

[課題演習概要]

RME 理論に基づく高等学校数学科における生徒が数学の概念・法則を見出す 授業実践に関する研究

—数学史やパフォーマンス課題を用いた問題設定と評価の考察—

原 田 雅 文

Masafumi HARADA

福岡教育大学大学院教育学研究科教職実践専攻教育実践力開発コース
中等教科教育高度実践力プログラム

(2024 年 1 月 10 日受理)

キーワード：RME 理論，数学史，パフォーマンス課題

1 研究の目的

TIMSS2019 においては、「数学を勉強すると日常生活に役立つ」などの質問に対する児童・生徒の肯定的な回答が国際平均を下回っていることを指摘している。この状況の解決のため、数学を活用しながら数学を学ぶ RME 理論に至った。

大谷 (2016) によると、RME 理論は問題場面を生徒が自らの考えで表現し、教師の導きや他者との協働のなかで考えを洗練させていき、最終的に数学の概念・法則等を追発明するものとされている。一方で RME 理論の研究については、高等学校での実践事例が少なく、またどのようにして学習問題の設定、学習評価の方略の考察は見られなかった。

そこで、本研究においては学習問題の設定や学習評価について、Fredenthal の言葉や RME 理論の学習原理から示唆を得て、考察を行うこと。また、RME 理論に基づく授業を行うことで、先述の状況の解決を目指すことを目的とする。

2 研究の計画

M1 前期	卒業研究の再調査，数学史に関する調査
M1 後期	授業構想・実践Ⅰ
M2 前期	パフォーマンス課題に関する先行事例調査，授業構想・実践Ⅱ
M2 後期	授業構想・実践Ⅲ

3 研究の内容

(1) 学習問題設定の視点について

まず、Fredenthal の「数学教育を、数学が発明された過程と（ある程度）同じような過程を生徒が経験できるような、「導かれた再発明の過程」として組織化すること」(Gravemeijer, 1997, p. 322) を参考にした。この言葉から、数学史を参照し、それらから数学の概念・法則等を見出すための問題を作ることができると考え、授業構想・実践Ⅰを行った。

また、RME 理論の「現実原理」に注目した。「現実原理」とは、「実生活などの現実感のある文脈を伴う問題を提示すること」(大谷, 2016, p. 7) である。この「現実原理」からパフォーマンス課題に注目した。パフォーマンス課題について、奥村・西岡 (2020) では、「大人が仕事や生活の中で出会う重要な挑戦をシミュレーションしたものである。子どもたちに科学や歴史など教科の学問的な追究（教科「する」こと）を求めるものである。子どもたちにとって現実的なものであり、判断や新しい発想，知識とスキルの活用をもとめるものである。」と条件づけている。したがって、このパフォーマンス課題の視点から問題を設定することは、RME 理論の「現実原理」に沿うものであり、また評価においても示唆を与えるものであると考え、授業構想・実践Ⅱ，Ⅲを行った。

授業構想・実践Ⅲでは、三角関数のグラフの基本形について、いくつかの角における三角関数の値をプロットし、グラフの拡大，縮小，平行移動した場合のグラフの特徴を生徒が考察し、教科書の応用例題をパフォーマンス課題として設定し、生徒が取り組む授業を行った。しかし、このパフ

パフォーマンス課題は、生徒にとって現実的な課題かという点について検討を要する。そのため紹介にとどめ、授業構想・実践Ⅰ、Ⅱについて述べる。

(2) 授業構想・実践Ⅰ

- ・実施日：令和4年11月9日（水）
- ・対 象：福岡県立高等学校第1学年1学級
- ・単 元：数学A「数学と人間の活動」
- ・内 容：ユークリッドの互除法
- ・学習問題：
391cmと299cmの二本の目盛りのついていない定規がある。この二本の定規で測ることができる最小の長さは何cmか。

本授業実践においては「原論」に記されている「ユークリッドの互除法」の考え方を生徒らに迫体験させることで、互除法の手順を見出す授業を行った。「原論」においては、二本の数直線を用いて、論を展開している。そのため、本授業においては、数直線を目盛りのついていない定規として生徒らに提示した。その目盛りのついていない定規で測ることのできる最小の長さとその求め方を生徒らは考えた。最小の長さが互除法で求める最大公約数であり、求め方が互除法の手続きに当たる。この授業を通して、生徒たちは互除法の手続きを問題から見出すことができていた。生徒の代表的な発言として、「391から299を引いたら92が出てきて、299には92が3つ入っているのだから、余りが23で、92には23が4つ入っているのだから、余りが0になるから、最小は23センチです。」があった。この発言から、生徒は割り算の要素である等分と余りに着目していたと読み取れ、互除法の手続きを見出していると結論付けられる。

(3) 授業構想・実践Ⅱ

- ・実施日：令和5年7月5日（水）
- ・対 象：福岡県立高等学校第1学年1学級
- ・単 元：数学A「場合の数と確率」
- ・内 容：期待値
- ・学習問題：
あなたたちは、今度ゲームをする店を出店することになりました。ゲームの参加料を1回100円と設定します。ゲームの内容として、コインやさいころを投げたり、袋から玉やカードを取り出したりすることを行います。解答として次の三つを記述すること。①参加することによって得られる賞金額。②どの条件の時に賞金を得られるのか。③参加したことによって得られる賞金額の期待値。

本授業実践においては、パフォーマンス課題の遂

行の支援として、期待値がどのように定まっているのかを考えるため、教科書などの問題からどのように期待値が定まっているのかを考える活動を4人1グループで行い、その後、パフォーマンス課題(学習問題)に5人1グループで取り組んだ。各グループの成果物はパフォーマンス課題に沿って作成したルーブリックにおいて標準となるB評価を満たしていたが、A評価を満たすものはなかった。また成果物について、賞金額が現実から離れたものがあるなど、RME理論の「現実的」の視点からそれているものもあった。

4 成果と課題

成果は、授業構想・実践Ⅰの後に生徒に実施したアンケートから、数の性質や数学の定理に関する興味などに対する問いに対する肯定的な回答の平均値は向上していた。このことから数学史をたどることで生徒自らが数学の概念・法則等を見出すことは、数学に対する興味を引き出すことにつながると考えられる。また、授業構想・実践Ⅱの後に実施したアンケートから、「くじ引き屋に確率が必要である」といった数学が日常生活に役に立ちそうだという先述の問題意識を解決するために、RME理論の実践に意義があると推測された。

課題は、授業構想・実践Ⅰについては、生徒自らが問題場面を図示し、数学の概念・法則に至るために必要な支援を探ること。授業実践・構想Ⅱについては、現実部分と関連づいている部分については制限を加えることが必要であること。並びに評価についてルーブリックの妥当性の検討を行うことがあげられる。また、授業構想・実践Ⅲについては、題材である三角関数のグラフに関するパフォーマンス課題は何かということ。パフォーマンス課題全般に対して、生徒にとって現実的な課題とは何かを調査・考察する必要がある。

主な引用・参考文献

- K.Gravemeijer 1997 Mediating between concrete and abstract. In T.Nunes&P.Byrant (Eds.), *Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective*, 315-345, Psychology Press.
- 奥村好美・西岡加名恵 2020 「逆向き設計」実践ガイドブック『理解をもたらすカリキュラム設計』を読む・活かす・共有する 日本標準.
- 大谷実 2016 オランダの数学教育の動向：Realistic Mathematics Educationの理論と実践 筑波教育学研究, 14, 5-25.