筆算通書

自不定數題至測學題

四

筆算通書巻之四

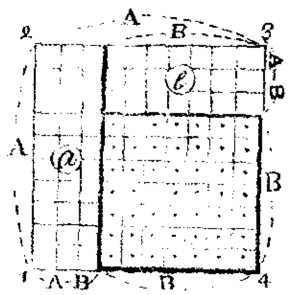
福田理軒閲
福田半考訂
花井静編輯

依代数式作圖究理顯數之法

代数式を以て圖を作り其術理を推究して数を顕はし式中の諸項と圖中の諸段と對應せるコトを知るを要せ

$$A^2-B^2=(A-B)(A+B)$$

此の如き代数式あり圖を作り其術理を推究せるコトを求む



解に曰く右式を視るにA自乗の内B自乗を減すれバAハBより多きことを知る故に意に任せて其線を画く先づAを仮に十寸とし縦線を定め1より2に至り又Aハ自乗なれバ2より3に至り正矩にAの横線を作り又1 2の縦線と2 3の横線に平行し1 4と4 3の縦横二線を作る時ハA正方の形を成す又Bを仮に七寸としA正方の内に於て前の如くB正方形を作り之を脱去する時ハ上圖の如く縦横矩形の積にしてA十寸にAB差三寸を乗するもの(a)三十寸とB七寸にAB差三寸を乗するもの(b)二十一寸と共に五十一寸にして即ちAB和して十

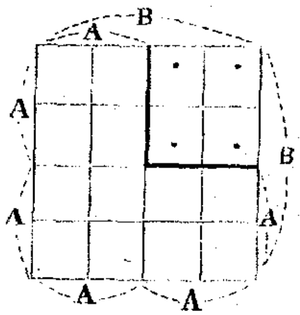
七寸にAB差三寸を乗するものにして五十一寸なり故にA十寸の自乗百寸の内B七寸の自乗四十九寸を減ずるの餘り五十一寸に等し因てA自乗の内B自乗を減ずるもA^2-B^2ハABの和にABの差を乗ずるもの$(A+B)(A-B)$之と適等の式にして本式に合するなり

此の如き代数式あり圖を作り其理を推究しABの数を顕ハすことを求む

$$3A^2+4=B^2$$

解に曰く右の式を視るにAB共に自乗にして4も亦自乗数なり故に先づ4を以て正方形を作る時ハ其方辺ハ即ち二となる之を縦横に引長してBの正方形を作り試

るにAを一寸とする時は其正方形五段にして本式に合はずAを二寸とする時は二寸等辺の正方形三段としてBの正方形と成る故にAは二寸としてBは四寸と以



前例に準し類題を設け初學の為に以考究して圖を作り其数を顕はし以へし

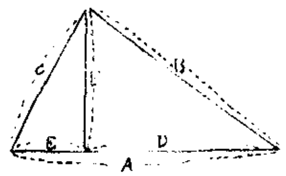
$$8A^2+4=B^2$$

$$7A^2+9=B^2$$

$$16A^2+9=B^2$$

此の如き代数式あり圖を作り其術理を推し應ずる所を求るを欲す

$$B^2C^2=A(A-2E)$$



解に曰く右式を視るにABC共に自乗あり故に之を三辺とし斜三角形を作りBCの隅よりAの中垂線Fを作り之を界としEDを設け弦に於て拔するに勾股の理に準る時は此解二之巻六丁め平方第五題に在りC^2はE^2とF^2と相併へたるE^2+F^2ものなり又B^2はD^2とF^2と相併へたるD^2+F^2ものなり故にB^2の内C^2を減する時は両項のF^2は自然に消去しB^2-C^2變じてD^2-E^2と成る

