

Arduino を用いた振り子実験

Physical Pendulum Experiments with Arduino

小野田 穰

内 田 雄 大

Jo ONODA

Yudai UCHIDA

福岡教育大学教育学部
理科教育研究ユニット

福岡市立原中学校

(令和6年9月12日受付, 令和6年12月23日受理)

キーワード: 物理学実験, 振り子実験, Arduino, 超音波センサー

抄録

情報通信技術 (ICT) 分野での労働力の需要が急速に増加しており, デジタル人材育成を推進しようとする機運が教育界で高まっている。一方で, 授業における伝統的な物理学実験は昔から大きな変化はない。そのような物理学実験の一つである振り子実験に着目し, 小型マイコンボード Arduino と超音波センサーを組合わせた物理教材を開発した。これにより, 手動では困難であった膨大なデータの取得と, 振動波形の定量的解析が可能となった。さらに, 単振動を発展させた連成振動についても本手法が有効であることを示した。

1. はじめに

世界中でデジタル化が進展し, インターネットと情報通信技術 (ICT) が私たちの生活や仕事に不可欠なものとなっている。これに伴い, ICT 分野での労働力の需要が急速に増加しており, 多くの国々で ICT 関連のスキルを持つ労働力が不足している。日本も例外ではなく, ICT 分野の労働力不足に対処するために, 文部科学省は教育現場において, 教育カリキュラムの改革 (小学校からのプログラミング教育の導入や, 中高での情報科の充実など) や高等教育の充実 (大学や専門学校での ICT 関連学科の設置や充実など) を推進している。

一方, 物理という科目は, 力学や電磁気学など, 昔からその内容に大きな変化はない。物理は数式を扱う印象が強いが, 本来は実証科学であり, 実験がとても重要である。また, 教育現場では振り子や電気回路などの物理学実験が行われているが, 実験内容もまた昔からあまり変化はない。このことは物理学実験が確立した教育方法の証左となっているが, 時代の流れ, すなわち ICT や IoT (Internet of Things) を取り入れていくことが, 今後ますます重要になっていくと予想する。

演示実験や学生実験などの物理学実験の ICT 化・IoT 化にあたって, Arduino と呼ばれる小型マイコンボードの利用が注目されている。Arduino は, 「もっとシンプルに, もっと安価に, 技術者でない学生でもデジタルなものを作ることができるようにする」という目的で, 2005 年にイタリアで「Arduino プロジェクト」として立ち上げられた^{1), 2)}。Arduino には外界の物理的変化を検出するセンサーや, 外界に物理的変化を引き起こすアクチュエーターを取り付けることができ, さらにオープンソースハードウェア・ソフトウェアとして世界中の人々とそれらのノウハウを共有することができる。物理教育に関しても, Arduino を取り入れた単振動実験³⁾⁻⁵⁾や電気伝導実験^{6), 7)}が報告されており, 膨大なデータ取得の自動化・高速化によって, 学習者は従来の手動計測では得られなかった情報を解析的に扱えるようになる。

本稿では, Arduino を組み合わせた振り子実験の方法とデータの取得・解析法について報告する。Arduino と超音波センサーを連結させることで振り子のおもりの変位に関する膨大なデータを取得できるよ

