

〔課題演習報告〕

数学的な考え方を育てる学習指導法の実践  
—構成的アプローチの学習過程を通して—

Practices of Mathematics Teaching Methods for Developing Mathematical Thinking  
— Using the Learning Process of the Constructive Approach—

江 崎 亮  
Ryo ESAKI

福岡教育大学大学院教育学研究科教職実践専攻教育実践力開発コース

(2015年1月6日受理)

算数・数学科教育では「数学的な考え方」を重要な学力としてとらえ、その育成に60年近く取り組んできている。しかし、全国学力・学習状況調査等の学力調査の結果から現行の算数・数学科教育の実践が生徒の「数学的な考え方」の育成に十分に機能しているとは言えない。そこで、本研究では、先行研究をもとに、数学的な考え方の概念を整理し、数学的な考え方を誘発する発問を具体化した。さらに構成的アプローチの学習過程を援用し、実践授業を試みた。その結果、生徒の実態に応じた発問の具体化や表現様式を工夫した授業を展開すれば、数学的な考え方が育成される一要因として有効であることがわかった。

キーワード：数学科教育，授業実践，数学的な考え方，構成的アプローチ，学習過程

1 はじめに

「21世紀は、新しい知識・情報・技術が政治・経済・文化をはじめ社会のあらゆる領域での活動の基盤として飛躍的に重要性を増す、いわゆる『知識基盤社会』の時代である。」と述べられている。このような社会で生きていくために必要な主要能力として、OECDはキーコンピテンシーを措定した。これは、単なる知識・技能だけでなく、様々なリソースを活用して、特定の文脈の中で複雑な要求（課題）に対応できる能力のことである。

しかし、数学についてみると、福岡県の平成25年度、全国学力・学習状況調査の結果では数学B（活用）の正答率が47.1%と半数を下回っている。また、清水（2009）は数学の学習状況からみた課題として「習得した知識及び技能を、日常生活やその後の数学の学習などで活用することに課題がある。」と指摘している。これは、現行の数学教育の実践が、問われた知識について答えることに対しては、ある程度機能してい

るが、習得した知識を課題解決に活用すること、十分に機能していないと解釈することができる。

日本数学教育学会(2009)によると「一般的には、数学的な考え方を伴わない学習には、おうおうにして発展性と応用性がみられないことが多い。」と記されており、これは知識・技能を活用するために、数学的な考え方が重要な役割を果たすと解釈することができる。

この「数学的な考え方」は近年になって言われ始めたことではない。「数学的な考え方」という文言は昭和33年の学習指導要領から目標に示されている。また、現行の学習指導要領で重要視されていることの1つに「数学的活動を生かした指導の充実」が図られている。このことから、数学的な考え方を重視していることがわかる。なぜなら、数学的な考え方は、数学的活動をしていくときになされるものであるからである。このように、算数・数学科教育では60年近く数学的な考え方を育てることに取り組んできている。しかしながら、先述した現状から

も数学的な考え方の育成は十分とは言えない。

その理由として次のようなことが挙げられる。

- ①数学的な考え方は教師によって一方的に教え込まれたりするものではないこと
- ②教科書や指導書に数学的な考え方が明記されていないこと
- ③学習内容からその一時間の授業で重要になる数学的な考え方を解釈することが困難であること
- ④生徒が数学的な考え方の必要性に気づくような発問や課題設定が困難であること

上記のような課題の解決には「数学的な考え方」やそれに関わる「発問」を外延的に把握することが求められる。また、数学的な考え方は生徒の主体的・能動的学習によって育成されるという点から授業を従来の、教師が一方的に知識を教え込む「伝達型の授業」から、生徒が主体的に数学を創る立場に立つような「創造型の授業」への転換が必要である。

## 2 研究の目的と方法

本研究では数学的な考え方を育成する学習指導法について提案し、それにもとづいた授業を計画して実践し評価することを目的とした。本研究は、主に文献研究と実践研究によって行う。まず、「数学的な考え方」「数学的な考え方をうながす発問」「構成的アプローチの学習過程」を明確にする。次に、中原（1995）で提唱されている構成的アプローチの学習過程において、主体的・能動的に知識を構成する学習展開を実践し検証する。