$$B^2=D^2+F^2 \quad C^2=E^2+F^2$$

$$B^2-C^2=D^2+F^2-(E^2+F^2)$$

$$B^2-C^2=D^2-E^2$$

又$(A-2E)$は$A-E\ E$あり$A-E$はDあり故に$(A-2E)$は$D-E$と以

又$A=D+E$あり故に$A(A-2E)$は変じて$(D+E)(D-E)$と以左の如し

是を視るに前第一條の術に同し之を還原し

$$(D-E)=\frac{B^2-C^2}{A}$$

又之を還原する時ハ本式に等し

$$B^2-C^2=A(A-2E)$$

仍て知る本式ハ即ち

$$D^2-E^2=(D+E)(D-E)$$

故に

$$(D-E)=\frac{D^2-E^2}{D+E}$$

今圖ある処の斜三角の方程にして即ちB自乘の内C自乘を減しDEの和Aを以て除けハDEの差を得仍てDEの和Aを加へ折半してDとし或ハ以てAを減し折半してEとし

$$D=\frac{A+(D-E)}{2}$$

$$E=\frac{A-(D-E)}{2}$$

此條ハ和算に所謂三斜形大股小股の法なり余が考究せる処を以て筆算式に準し之を示す尚此諸法ハ點竄術の専務なれハ茲に其一二を録し餘ハ代微積訳解に詳にし

卜定数題一 自約

a自乘よりb自乘ハ四十八个少し各奇零なき数を問

答 a十三 b十一 或 a八 b四 或 a七 b一

之を視るに四十八の数ハaとbの和とaとbの差との相乘数なり故に此四十八を自約し

$$a^2-b^2=48$$

之を變し

$$(a+b)(a-b)=48$$

$$a=\frac{(a+b)+(a-b)}{2}$$

$$b=\frac{(a+b)-(a-b)}{2}$$

し和差の両数となし之を試む又a b共に折半しうる数なり因て和差の両数偶数なる時ハ奇零なし即ち両項偶数の・此三件を用ひて得る

48×1

24×2·

16×3

12×4·

8×6·

$(a+b)=24$	$a=13$	$(a-b)=2$	$b=11$
$(a+b)=12$	$a=8$	$(a-b)=4$	$b=4$
$(a+b)=8$	$a=7$	$(a-b)=6$	$b=1$

解ニ曰ク a の内 b を減するものを変し a b の和と a b の差を乗するものとする理ハ前第一條ニ詳ニあり又四十八を自約する法ハ一を以て四十八を約すれハ一と四十八なり又二を以て四十八を約すれハ二と二十四と成る又三を以て四十八を約すれハ三と十六と成る又四を以て四十八を約すれハ四と十二とを得る又五を以て約すれハ奇零あり故ニ五ハ約まるをなさず又六を以て約すれハ六と八とを得る又七を以て約すれハ奇零ありて約するをなさず又八を以て約する時ハ還原して前の六と八ニ同し因て茲ニ止り少数を差とし多数を和として以下自約する法ハ之ニ準して知るへし

a b の和ニ倍ニ二十个を加れハ a b 相乗ニ同し各奇零なき数幾何なるや

答 a 八 b 六 或 a 十 b 五

a 十四 b 四　a 二十六 b 三

解ニ曰ク例の如く式を設け点竄して a を求め変換して $(a-2)$ と $(b-2)$ の相乗と二十四との適等の式となる仍て此二十四を自約する時ハ $(a-2)$ と $(b-2)$ の両数をなすへし

故ニ之を自約し各をなる

$$ab=2a+2b+20 \qquad ab-2a=2b+20$$

$$a=\frac{2b+20}{b-2}=2+\frac{24}{b-2} \qquad a-2=\frac{24}{b-2}$$

$$(a-2)(b-2)=24$$

24×1

12×2

8×3

6×4

$(a-2)=24$	$a=26$	$(b-2)=1$	$b=3$	$ab=78$
$(a-2)=12$	$a=14$	$(b-2)=2$	$b=4$	$ab=56$
$(a-2)=8$	$a=10$	$(b-2)=3$	$b=5$	$ab=50$
$(a-2)=6$	$a=8$	$(b-2)=4$	$b=6$	$ab=48$