うになり、定量的な解析が可能となった。また、単振動を更に発展させた連成振動についても本手法が有効であることを示した。

2. 方法

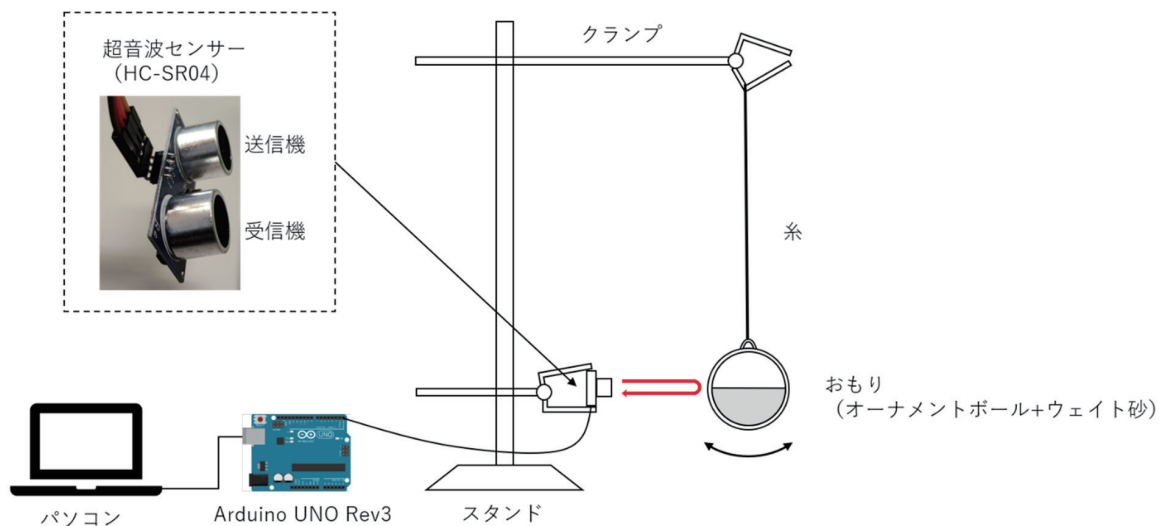
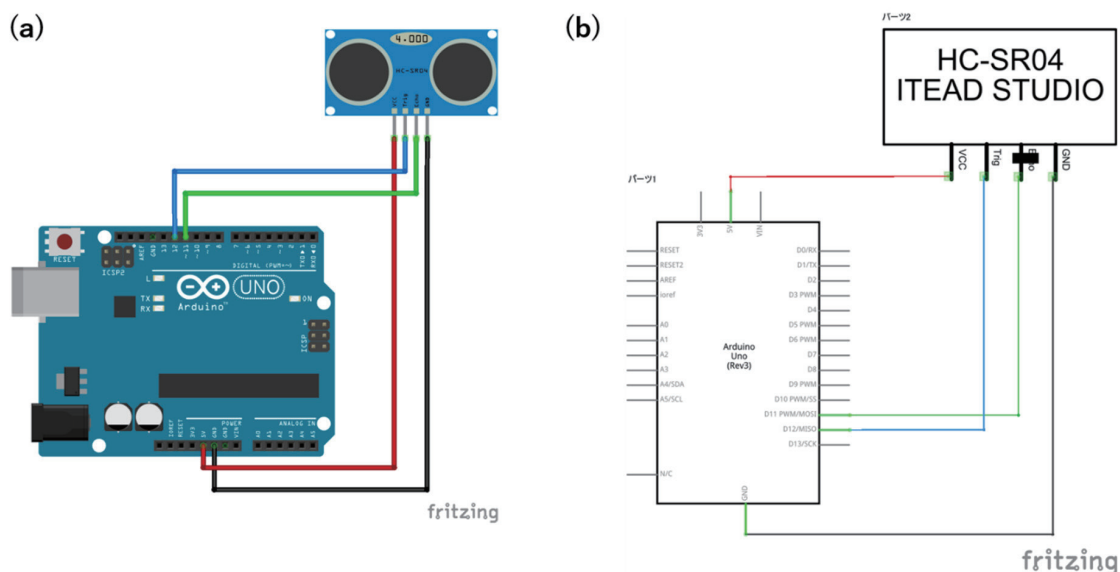


図1 振り子実験装置の模式図

図1の模式図に示すように、振り子実験装置は、振り子、超音波センサー、Arduino、パーソナルコンピュータ（パソコン）から成る。振り子のおもりは重さを調整できるように、クリスマスツリーの飾りなどに用いられるオーナメントボール（直径 10 cm）にウェイト砂（粒径 1 mm 以下）を導入することで作製した（本実験では、原理上、おもりの重さの調整機能は重要ではないが、本実験以外の様々な振動実験に対応できるようにした）。

おもりの水平方向の変位は、図1のように超音波センサー（HC-SR04）モジュールを用いて測定した。超音波センサーは、送信機から超音波を出し、物体（おもり）からの反射波を受信機によって受け止めるまでの時間を計測する。往復に要した時間に 25℃ の音速 346.5 m/s を掛けることで距離を求めた（測定距離の範囲は 2 ～ 400 cm）。計測間隔は 50 ms が推奨されているが、本実験は測定距離を 30 cm 以下に限定しているため 20 ms で計測した。