## 3 先行研究

### (1) 数学的な考え方について

片桐（2008）では、数学的な考え方の概念について「問題に遭遇したとき、その解決にあたってどういう構えをするか、どういう心的な構えをするかということ」だと規定している。また、「数学的な考え方は、それぞれの問題解決に必要な知識や技能に気付かせ、知識や技能を導き出す力（guiding forces）である。さらにこのような知識や技能を駆り出す原動力（driving forces）であるとみるのがよい。」<sup>6)</sup>と述べてい

る。このような数学的な考え方の概念の内包をもとに、数学的な考え方を教師が外延を含めて理解することが重要である。そこで片桐（2008）は、数学的な考え方として、図1のような三つのカテゴリーをあげている。

#### I 数学的な態度

- 1 自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする。
- 2 筋道の通った行動をしようとする。
- 3 内容を簡潔明確に表現しようとする。
- 4 よりよいものを求めようとする。

#### II 数学の方法に関係した数学的な考え方

- |                |            |
|----------------|------------|
| 1 帰納的な考え方      | 2 類推的な考え方  |
| 3 演繹的な考え方      | 4 統合的な考え方  |
| 5 発展的な考え方      | 6 抽象化の考え方  |
| 7 単純化の考え方      | 8 一般化の考え方  |
| 9 特殊化の考え方      | 10 記号化の考え方 |
| 11 数量化、図形化の考え方 |            |

#### III 数学の内容に関係した数学的な考え方

- 1 集合の考え
- 2 単位の考え
- 3 表現の考え
- 4 操作の考え
- 5 アルゴリズムの考え
- 6 概括的把握の考え
- 7 基本的性質の考え
- 8 関数の考え
- 9 式についての考え

図1 数学的な考え方の三つのカテゴリー

図1の数学的な考え方を各単元や内容によって取捨選択し、授業を行うためにさらに具体化する必要がある。

本研究では特に、問題解決の過程で必要になる、「II 数学の方法に関係した数学の考え方」の概念について整理するとともに、数学的な考え方を誘発する発問を片桐（2008）の先行研究を基盤に筆者が実践できる言葉に具体化した（表1）。また、II 数学の方法に関係した数学的な考え方を取り上げた理由は、実践授業における汎用性が高いと判断したからである。