a b 相乘して a 三段と b 二段を加ふれバ五十四なりと云
各奇零なき数幾何なるや
答 a 八 b 三 或 a 十○b 二 a 十三 b 一

$$ab+3a+2b=54$$

数を補ひ

$$ab+3a+2b+6=60$$

之を変換し

$$(a+2)(b+3)=60$$

仍て六十を自約せ

60×1
30×2
20×3
15×4
12×5
10×6

$(a+2)=15$　$a=13$　$(b+3)=4$　$b=1$
$(a+2)=12$　$a=10$　$(b+3)=5$　$b=2$
$(a+2)=10$　$a=8$　$(b+3)=6$　$b=3$

解に曰く式を設け補数して之を変換し a と二の和と b と三の和を乗するものと六十と適等の式を得る仍て六十を自約し此二項の数になるもの一と六十又二と三十又

三と二十共に実或ハ負数を得る故に之を用ひず四と十五又五と十二又六と十を用ひ答数を求む
a b 相乘し a 六段を加へ b 三段を減ざれバ百十四なりと云各奇零なき数幾何なるや
答 a 十一 b 六 或 a 十五 b 二

$$ab+6a-3b=114$$

数を補ひ

$$ab+6a-3b-18=96$$

之を変換し

$$(a-3)(b+6)=96$$

1×96
2×48
3×32
4×24
6×16
8×12

解に曰く上圖に依て九十六を自約し両項の数を求め試るに一二三四六の五件ハ負或ハ反對を得る仍て之を用

$(a-3)=12$　$a=15$
$(b+6)=8$　$b=2$
$(a-3)=8$　$a=11$
$(b+6)=12$　$b=6$

ひそ八と十二を以て二件の答数をゆる

上下二巻の新聞日誌あり其冊数合て三十四冊にして紙数四百四十八枚あり上下二巻の紙数合て二十六枚なりして上より下ハ冊数紙数共に多しと云上下の冊数及ひ紙数を問

答　上十六冊　十枚宛　下十八冊　十六枚宛

或　上十四冊　十二枚宛　下二十冊　十四枚宛

冊数差＝x　紙数差＝y

上冊数＝a　下冊数＝b

上紙数＝$\mathfrak{a}$　下紙数＝$\mathfrak{b}$

$a=\frac{34-x}{2}$　$b=\frac{34+x}{2}$

$\mathfrak{a}=\frac{26-y}{2}$　$\mathfrak{b}=\frac{26+y}{2}$

$\left(\frac{34-x}{2}\right)\mathfrak{a}+\left(\frac{34+x}{2}\right)\mathfrak{b}=448$

$34\hat{\mathfrak{a}}-x\overset{*}{\mathfrak{a}}+34\hat{\mathfrak{b}}+x\overset{*}{\mathfrak{b}}=448\times2$

$\mathfrak{a}+\mathfrak{b}=26$

故

$34\times\hat{26}-(\mathfrak{a}\overset{*}{-}\mathfrak{b})x=896$

$\mathfrak{a}-\mathfrak{b}=\frac{26-y}{2}-\frac{26+y}{2}=-y$

故

$34\times26+\overset{*}{y}x=896$

$yx=896-884=12$

解に曰く上の冊数をaとし下の冊数をbとし其差をxに命し上の紙数を$\mathfrak{a}$とし下の紙数を$\mathfrak{b}$とし其差をyに命し式とゆる$\mathfrak{a}$ $\mathfrak{b}$の和を二十六枚に変し又