本実験では Arduino Uno Rev3 を使用した。Arduino Uno Rev3 は、6 本のアナログ入力（10 ビット）および 14 本のデジタル信号の入出力部をもつ。図 2(b) 接続例と図 2(c) 回路図に示すように、超音波センサーモジュールの VCC（電源）、Trig（トリガー）、Echo（エコー）、GND（グラウンド）の 4 つのピンを Arduino の各電極に接続した。データの送受信のため、Arduino とパソコンを USB で接続した。

```
int TRIG = 12;
int ECHO = 11;
long time;
double duration = 0;
double distance = 0;
double speed_of_sound = 331.5 + 0.6 * 25; // 25°Cの気温の想定

void setup() {
    Serial.begin( 9600 );

    pinMode(ECHO, INPUT );
    pinMode(TRIG, OUTPUT );
}

void loop() {
    digitalWrite(TRIG, LOW);
    delayMicroseconds(2);
    digitalWrite( TRIG, HIGH );
    delayMicroseconds( 10 );
    digitalWrite( TRIG, LOW );
    noInterrupts();
    duration = pulseIn( ECHO, HIGH ); // 往復にかかった時間が返却される[マイクロ秒]
    interrupts();

    if (duration > 0) {
        duration = duration / 2; // 往路にかかった時間
        distance = duration * speed_of_sound * 100 / 1000000;
        if (distance < 30){
            time = millis();
            Serial.print(time);
            Serial.print(",");
            Serial.println(distance);
        }
        else {
            time = millis();
            Serial.println(time);
        }
    }
    delay(20);
}
```

図3 超音波センサー用のソースコード

プログラムには C 言語を簡略化した Arduino 言語（「スケッチ」と呼ばれる）を利用することができる。ソフト開発環境である Arduino IDE を Arduino 公式ホームページからダウンロードし、超音波センサー計測用のコードを作成した（図 3）。振動波形の再現に十分なサンプリング数を得られるように、delay 時間を設定した。

データをリアルタイムで描画する方法として、Arduino IDE に標準搭載されているシリアルプロットを用いる方法がある。しかし、データの描画と同時に取得することも考慮すると、表計算ソフト Microsoft Excel の「Data Streamer」を使う方が便利である。Excel の Data Streamer アドインを有効化することでライブデータからグラフを作成し、現在の振動の様子を視覚化できる。また、ライブデータを記録するには「データの記録」ボタンを押すことで実行でき、任意の時間間隔のデータを保存できる。

3. 結果と考察

3.1 単振動

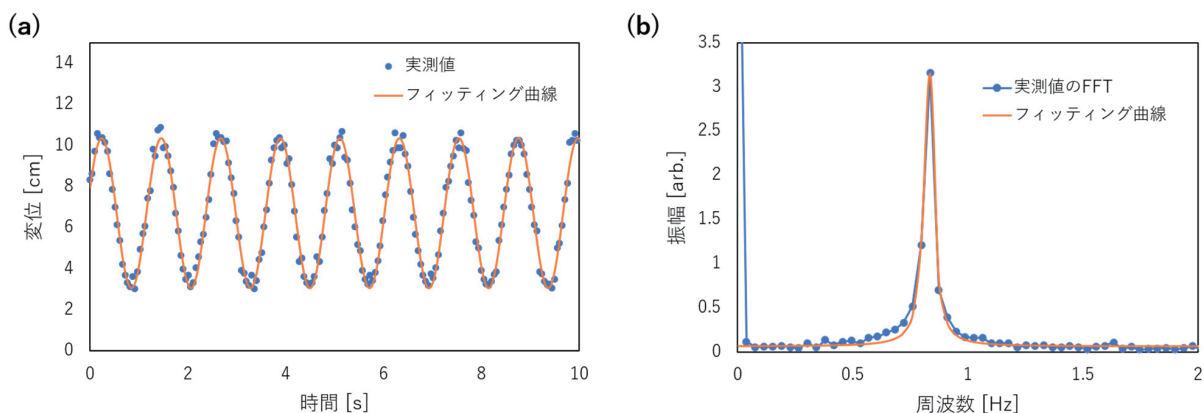


図4 単振動する振り子の変位 (a) と FFT(b), また, それぞれのフィッティング曲線

単振動の実験結果の例を図4(a)に示す。おもりの変位が時間に対するsin関数となっていることが分かる。sin関数を用いたフィッティングから振り子の周期は1.22 sとなることが分かった。フィッティングの際はExcelのソルバーを用いた。また、得られた単振動をExcelの高速フーリエ変換(FFT)により解析した結果、スペクトルにはピークが現れた(図4(b))。ここで、0 Hzで大きな振幅が出ている理由は、図4(a)の振動の中心が0ではなくオフセットが載っているためである(フーリエ変換後の式の定数項に対応している)。ローレンツ型関数によるフィッティングから、振動数は0.83 Hzとなり、周期は1.21 sと見積もられた。この値はsin関数を用いたフィッティングの結果と非常に良い一致を示している。FFTではデータ数が 2^N 個必要であるため(図4(b)では512個のデータ数を用いた)、単振動の簡便な解析を行う場合は実測値のsin関数によるフィッティングのみでも十分である。