表 1 数学的な考え方の概念と発問

数学的な考え方	発問
<p>①帰納的な考え方 観察や特殊な組み合わせから、一般的な法則を発見する手続きのこと。(特殊→一般)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ どんな決まりや法則がありそうか、データを集めてみよう。</li> <li>・ 共通の求め方やきまりはないだろうか。</li> <li>・ 別の数や場面でも同じように考えられるだろうか。</li> </ul>
<p>②演繹的な考え方 いつでもいえることを主張するために、既に分かっていることを基にして、その正しいことを説明しようとする。 (一般→特殊)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 分かっていることを基にして考えてみよう。</li> <li>・ このことを根拠を持って説明するにはどんなことが分かれば良いだろうか。</li> <li>・ 何を根拠にして考えたか。</li> <li>・ わかっていることを基にして説明(証明)できないか。</li> </ul>
<p>③類推的な考え方 Aと似た事象A'を基に、同様なことがいえないだろうかと思を進めること。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ わかっていることと同じようにできないだろうか。</li> <li>・ 既習の知識と似ているものはないだろうか。</li> </ul>
<p>④一般化の考え方 1つの対象についての考察から、その対象を含む集合へ移っていくこと。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ いつでもいえる(できる)ことを考えよう。</li> <li>・ いつでも成り立つことを考えよう。</li> <li>・ いつでも使える形にするにはどうしたらよいだろう。</li> </ul>
<p>⑤特殊化の考え方 一般化の考え方とは逆の考え方。ある事象の集合に関する考察をするために、それについて含まれるそれより小さい集合、またはその中の1つの事象について考えようとする考え方である。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 特別な場合を考えてみよう。</li> <li>・ 得られた解が正しいか(極端な場合や特別な値)で確かめてみよう。</li> </ul>
<p>⑥統合的な考え方 多くの事柄を個々ばらばらにしておかないで、より広い観点から、それらの本質的な共通性を抽出し、これによって、同じものとしてまとめていこうとする考え方。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ まとめて言うことはできないか。</li> <li>・ 似ているところや、同じところはないだろうか。</li> <li>・ 前に分かっていることでこれと同じにみられるものはないか。</li> <li>・ 分類するとどうなるだろうか。</li> </ul>
<p>⑦発展的な考え方 統合したことをさらに広い範囲に用いていこうとしたり、さらにより良い方法を求めたり、新しいものを発見していこうとしたりすること。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 違った見方はできないか。</li> <li>・ 条件を変えたらどうなるだろうか。</li> <li>・ もっと簡単に解決する方法はないだろうか。</li> <li>・ 正確かつ速く計算するにはどうすればよいだろう。</li> </ul>
<p>⑧単純化の考え方 いくつもの条件があつて、その全部を考えることは、はじめからは難しいことがあるので、そのうちのいくつかの条件を一時無視して、簡単な基本的な場合に直して考えてみようとする。こと。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 簡単な数に置き換えて考えよう。</li> <li>・ 条件を簡単にしよう。</li> <li>・ どのような場合なら考えられるだろう。</li> <li>・ 小さい数で考えてみよう。</li> </ul>
<p>⑨抽象化の考え方 具体的事象を一定の目的や着想に照らして、いろいろなものを捨象しながら共通する本質的な要素を引き出すこと</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 共通なことはないだろうか。</li> <li>・ どのようなことを調べているのか。</li> <li>・ どのようなところが違うだろうか。</li> </ul>
<p>⑩記号化の考え方 記号に表していこうとすることと、記号化されたものをよんでいこうとする考え方。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 式や記号で表すとどうなるだろうか。</li> <li>・ この式は何を表しているのか考えてみよう。</li> <li>・ 文字で置き換えて考えるよさはなんだろう。</li> </ul>
<p>⑪数量化・図形化の考え方 質的な事柄を量的な性質としてとらえようとする。そして場面やねらいに応じて、適切な量を選択する考え方。数的な事柄や関係を、図形やその関係に置き換えること。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 数や図で表してみよう。</li> <li>・ 図や表に表すことはできないだろうか。</li> <li>・ 図や表で考えると何が分かりやすくなるだろう。</li> </ul>

## (2) 数学的な考え方の評価について

文部科学省中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会(2010)では、思考・判断・表現の評価について「自ら取り組む課題を多面的に考察しているか、観察・実験の分析や解釈を通じて規則性を見いだしているかなど」に留意するとともに、「思考・判断の結果だけではなく、その過程を含め評価することが特に重要であることに留意する」と述べられている。

このことから本研究では、数学的な考え方を評価する際に、以下の3点に留意して行うこととした。

- ①課題に対する多面的な考察ができています。
- ②規則性を見いだしている。
- ③課題解決の過程を表現できている。

## (3) 構成的アプローチについて

### ①構成的アプローチの原理

本研究では、数学的な考え方が生徒の主体的・能動的学習によって育成が可能であるという点に着目し、構成的アプローチにおける学習過程の構成モデルを積極的に取り入れることとした。「構成的アプローチ」とは、5つの原理に基づく授業の名称である。本研究と関連が強いものは以下の3つの原理である。

- 1:子どもは数学的知識を、基本的には意識化、操作化、媒介化、反省化、協定化の過程を通して構成し、獲得する。
- 2:子どもは数学的知識を、教師との、あるいは子ども同士の構成的相互作用を通して、構成し、批判し、修正し、そして生存可能な(viable)知識として、それに協定する。
- 3:子どもによる数学的知識の構成過程においては、5つの表現様式すなわち、現実的表現、操作的表現、図的表現、言語的表現、記号的表現が重要な働きをする。