$xy=12=2\times6$

x或$y=2$　y或$x=6$

$a=\frac{34-2}{2}=16$　$b=\frac{34+2}{2}=18$

$\mathfrak{a}=\frac{26-6}{2}=10$　$\mathfrak{b}=\frac{26+6}{2}=16$

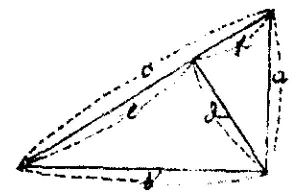
又

$a=\frac{34-6}{2}=14$　$b=\frac{34+6}{2}=20$

$\mathfrak{a}=\frac{26-2}{2}=12$　$\mathfrak{b}=\frac{26+2}{2}=14$

$\mathfrak{a}$ $\mathfrak{b}$の差をyに変し精式をゆるにxにyを乗するものと十二の適等あり仍て此十二を自約し二と六とし之を互にxとyに用ひ二件の答数を知る又十二を自約するに一と十二或ハ三と四も相同じと雖ども三十四冊及ひ二十六枚皆偶数なれバ一或ハ三を用ゆる時ハ折半して

不尽数を以る故に之を用ひざるなり



正三角形あり勾股の和七十寸弦中勾の和七十四寸あり開方によらずして各を求るを欲す

答

長弦三十二寸　短弦十八寸　弦五十寸

勾三十寸　股四十寸　中勾二十四寸

解に曰く勾をaに命し股をbとし弦をcとし其中垂線の中勾をdとし長弦をeとし短弦をfとし故に$a\,b$の和ハ七十寸あり$c\,d$の和ハ七十四寸あり仍て$c\,d$相併へ之を自乗して内$a\,b$の和自乗を減し之を以て七十四寸自乗の内七十寸の自乗を減ずると適等し方程式とはし之を視るに勾自乗に股自乗を加るものハ弦自乗に同しく又弦に中勾を乗ずるものハ勾に股を乗ずるものと共に勾股の積に倍まして相同し故に此△※等の正負を消去しd^2と五百七十六との適等の精式を得る

勾$=a$　股$=b$　弦$=c$

中勾$=d$　長弦$=e$　短弦$=f$

$$a+b=70 \qquad c+d=74$$

$$(c+d)^2-(a+b)^2=74^2-70^2$$

$$\underset{\triangle}{c^2}+\underset{※}{2cd}+d^2-\underset{\triangle}{a^2}-\underset{※}{2ab}-\underset{\triangle}{b^2}=576$$

$$c^2\underset{\triangle}{=}a^2+b^2 \qquad cd\underset{※}{=}ab$$

故に同体の正負を消去し

$$d^2=576$$

又比例に依て$f\,e$の象をは

$$f:d::d:e \qquad fe=d^2=576$$

又

$$(a-f)(a+f)=d^2=576$$

$$(b-e)(b+e)=d^2=576$$

又比例式に依て$f\,e$相乗とd^2の適等を得又中勾冪ハ股冪b^2と長弦冪e^2との相減ずるものの或ハ勾冪a^2と短弦冪

d^2し相減するものなり故に各を変し此解ハ未来第一ニ由り中勾冪d^2ハ股と長弦の差ニ股と長弦の和を乗するものとし或ハ勾と短弦の差ニ勾と短弦の和を乗するものとし仍てd^2五百七十六ハ四件の相乗数あることを知り先之を自約し同数を取る時ハ二十四に二十四の乗するものなり故に中勾dを二十四寸とす又五百七十六を自約し十八と三十二を得少数十八を短弦fとし多数三十二を長弦eとし両数相併へ弦c五十寸を得る又五百七

$$d^2=576=24\times24 \quad \therefore\ d=24$$

$$fe=576=18\times32 \quad \therefore\ f=18 \quad e=32 \quad c=f+e=50$$

$$(a-f)(a+f)=576=12\times48 \quad \therefore\ a=\frac{12+48}{2}=30$$

$$(b-e)(b+e)=576=8\times72 \quad \therefore\ b=\frac{8+72}{2}=40$$

十六を自約し十二と四十八を得少数十二を$(a-f)$とし多数四十八を$(a+f)$とし相併へ折半し勾a三十寸とし又五百七十六を自約し八と七十二を得少数八を$(b-e)$とし多数七十二を$(b+e)$とし相併へ折半し股b四十寸を知る