3.2 連成振動

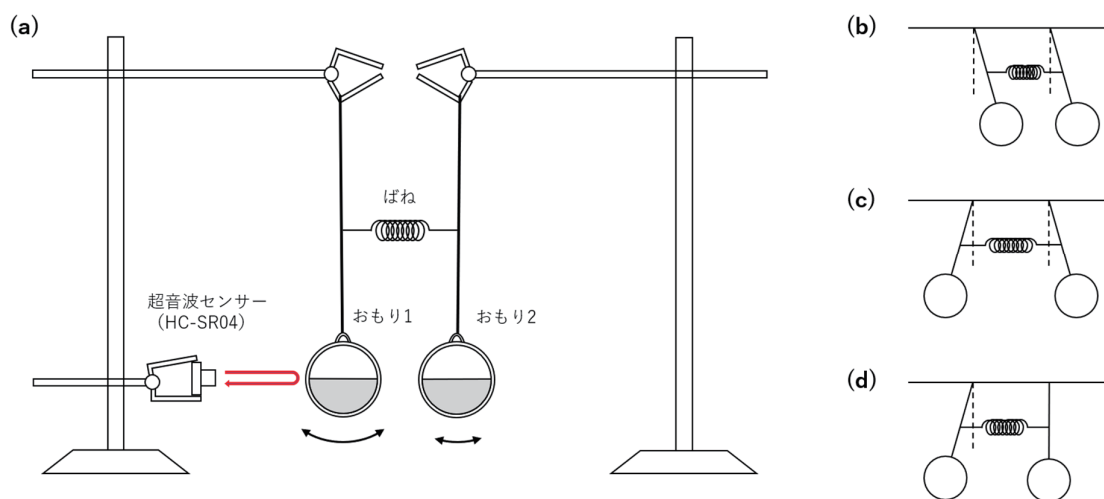


図5 連成振動の実験装置の模式図(a)と異なる振動のようす：対称モード(b)、反対称モード(c) うなり(d)

単振動を定量的に取り扱えるようになったため、より複雑な振動の測定を試みた。ここではその一つとして連成振動の結果を紹介する。単振動は一つの振り子の定常状態を表しているが、連成振動は二つの振り子の間でエネルギーの交換が起きる。図5(a)に連成振動の実験装置の模式図を示す。おもり1とおもり2は同じ重さであり、その間はばねで結合している。類似した連成振動の光センサーを用いた測定は既に報告されている³⁾。

このような系では二つの基準振動（または基準モード）が存在する。一つは、おもりの変位が同一方向に同一振幅で振動する「対称モード」である（図 5(b)）。この場合、ばねの変位は起きずに、基準角振動数（ ω_1 とする）で振動する。もう一つは、おもりの変位が逆方向に同一振幅で振動する「反対称モード」である（図 5(c)）。この場合、ばねの変位が起きるために、基準角振動数（ ω_2 とする）にはばね定数が含まれる⁸⁾。おもり 1 とおもり 2 の変位をそれぞれ $x_1(t)$, $x_2(t)$ とすると、連成振動は二つの基準振動の重ね合わせで表現されるため、一般解は

$$x_1(t) = A \cos(\omega_1 t + \alpha) + B \cos(\omega_2 t + \beta) \quad (1)$$

$$x_2(t) = A \cos(\omega_1 t + \alpha) - B \cos(\omega_2 t + \beta) \quad (2)$$

となる。ここで、 A と B は各基準振動の振幅、 α と β は各基準振動の初期位相を表す。

図 5(d) のように、初期条件として、 x_1 の方を a だけ変位させておき、 x_2 の方は変位させないとする。この状態で初速度ゼロとして運動を開始させる。初期条件は、 $x_1(0) = a, x_2(0) = 0, \frac{dx_1}{dt}\bigg|_{t=0} = 0, \frac{dx_2}{dt}\bigg|_{t=0} = 0$ である。一般解である式 (1) と式 (2) にこの初期条件を代入して未定係数 A, B, α, β を求めると、