### ②構成的アプローチの学習過程

次に、中原(1995)において1単位時間の授業過程モデルを図2のように設定している。

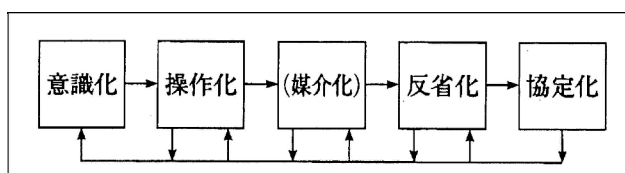


図2 学習過程の構成モデル 中原(2008)

### (ア) 意識化

第一段階で、子どもが、構成しようとする数学的知識の発生源と出会い、そこから問題を意識化し、その解決に向けて見通しを立てる段階。

### (イ) 操作化

第二段階は、問題に対する見通しに基づいて、その解決を目指して操作的活動を行い、構成しようとする知識の原型をつくりだす段階。教師は、そうした操作的活動のために有効な教具、学習具を用意することが求められる。

### (ウ) 媒介化

次の媒介化は、操作化と反省化の懸隔を埋め、両者を媒介することを主要なねらいとして、教材や子どもに応じて必要な場合に設ける段階。はじめの問題と関連のある新たな内容をもつ問題に取り組む、操作化の活動と類似した活動を行う、などの学習活動を行う。

### (エ) 反省化

操作化と媒介化の段階における活動を振り返って数学的抽象を行い、数学的知識を構成する段階。したがって、教師は、子どもたちがそうした思考ができるように、発問を用意したり、相互学習の場を設けたりすることが求められる。

### (オ) 協定化

最終段階は協定化であり、ここでは反省化において構成された数学的知識を整理し、生存可能性などを検討・協議し、その結果を協定する。このことは、生徒の言葉でまとめるということである。

### ③構成的アプローチの表現様式の分類と表現体系

中原(1995)では、表現の重要性について「表現様式は子どもたちが数学的知識を構成する際に、それを促進する重要な役割を担っている。」と述べられている。中原はBruner, Leshらの先行研究から数学教育における表現方法を大きく5つの表現様式に分類し、因数分解を例にそれぞれ説明している。また、これらの5つの表現様式を図4のように体系化している。

現実的表現とは、図3に示すような形をしたお菓子(辺の長さの記入はなし)がそれぞれあったとき、それらを長方形の形にして発送したい。どのようにしたら良いか。試行錯誤し、図3の右側へとしていく表現のことである。



操作的表現とは、実際に図3の左側に示すようなベキタイルを使って表し、それらを組み合わせて図3右側のような長方形を作り出す表現のことである。

図的表現とは、図3そのものの表現のことである。

言語的表現とは、「 $x$ の平方と、 $5$ と $x$ との積と $4$ とを加えたのは、 $x$ と $1$ の和と、 $x$ と $4$ の和との積に等しい。」と表現することである。