不定数題二 翦管

不定数題ハ必らず多元の虚命を帯するなり故に此法ハ式中ニ於て其内の一元を求むるに必らず分母子の不尽あり之を括て某と名け以て其他の元を求むるに亦分母子の不尽ある時ハ又之を括て某と名け逐て此の如くして分母子の不尽なき時ハ之に止り其数より遡推して奇零なき答数を得るなり

二人の牧夫共ニ六十二匹の羊を飼へり甲の牧夫云我羊ハ一次ニ三匹宛賣れバ残なしと乙の牧夫云我羊ハ一度ニ四匹宛買入たりと各飼ふ所の羊ハ幾何なるや

答　甲次数十八　乙度数二　餘ハ解末ニ記す

解ニ曰く
甲次数をxニ命し
乙度数をyニ命し
式を設け
xを求む

甲次数 $=x$　乙度数 $=y$

$3x+4y=62$　$3x=62-4y$

$x=\frac{62-4y}{3}=20-y+\left(\frac{2-y}{3}\right)$

此不尽 $\left(\frac{2-y}{3}\right)$ の一項をpと名け之を括る即ち
yハ其理必らズ二より多し仍て其位置を轉じxを求むるニハ此正負を変すへし又pを還原してyを求む

$\frac{y-2}{3}=p$　$y-2=3p$

$y=3p+2$

$x=20-y-p=20-3p-2-p$

$x=18-4p$　$y=2+3p$

茲ニ於てpの数を定むる時ハx及びyを知る之を試むる左の如し

$p=0\begin{cases}x=18\\y=2\end{cases}$　$3x=54$　$4y=8$

$p=1\begin{cases}x=14\\y=5\end{cases}$　$3x=42$　$4y=20$

$p=2\begin{cases}x=10\\y=8\end{cases}$　$3x=30$　$4y=32$

$p=3\begin{cases}x=6\\y=11\end{cases}$　$3x=18$　$4y=44$

$p=4\begin{cases}x=2\\y=14\end{cases}$　$3x=6$　$4y=56$

pの数0より四ニ至り五件の答数となる

士と農と共ニ其人数を知らされども會遊して士ハ各十三元の銀を遣ひ農ハ各銀九元を遣ひしニ士の人員費ス処ハ農の人員費ス処より一元多しと云各幾員なるや

答　士七員　農十員　餘ハ解末ニ挙ぐ

解ニ曰ク士の人数をxニ命シ農の人数をyニ命シ式を設けりを求むるに不尽の分母子をとり之をPと名け又之を還原シ式としxを求むるニ又不尽の分母子あり又之をqと名けxを括り又yを還原シ式としPを求むるに

士人員 $=x$　農人員 $=y$　$9y=13x-1$

$$y=\frac{13x-1}{9}=x+\frac{4x-1}{9}\qquad \frac{4x-1}{9}=p$$

$$4x-1=9p\qquad 4x=9p+1\qquad x=\frac{9p+1}{4}$$

$$x=2p+\frac{p+1}{4}\qquad \frac{p+1}{4}=q\qquad x=2p+q$$

$$p+1=4q\qquad p=4q-1$$

$$x=2(4q-1)+q=9q-2$$

$$y=x+p=9q-2+4q-1=13q-3$$

仍て数を試む

$$q=1\begin{cases}x=7\\ y=10\end{cases}\qquad \begin{matrix}13x=91\\ 9y=90\end{matrix}$$

$$q=2\begin{cases}x=16\\ y=23\end{cases}\qquad \begin{matrix}13x=208\\ 9y=207\end{matrix}$$

$$q=3\begin{cases}x=25\\ y=36\end{cases}\qquad \begin{matrix}13x=325\\ 9y=324\end{matrix}$$