$A = B = \frac{a}{2}, \alpha = \beta = 0$ が得られる。これらから式 (1) と式 (2) は

$$x_1(t) = \frac{a}{2} (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) = a \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cos \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t \quad (3)$$

$$x_2(t) = \frac{a}{2} (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) = a \sin \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \sin \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t \quad (4)$$

となる（ $\omega_1 < \omega_2$ に注意する）。これは、ちょうど音叉で生じるうなりと同じ式である。

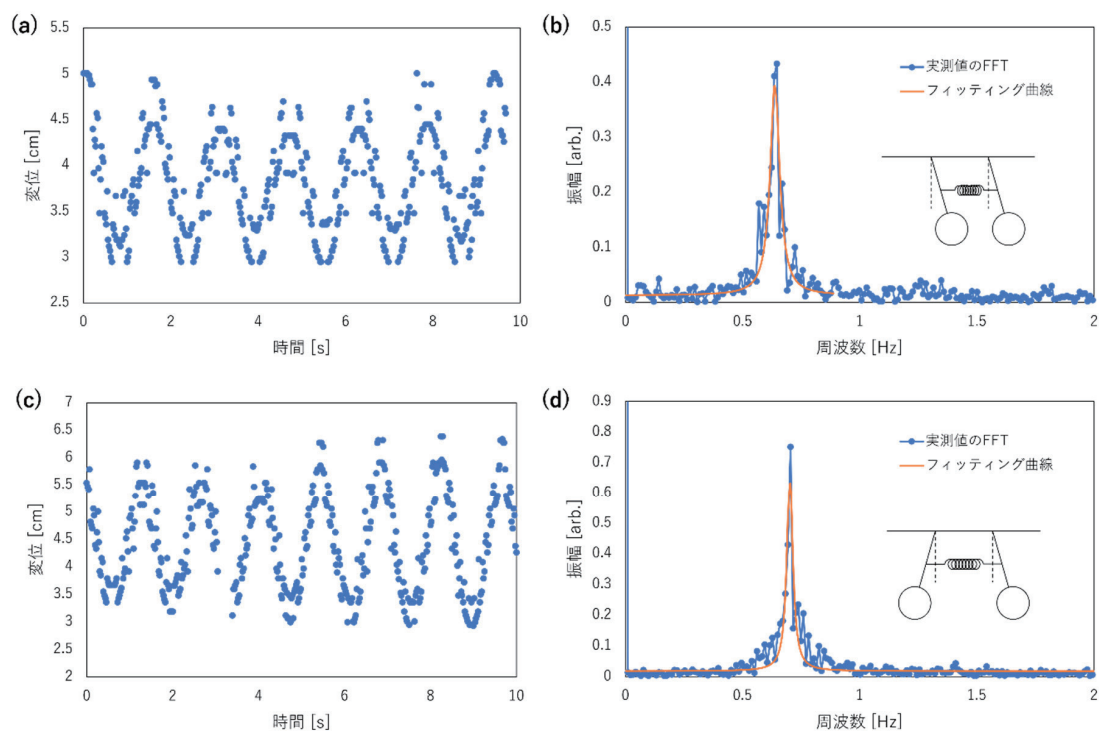


図 6 連成振動する振り子の変位と FFT。(a) と (b) は対称モード、(c) と (d) は反対称モード

連成振動の実験結果の例を図 6 に示す。対称モード（図 6(a) 振り子の変位と (b) FFT）と反対称モード（図 6(c) 振り子の変位と (d) FFT）の結果から、それぞれの振動数は $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 0.64 \text{ Hz}$, $f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = 0.70 \text{ Hz}$ と見積もられた。反対称モードにはばねの影響が現れるため⁸⁾, $\omega_1 < \omega_2$ となっていることが確認できる。