記号的表現とは、「 $x^2 + 5x + 4 = (x + 1)(x + 4)$ 」と表現することである。

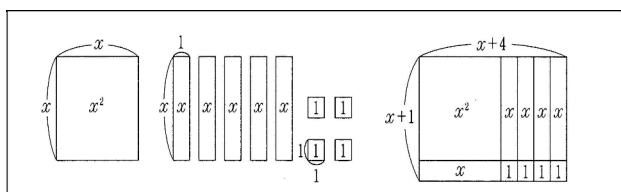


図3 ベキタイルを使用した  $x^2 + 5x + 4$  の因数分解

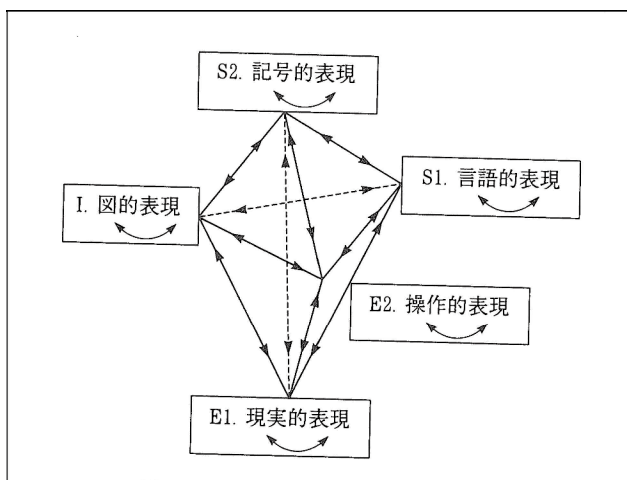


図4 数学教育における表現体系

以上の先行研究を基盤として、実践授業では、数学的な考え方を促す発問を工夫するとともに、構成的アプローチの学習過程を中学校数学科の授業に援用し、表現様式を相互に往還する授業を構成する。

#### 4 授業実践1の実際と考察

##### (1) 実践授業について

単元名は「円とおうぎ形」とし、宗像市内の公立の中学校の第1学年の生徒を対象に平成25年12月に授業を実施した。

本単元のねらいは次の3点である。

- ①おうぎ形の面積の公式を自ら、構成することができる。
- ② $\pi$ の意味を理解し、おうぎ形の面積の公式の意味を理解している。
- ③様々なおうぎ形の面積を求めることができる。  
これらの3つのねらいのもと、構成的アプローチの学習過程を参考にし、本時の授業計画を以下のように構成した。

表2 授業実践1における学習過程

過程	学習内容
意識化	具体物(円の形をした花壇)を抽象化(おうぎ形)する過程を大切にするために、花壇の模型を提示し、花壇の分割の仕方を実演した後、花壇の面積をおうぎ形の面積に置き換えイメージ図を提示した。
操作化	課題の追求(3種類のおうぎ形の面積を求める)中心角が $180^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $45^\circ$ のおうぎ形の面積を求める。3種類の面積の求め方の共通点を見つける。 この過程では①帰納的な考え方をねらいとした。
媒介化	中心角とおうぎ形の面積の表を提示し、おうぎ形の中心角と面積の性質について考える。男女混成の4人のグループを編成し、学び合い活動をする。
反省化	生徒に表をもとにしておうぎ形の中心角が面積に比例していることに気づかせる。その気づいた根拠をもとにして、おうぎ形の面積を求める際、面積の割合を中心角の割合に置きかえて考えられることを知る。
協定化	P2操作化で求めた、3種類のおうぎ形の面積の求め方をもとに、中心角を $a [^\circ]$ 半径 $r [\text{cm}]$ としたときのおうぎ形の面積 $S [\text{cm}^2]$ の式を求める。 この過程では④一般化の考え方をねらいとした。

##### (2) 授業の考察

操作化において、生徒に帰納的な考え方を誘発するために、3種類のおうぎ形を提示し「これらの面積の求め方に共通しているところはないだろうか?」と発問した。その結果、生徒の学習プリントに図5のような記述がみられた。この生徒は、円の面積に下線、割合に波線を引いており、それぞれの面積の求め方に共通する部分を認識していることが読み取れた。

反省化の場面においては、ほとんどの生徒が、おうぎ形の面積と中心角が比例の関係であることに気づくことができた。しかし、その根拠から、面積の割合を中心角の割合に置き換えて立式できることに気づく生徒はみられなかった。その原因は2点考えられる。1点目は、中心角がおうぎ形の面積に比例していれば、その割合を置き換えることができるという知識を生徒が持っていなかったためである。2点目は、授業者が割合の置き換えに気づかせる効果的な発問や課題設定ができなかったためである。