不尽の分母子を帯びたを仍て此Pを以て前にはるyを及びxを解きxはq九段の内二を減ずるものをはりyはq十三段の内三を減ずるものをはる故にq数を定め一とし或は二とし三とし之を求めば際限なき答数を知る

米蔵に米十四俵麦蔵に麦八俵あり米蔵は毎日米十七俵宛收加し麦蔵は日々麦十三俵宛收加せしに今両蔵に有所の俵数相等しと云各收る所の日数幾何なるや

答　米蔵收五日　麦蔵收七日

解ニ曰く米の收る日数をxに命し麦の收る日数をyに命し式を設けりを求るに不尽の分母子あり此項をPと名け以てyを括り又Pを還原し式としxを求るに又不

尽の分母子あり之をqと名け以てxを括り又qを還原し式としpを求るに不尽なし仍て此pを以てx及yを解きxハ十三段のqに五を加るものをyハ十七段のqに七を加るものを得此qを○と定むる時ハx米日数五日y麥日数七日とし又qを一と定むる時ハx米日数十八日y麥日数廿四日とし此の如くし多件の答を知る

米日数$=x$　麥日数$=y$

$$13y+8=17x+14$$

$$13y=17x+14-8$$

$$y=\frac{17x+6}{13}=x+\frac{4x+6}{13}$$

$$\frac{4x+6}{13}=p \qquad y=x+p$$

$$4x+6=13p \qquad 4x=13p-6$$

$$x=\frac{13p-6}{4}=3p-1+\frac{p-2}{4}$$

$$\frac{p-2}{4}=q \qquad x=3p-1+q$$

$$p-2=4q \qquad p=4q+2$$

以各を解き

$$x=3p-1+q=12q+6-1+q$$
$$=13q+5$$

$$y=x+p=13q+5+4q+2$$
$$=17q+7$$

士卒を南北の数隊に分るあり南の一隊ハ士二十一人卒八十五人北の一隊ハ士九人卒百二十二人なり士より卒ハ九百九十八人多しと云南北各幾隊なるや

答　南五隊　北六隊

解に曰く南の隊数をxと命し北の隊数をyと命し式を設け點竄してxを求るに不尽あり其分子此yの代数を帶る数分母の半数より多し故に数を補ひyの代数を帶るの分子其分母の半数より多きと知れハ必らず補数して之を変じ其分子ハ分母の半数より少なるを要す之を変じ再ひxを求るに不尽あり此不尽の代数yを帶るの分子ハ十五にして分母六十四の半数より少し恒に之を要す後之に倣へ之をpと名け以てxを括り又pを還原し式としてyを求るに不尽あり之をqと名け以てyを括

南隊数$=x$ 北隊数$=y$ $21x+9y=85x+122y-998$

$64x=998-113y$ $x=15-y+\frac{38-49y}{64}$

$64x=998-128y+15y$ $x=15-2y+\frac{38+15y}{64}$ $\frac{38+15y}{64}=p$

$x=15-2y+p$ $15y=64p-38$ $y=4p-2+\frac{4p-8}{15}$ $\frac{4p-8}{15}=q$

$y=4p-2+q$ $4p=15q+8$ $p=4q+2-\frac{q}{4}$ $\frac{q}{4}=r$

$p=4q+2-r$ $q=4r$

以各を解き

$p=4q+2-r=16r+2-r=15r+2$

$y=4p-2+q=60r+8-2+4r=64r+6$

$x=15-2y+p=15-128r-12+15r+2=5-113r$

り又qを還原し式とし又数を補ひpを求るに不尽あり之をrと名け以てpを括り又rを還原し式としqを求るに不尽なく四倍のrをばる之を以て各

を解くよりxハ六十四倍のrに六を加ふるものにしてxハ五の内百十三倍のrを減るものなり仍て之を考るに百十三倍のrを五の内減るを視れハrハ其数微少にして必ら必空に近し故にrを〇と定めバxハ五にして南の隊数となりyハ六にして北の隊数となす又rを一と定むる時ハxの数変して負と成り題意に合せざるなり