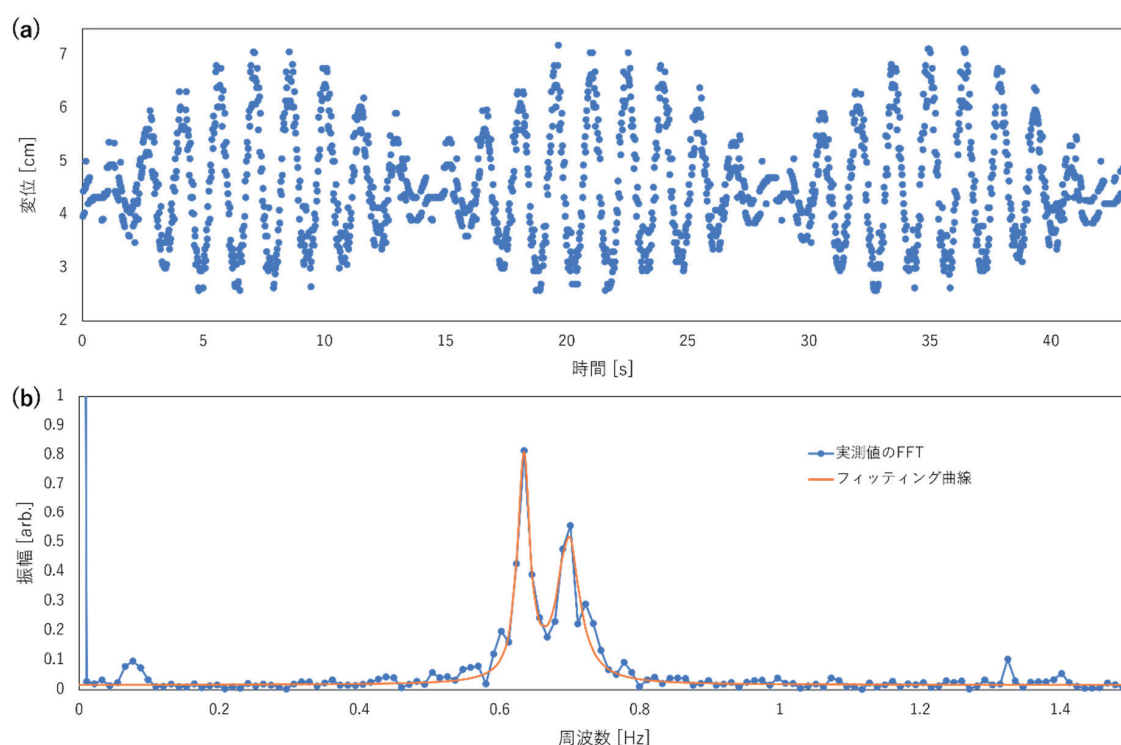


図7 うなりを生じる振り子の変位 (a) と FFT(b)

さらに、初期条件として、片方のおもりには変位0、もう片方にはある量だけ変位を与えると、図7(a)に示すように、うなりを観測することに成功した。このうなりをFFTで解析した結果、図7(b)のように、0.63 Hzと0.70 Hzの2つのピークが得られた。ここで、うなりの変位を表す式(3)の右辺に注目すると、その式のフーリエ変換は式(3)の左辺に対応していることが分かる。よって、うなりの0.63 Hzと0.70 Hzの2つのピークは、それぞれ上記の対称モード(0.64 Hz)と反対称モード(0.70 Hz)となっていることを本実験から示せた。また、図7(b)のFFTで観測された2つのピークの差から、うなりの振動数は $f_2 - f_1 = 0.07$ Hzとして見積もることもできた。

4. 結論

伝統的な物理学実験の一つである振り子実験にArduinoと超音波センサーを組み合わせることで、振り子のおもりの変位に関する膨大なデータを取得できるようになり、定量的な解析が可能となった。振動の実測値にFFTを施すことで、振動数を解析することもできた。本手法は単振動だけでなく、連成振動の解析にも役立つことを示した。手動の実験では振動の周期のみしか計測できないが、本手法では振動波形そのものを可視化できることが特徴であり、FFTすなわちフーリエ変換を学ぶ際の良い教材ともなり得る。本稿が演示実験や学生実験などの様々な物理学実験のICT化・IoT化に役立つことを期待する。

5. 参考文献

- 1) H. Barragán : “Wiring: Prototyping Physical Interaction Design” Master’s thesis, Interaction Design Institute Ivrea, (2004).
- 2) M. Banzi (著), 船田巧 (訳) : “Arduinoをはじめよう”, オライリー・ジャパン, (2011).
- 3) 遠藤隆 : “光位置センサーを用いた振り子の計測”, 佐賀大学全学教育機構紀要 6, 1 (2018).
- 4) M. Lukovic et al. : Phys. Teach. 59 432 (2021).
- 5) L. H. M. de Castro et al. : J. Appl. Math. Phys. 3 631 (2015).
- 6) U. Sari et al. : J. Educ. Compt. Res. 7 698 (2019).
- 7) E. Pratidhina et al. : TEM J. 11 374 (2022).
- 8) 小形正男 (著) : “振動・波動”, 裳華房, (1999).