次に、協定化において、表1の「④一般化の考え方」を誘発するために「どんなときでも求められるようにするために半径  $r$  [cm]、中心角  $a^\circ$  にして考えてみよう」と発問した。その結果、半数以上の生徒は操作化で明らかとなった式を利用して、立式できていた。しかし、つまり生徒もみられた。その原因として操作化において、おうぎ形の面積の式に含まれる割合の意味を理解できていないことが考えられる。また、先述した反省化の学習段階における理解が不十分であったことも挙げられる。解決のためには、割合の学習内容を補う学習展開が必要であろう。

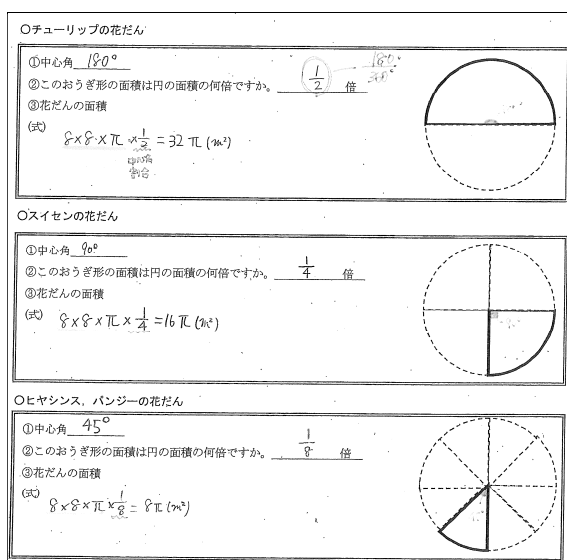


図5 学習プリントの記述

### (3) 考察のまとめ

本実践では、構成的アプローチの学習過程の構成モデルを援用して授業を構想し実践した。その結果、以下の2点が明らかになった。

面積の割合を中心角の割合に置き換えて立式できることに気づく生徒はみられなかったこと

から数学的な考え方を育てるためには、その前提となる既習の知識を、本時の課題に適用できるような形で補うことが重要である。

授業実践において、授業者が比例の置き換えに気付かせる発問ができなかったことから表1の数学的な考え方を促す発問を基盤として、学習内容や生徒の実態に適応したものに具体化することが必要である。

## 5 授業実践2の実際と考察

### (1) 実践授業について

単元名は、「文字と式」とし、宗像市内の公立中学校の第1学年の生徒を対象に平成25年1月に授業を実施した。

本授業でのねらいは以下の2点である。

- ① 碁石の個数の求め方を自ら一般化することができる。
- ② 文字式の意味を読み取り、数学的な表現様式を用いて、自分なりに他者に説明することができる。

本単元では、生徒がはじめに数学につまずく要因がある。すなわち、算数から数学への移行がこの単元では重要な問題となる。そこで本単元では、①文字の意味②文字式の表し方③式の値④文字式の計算⑤関係を表す式を取り扱う。これらの学習を通して、文字式を用いることで、数量関係が簡潔、かつ一般的に表現できるよさに気付くことができるように留意して授業実践を行った。これらの2つのねらいのもと、本時授業計画を以下のように構成した。