三種の茶共に二十一斤あり此價銀二十圓四十一錢なり上一斤の代銀ハ一圓十錢中一斤の代銀ハ九十三錢下一斤の代銀ハ八十錢なり三種の茶各幾斤なるや

答　上茶九斤　中茶七斤　下茶五斤

解に曰く上の斤数をxと命し下の斤数をyと命し中の

上斤数 $= x$　下斤数 $= y$　中斤数 $= z = 21 - x - y$

$$110x + 93(21 - x - y) + 80y = 2041$$

$$17x - 13y + 21 \times 93 = 2041 \qquad 13y = 17x - 88$$

$$y = x - 6 + \frac{4x - 10}{13} \qquad \frac{4x - 10}{13} = p \qquad y = x - 6 + p$$

$$4x = 13p + 10 \qquad x = 3p + 2 + \frac{p + 2}{4} \qquad \frac{p + 2}{4} = q$$

$$x = 3p + 2 + q \qquad p = 4q - 2$$

以 x y を解き

$$x = 3p + 2 + q = 12q - 6 + 2 + q = 13q - 4$$

$$y = x - 6 + p = 13q - 4 - 6 + 4q - 2 = 17q - 12$$

斤数を z として之を解き式を設け点竄し y を求るに不尽あり之を p と名け以て y を括り又 p を選原し式とし x を求るに又不尽あり之を q と名け以て x を括り q を選原し式とし p を求るに不尽なく q 四倍の内二を減るものとし之を以て x 及 y を解くに

x は q 十三倍の内四を減し y は q 十七倍の内十二を減るものとなる仍て q を一と定め之を試み x 九となる上の斤数とし y 五となる下の斤数となれば一斤の内此両位を減し中の斤数七斤と知る又 q を一个以上とする時は中の斤数負象となりて題意に合せざれ故に q は一を定数とな

貯金若干圓を以て米或は麥を求むるに金壹圓に九斗五升の米を買バ四斗五升俵とし端米一斗五升残り又金一圓に一石一斗二升の麥を買時は三斗八升俵にして端麥六升あり其貯金は幾何なるや

答　貯金百十一圓　或は二百八十二圓

解に曰く貯金の負数を x と命し三斗八升俵と四斗五升

俵と其俵数の差をyと命しxと九斗五升を乗し端米一斗五升を減し俵入四斗五升を以て除き米の俵数とし又xに一石一斗二升を乗し内端麦六升を減し俵入三斗八升を以て除き麦の俵数とし内米の俵数を減しyと適等し式をは点竄しxを求るに不尽あり之をpと名け以てxを括りpを還原し式とし又yを求るに不尽あり之をqと名け以てyを括りqを還原し式としpを求むるに不尽あり之をrと名け以てpを括りrを還原し式としqを求るに不尽なくr三倍に二を加るものなり之を以て各を解きxはr百七十一段に百十一を加るものを得る仍てrを定め空とし百十一を以て貯金とす尚rを一

