである。

「必ず」という問題意識で、「時間が2倍になると速さは $1/2$ 倍になるか」、「時間が3倍になると速さは $1/3$ 倍になるか」を調べようとしているかどうかである。C34はそのような反応であるとみることができるが、他の子どもについては判断することができない。それ以前の指導から判断すると、「必ず」という問題意識を持たせることは困難であるといえるのではないだろうか。

本実践は、授業者が「導入問題」「主問題」という流れを漠然とえがきながらも、それを明確にせずに実施したものといえる。一般には、そのような枠組みで授業を構想することはない。そこで、

「導入問題」「主問題」という流れを構想したら授業がこのように改善できるということを、筆者の直近の参観した授業を基に考察する。

5 直近の事例についての改善案

(1) 授業の概要

日時 平成 26 年 12 月 14 日

対象 東京都内の小学校 5 年生 38 名

単元 小数のわり算

単元の目標 小数÷整数の意味や計算の仕方を身に付け、計算を問題解決に活用することができる。

本時の目標 ・わり進むわり算を確実に計算することができる。

・商の循環小数のパターンに気づき、小数第 30 位の数字を求める活動を通して帰納的な思考力を伸ばす。

本時の問題 $\square \div 7$ の式を提示し、 \square に当てはめる数を子どもに決めさせ、「小数第 30 位の数字を求めてみよう」である。

(2) 展開概要

主な学習活動	指導上の留意点
<p>1 問題提示</p> <p>T : 今日、次の式の小数第 30 位の数字を求めてもらいます。 (「$\square \div 7$」と 1～6 の数字を提示する。)</p> <p>C : えー、面倒だよ。</p> <p>T : みんなの計算の腕前を見せてくださいね。では、どの数を当てはめますか。</p> <p>C : 1 がいいです。</p> <p>T : では、$1 \div 7$ の小数第 30 位の数字を求めてみよう。</p> <p>2 パターンを活かす</p> <p>T : 黒板にも分担して筆算を書いてもらいます。 (5 桁ぐらいごとに分担して筆算を書く)</p> <p>C : あれっ、同じ数字が出てきたよ。</p> <p>C : 142857 の繰り返しになっている。</p> <p>C : ということは、小数第 30 位の数字は、$30 \div 6 = 5$ でこの 6 桁の数字の最後の 7 「7」になるってことかな。</p> <p>3 他の式にも挑戦し、同じようなパターンを見いだす</p> <p>T : $1 \div 7$ には、面白いパターンがあったね。</p> <p>C : 次は、$2 \div 7$ でやってみよう！</p> <p>C : もしかしたら、同じようにパターンがあるかもしれないよ。</p>	<p>◆最初の計算は、パターンを見つける子どもがいても、商が小数第 30 位になるまで書きあげていく。</p> <p>◆子どもが見つけたきまりを、書き上げた筆算の商を見ながら確認する。</p> <p>◆6 桁ごとに数字が繰り返されることから、小数第 30 位の数字を計算で求める方法を考えさせる。</p> <p>◆2 つ目の式まではみんなで計算し、パターンがあるかどうかを確認する。残りの式は、みんなで分担して調べるようにする。</p>