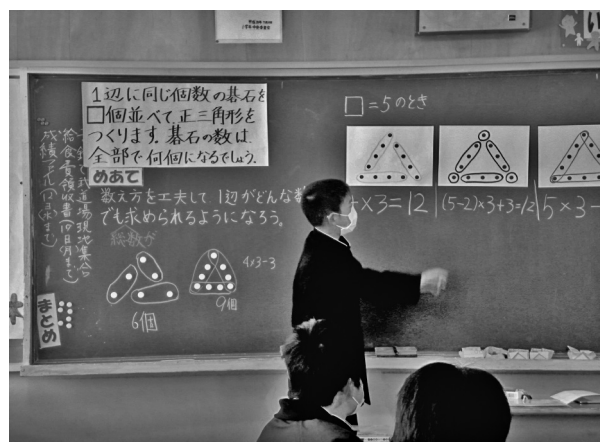


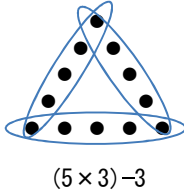
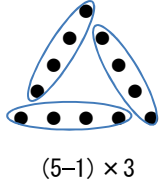
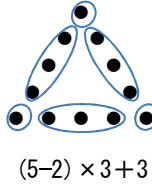
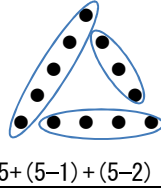
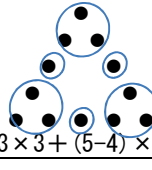
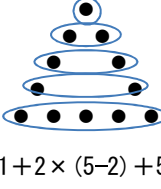
図6 代表生徒による発表の様子

表3 授業実践2における学習過程

過程	学習内容
意識化	問題の一部を□にし、不完全な問題を提示した。1000個などの数をすぐに求めるのは難しいことを確認し、実際に□が3個のときの図をかかせ、イメージを持たせた。ここから数え方を工夫して□にどんな数が入るときでも総数が求められる式を求められるようになる。というめあてでつなげた。この過程では⑧単純化の考え方をねらいとした。
操作化	課題の追求 □=5のときの総数の求め方を考えさせた。そのときの数え方を図と式と言語で学習プリントに記述させた。この過程で4人グループの班を構成し、それぞれグループの中で自分の数え方を図や式、言葉で発表させた。その後、三人の代表生徒に意図的指名を行い代表的な数え方を発表させた。さらに、後に一般化させやすくするために式の中の変数と定数を明確にさせることねらってと発問した。
媒介化	操作化で考えた数え方をもとに□=10, □=100のときの基石の総数を求める。このとき「一番自分がいいと思った数え方を選択して答えを求めよう」と発問し、総数を考えさせた。ここでも生徒は操作化と同様に変数と定数を明確にした式を記述していた。この過程では①帰納的な考え方をねらいとした。
反省化	ここでは、めあての□にどんな数が入るときでも求められるようにするにはどうすれば良いのかを問い、□を文字で置くことを確認し、基石の総数を求める式を一般化させた。この過程では④一般化の考え方をねらいとした。
協定化	ここでは、本時の学習の問題解決で重要な数学的な考え方を振り返るために「どんなときでも求められる式にするためにどのような考え方をしたらよかったらどうか」と発問し、《文字式にするために①簡単な数で考えてみる。②式の中の変数を明確にする。》をまとめとした。

るまでの過程の式や図がかけていることを考慮して行った。さらに、一般化には至らないが数え方までできた生徒の数を()内に示した。

表4 生徒の考え方の分類表

図的表現と記号的表現の例	言語的表現の例	一般化できた人数 (数え方のみ)
 $(5 \times 3) - 3$	一列に基石が5個あり、それが3辺あるので3倍する。最後に重なっている部分の基石を3個引く。	24名
 $(5-1) \times 3$	4個のまとまりをつくりそれが3つあるから3倍する。	21名
 $(5-2) \times 3 + 3$	1辺から5個から頂点の基石を2個ずつ引いた基石の3個が3つあるので3倍し、角の基石が3個を加える。	14名
 $5 + (5-1) + (5-2)$	重なりができないように、初めに1辺の基石が5個、次は4個、最後に3個をそれぞれ足す。	5名
 $3 \times 3 + (5-4) \times 3$	頂点の3個のまとまりを3つつくり、次に(5-4)個の部分の3つできる。	0名(3)
 $1 + 2 \times (5-2) + 5$	上から順に足していく。最初は1個でつぎに2個の部分が(5-2)個でき、最後は辺の数(5個)をそれぞれ足す。	0名(1)

(2) 授業における生徒の考え方の分類表

生徒の基石の数え方の種類は表4のように分類することができた。一般化できた人数は重複している場合も含まれている。また、一般化できているか、できていないかの判断は最終的に答えた式だけで判断したのではなく、一般化す

(3) 授業の考察

本時で用いた基石の問題(図7)は、生徒の多様な考え方を引き出せる課題である。今回の授業では6種類の数え方の工夫を見ることができた。最終的に工夫した数え方を一般化できた

生徒は88%と非常に高く、生徒が数学的な考え方をできたといえるであろう。この結果の要因として、実際に基石の図に数え方を書いて考えさせたことが有効に働いたと推察することができる。また、授業の中で生徒は自分で工夫した数え方を考え、図的表現を用いて表現することができていた。しかし、その数え方の過程を言語的表現にすることにつまずいている生徒が多く見られた。交流の場面においても記号的表現や図的表現を用いて説明する姿は見られたが、言語的表現を用いる生徒はほとんど見られなかった。

**【問題】** 基石の総数を求めよう。

1辺に同じ個数の基石を□個並べて、正三角形をつくれます。基石の数は全部で何個になるでしょうか。

(1) □=5のとき数え方を工夫して、求める。

(2) □=10のとき

(3) □=100のとき

(4) □=nのとき

図7 授業実践2の問題

**①操作化**

(他の数え方や式)

$5+(5-1)+(5-2)=12$

1辺は必ず5個と決まっているから5になる。  
次に5個に重なるところがある。だから(5-1)になる。  
最後は2つ重なるところがあるから(5-2)になる。  
よって12個になる。

$(5-2) \times 3 + 3$

**②媒介化**

②□=10のとき

(式)

$(10-1) \times 3 = 27$  (個)

$10 + (10-1) + (10-2) = 27$  (個)

③□=100のとき

(式)

$(100-1) \times 3 = 297$  (個)

$100 + (100-1) + (100-2) = 297$  (個)

**③反省化**

④□= n のときの数え方や式をできるだけ多く考えよう。

- $(n-1) \times 3$
- $n + (n-1) + (n-2)$
- $3(n-2) + 3$
- $n \times 3 - 3$

図8 学習プリントの記述

また、図8の生徒の記述から、この生徒は①操作化において式の中の変数と定数を明確に区

別できていたといえる。これは、操作化の場面で「それぞれの式を5が見える形に書き換えてみよう。」と発問したからである。この操作化での発問が③反省化の場面で式を一般化させるときに有効に働いていると考えることができる。また表4の生徒の考えを集計した結果、33名中29名の生徒が1つ以上の方法で基石の数え方の式を一般化することができていた。このことから一般化した式を構成させる場合には、生徒が式の中の変数と定数を認識させるような発問が有効であるといえる。

6 成果と課題

本稿では、数学的な考え方を育てる学習指導法を検討するために、授業実践の結果と考察により、数学的な考え方を育てる上で、十分考慮すべき新たな視点を示すことができた。今後、今回の授業実践で得た成果を他単元において実践する。そのために、発問や学習内容を具体化していくとともに数学的な考え方に関する生徒の思考様式を言語化し考察したい。さらに、数学的な考え方のモデルを生徒の理解できる言葉や図を用いて作成し、授業で活用する方法を考えたい。

主な引用・参考文献

福岡県教育委員会 2012『平成24年度 全国学力・学習状況調査における福岡県での学力・学習状況調査』

福岡市教育センター 2007 算数、数学科研究室『数学的な考え方を育てる算数科学習指導法の研究(その2)-考えのよさを共有する活動を位置づけた単元の工夫-』

片桐重男 2004『数学的な考え方の具体化と指導』明治図書

文部科学省 2008『中学校学習指導要領解説数学編 教育出版』

文部科学省 中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会 2010『児童生徒の学習評価のあり方について(報告)』

日本数学教育学会 2009『算数教育指導用語辞典 第四版』教育出版

中原忠男 1995『算数・数学科における構成的アプローチの研究』聖文新社

小山正孝、中原忠男 1999『数学的概念の認識過程についての基礎研究(XVII)-認知的アプローチに基づく算数科授業の検討-』、広島大学教育学部、『学部附属研究体制研究紀要』、第24号

清水静海 2009『平成20年改訂 中学校教育過程講座数学』ぎょうせい