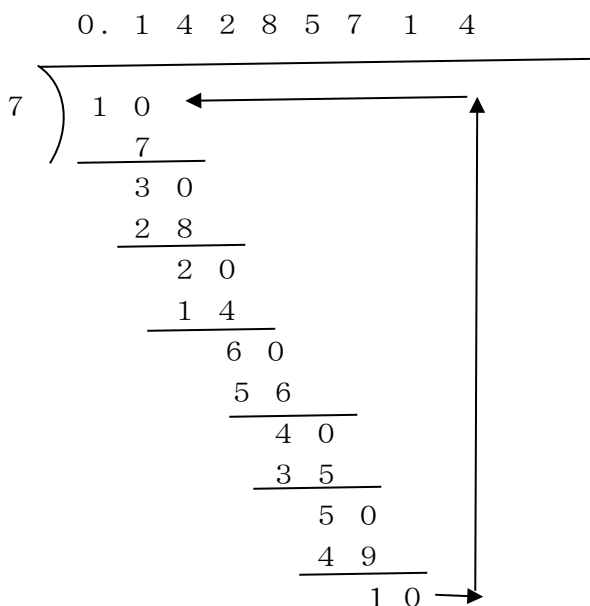
(3) 問題の変更点と山場

学習指導案では、「小数第 30 位の数字を求め」という問題を導入で提示していた。しかし、実際は、「小数第 38 位の数字を求める」という問題を提示した。循環節の数の個数である 6 の倍数が求めやすいが、学級の児童の数にあわせて 38 というより複雑な問題に取り組みさせていた。このことの適否自体を論ずるよりも、筆者は「導入問題・主問題」という授業構成をとるという立場から、問題を複雑にするのではなく、学習指導案に当初示された問題を導入問題とすることを、ここでは主張したい。

6 の倍数の桁数の数字を求めることを通して商が循環小数になる除法の仕組みを追究させることがこの学習で、真に考えさせたい主問題であると認識する必要がある。除法の指導、特にあまりについて、これまで十分にふれられてこなかった点に、照準をあわせたい。

(4) 筆算の見直しと問題の切り口

ここでの指導の重点は、あまりとわられる数の関係である。このことを明確にするために筆算を丁寧に分析する必要がある。この授業でも確かに、筆算を書かせてはいる。しかし、その筆算を丁寧に分析してはいない。



上の筆算で、あまりが1となり、 $1 \div 7$ の計算に戻ることから、商1, 4, 2,・・・が再度出現することが見いだされ、このことが循環小数の根拠となっている。同じ数字がこの順に繰り返す、つまり循環小数になることの説明はこれでいいかもしれない。しかし、ここでの学習はそれだけで、よいのであろうか。この問題意識が本稿の契機となった。

(5) 計算の過程の明確化

上述のことを以下のような表にしてみよう。

表3 筆算の分析

余り	割られる数	商	余り
1	10	1	3
3	30	4	2
2	20	2	6
6	60	8	4
4	40	5	5
5	50	7	1
1	10	1	3
3			

筆算の仕組みについて分かることは、

- ・7でわった余りの数は1から6である。
- ・あまりを10倍した数が、次の除法では割られる数となる。
- ・それを7で割るという除法の繰り返しとなる。

この授業の後半は、このことに着目させたい。単に「1, 4, 2, 8, 5, 7がこの順で繰り返す」という規則性を見いださせるだけでなく、

このような除法の筆算の仕組みも見いださせる学習を構想する必要がある。それが児童の能動的な学習を生み出すからである。こうした視点から除法の仕組みを見直すことを提唱した説はないので、本稿においては、それを切り口として授業改善を提唱する。

(6) 主問題の明確化

(5)で述べたことを授業で具現化する手立てとして、主問題を設定することになる。そのために、商と余りを関連させて考える必要があることを理解させることが肝要である。表3を次のように作り変えてみるとよい。

表4 余りと商の関係

余り	3	2	6	4	5	1	3
商	1	4	2	8	5	7	1

このように、余りと商を関連させて考察する過程で、商について考えさせることが肝要である。商は余りで決まること。すると、7で割るので、余りは1, 2, 3, 4, 5, 6と出尽くしたということ把握する必要がある。これが循環節の数字が6個であるということとつながる。このような見方が出てくるような問いが設定される必要がある。たとえばいきなり、「1, 4, 2, 8, 5, 7の順で繰り返すことを説明しよう」と問うてみたらはどうであろうか。この問いでは、余りに着目する下地ができていない。商が余りで決まるという割り算の仕組みを活用して考えることは困難であると判断せざるをえない。余りと商を関連させて考察する過程で、商について考えさせることがここでの真の課題である。そこで、主問題の設定は「割られる数と余りの関係を表にまとめて、商が1, 4, 2, 8, 5, 7の順で繰り返すことを説明しよう」とすることが妥当であることはどうであろうか。

(7) 教材研究と授業構成

① 余りの扱いについて

小学校4年生で、「余り<わる数」ということを学習する。7で割ると、あまりは1から6の6つの可能性があり、それが本当に実現されているということ、作業を通して確認しておくことが、「7で割る場合、すべての余りが出現する」という教材の本質に辿り着く道である。除法の場合、一般的にはすべての余りが出現しないが、7については実現されることが本時の

指導でも押さえておきたい。このことが、小数第7位には新たな商は出てこないこと、つまり循環節の数字が6であることとつながることを見いださせることができる。そのような教材研究の必要性も指摘しておきたい。

② 商の数の特徴

商の数を見ると、1, 2, 4, 5, 7, 8となっていて、3, 6, 9が出てこない。このことにも着目させたい。10から70までの数を7で割ったときの商及び余りを、除法の原理に戻って考察させたい。

表5 除法の原理

$7 \times 1 + 3 = 10$
$7 \times 2 + 6 = 20$
$7 \times 3 + 9 = 30$ × (余りが9にはならない)
$7 \times 4 + 2 = 30$
$7 \times 5 + 5 = 40$
$7 \times 6 + 8 = 50$ × (余りが8にはならない)
$7 \times 7 + 1 = 50$
$7 \times 8 + 4 = 60$
$7 \times 9 + 7 = 70$ × (余りが7にはならない)

これにより、3, 6, 9は商にならないということがわかる。このように、関数的に考察していくと、①で指摘したことを導くことができ、さらに除法に関する基礎的・基本的事項に辿り着く。このように、ここで行っている学習の特徴的な割り進むという操作が、既習事項の更なる見直しによって児童にとって腑に落ちるものとなる。①や②の視点にふれない学習では、児童が除法の仕組みに関して深い理解を得ることは困難であると考えられる。深い理解を得るためには、授業の後半で、その時間に考えさせたい真の課題つまり主問題を明らかにすることが必要かつ有効である。

④ 一般化

$1 \div 7$ で論じたことは他の除法でも、同様なことが成り立つのであろうか。このことを、 $1 \div 17$ について考察したい。というのも、7より大きい整数で、循環節の個数が除数より1小さい、つまり、すべてのあまりが出尽くすということは起こらないのが一般的で、 $1 \div 7$ は、その意味では特殊な場合に当たっている。 $1 \div 7$ の次が $1 \div 17$ なのである。授業で扱うわけにはいかないが、授業者はこのことも踏まえて $1 \div 7$ の指導にあたる必要がある。

$1 \div 17$ についていえば、表6の上段にあるように、 $10 \div 17$ の商を0, 余りを10とみて、次

に $100 \div 17$ の商を5, 余りを・・・」と解釈すると、1から16までのあまりが出現すると考えることができる。

表6 筆算の分析

余り	割られる数	商	余り
1	10	0	10
10	100	5	15
15	150	8	14
14	140	8	4
4	40	2	6
6	60	3	9
9	90	5	5
5	50	2	16
16	160	9	7
7	70	4	2
2	20	1	3
3	30	1	13
13	130	7	11
11	110	6	8
8	80	4	12
12	120	7	1
1	10	0	10

.....

このように、教材を広げてみることにより、教育内容として何を身に付けさせることが適切なのか本質が見えてくることがある。その上に立って授業構成を考える必要がある。 $1 \div 7$ の授業でも、主問題の設定を「割られる数と余りの関係を表にまとめて、商が1, 4, 2, 8, 5, 7の順で繰り返すことを説明しよう」とすることが妥当であると考えた根拠の一つは、このような一般化も背景になっているのである。

○参考文献

- ・松原元一「数学的見方 考え方 ●子どもはどのように考えるか」1977年 国土社
- ・正木孝昌「受動から能動へー算数科2段階授業をもとめてー」2007年 東洋館出版社
- ・京極邦明「方向付けを明確にする算数・数学科授業構成の試み～問題を2段階に設定する指導～」福岡教育大学紀要第61号第4分冊 2012年2月 p97～p105