とする時ハ貯金二百八十二圓なり或ハ二とし三とし任意に多件の答数を得べし

貯金$=x$　米麦俵数差$=y$　$\frac{112x-6}{38}-\frac{95x-15}{45}=y$

$45\times112x-45\times6-38\times95x+38\times15=38\times45\times y$

$1430x+300=1710y$　$143x=171y-30$

$x=\frac{171y-30}{143}=y+\frac{28y-30}{143}$　$\frac{28y-30}{143}=p$

$x=y+p$　$28y=143p+30$　$y=5p+1+\frac{3p+2}{28}$

$\frac{3p+2}{28}=q$　$y=5p+1+q$　$3p=28q-2$

$p=9q+\frac{q-2}{3}$　$\frac{q-2}{3}=r$　$p=9q+r$

$q=3r+2$

以各を解き

$p=9q+r=27r+18+r=28r+18$

$y=5p+1+q=140r+90+1+3r+2=143r+93$

$x=y+p=143r+93+28r+18=171r+111$

或人家鶏(ニハトリ)を買あり公鶏(ヲンドリ)牝鶏(メンドリ)鶴(ツル)共ニ五十羽の價十五ギュルデン九ストイフルあり公鶏ハ一羽八ストイフル牝鶏ハ一羽十ストイフル半鶴ハ一羽一ストイフル半ありと云各幾羽宛あるや 但し一ギュルデンハ二十ストイフルあり

答 公鶏十八羽 牝鶏十三羽 鶴十九羽

解ニ曰く公鶏の数をxと命し牝鶏の数をyニ命し五十羽の内x yを減し鶴の数を以zとし各一羽の價を乗し十五ギュルデンニ二十を乗し九ストイフルを加ると適等し式を以点竄しxを求るニ不尽あり之をpと名け以てxを括り又pを還原し式としyを求るニ不尽あり之をqと名け以てyを括り又qを還原し式とし数を補ひpを求るニ不尽あり之をrと名け以てpを括り又rを還原し式としqを求るニ不尽なく三段のrとはし之を以て各を解きyハr十三倍としxハ三十六の内十八倍のr

公鶏数$=x$ 牝鶏数$=y$ 鶴数$=z=50-x-y$

$$8x+10\frac{1}{2}y+1\frac{1}{2}(50-x-y)=15\times20+9$$

$$16x+21y+3\times50-3x-3y=618$$

$$13x+18y+150=618 \qquad 13x=468-18y$$

$$x=36-y-\frac{5y}{13} \qquad \frac{5y}{13}=p \qquad x=36-y-p$$

$$5y=13p \qquad y=2p+\frac{3p}{5} \qquad \frac{3p}{5}=q \qquad y=2p+q$$

$$3p=5q \qquad p=2q-\frac{q}{3} \qquad \frac{q}{3}=r \qquad p=2q-r$$

$$q=3r$$

以各を解き

$$p=2q-r=6r-r=5r$$

$$y=2p+q=10r+3r=13r$$

$$x=36-y-p=36-13r-5r=36-18r$$

を減るものを以る仍てrを定め一とする時ハx十八を以公鶏の数としy十三を以牝鶏の数とし又五十羽の内x及ひyを減し乙十九を以雛の数とし尚rを空とし或ハ二とする時ハx或ハy空ふして題意に背くべし仍てrハ一を以て定数とす

甲乙の銃隊的中を試験するあり甲ハ四百放乙ハ三百四十放ふして其的中の九ハ共に七百十一放なりと云各幾何分の的中なるや

答　甲的中九分七厘　乙的中九分五厘

解ニ曰く各の的中を百分之若干分とし甲の分子をxに命し乙の分子をyに命しxに四百放を乗し百分を以て約し甲の中九とし三百四十放にyを乗し百分を以て約し乙の中九とし相従へ七百十一放と適等し式と以点竄

甲分子$=x$　乙分子$=y$　$\frac{340y}{100}+\frac{400x}{100}=711$

$20)\underline{340y+400x=71100}$　$17y=3555-20x$

$y=\frac{3555-20x}{17}=209-x+\left(\frac{2-3x}{17}\right)$　$\frac{3x-2}{17}=p$

$y=209-x-p$　$3x=17p+2$　$x=6p+1-\frac{p+1}{3}$

$\frac{p+1}{3}=q$　$x=6p+1-q$　$p=3q-1$

以各を解き

$x=6p+1-q=18q-6+1-q=17q-5$

$y=209-x-p=209-17q+5-3q+1=215-20q$

しyを求るに不尽ありこれをpと名け以てyを括り又pを還原し式としxを求るに不尽ありこれをqと名け以てxを括り又qを還原し式としpを求るに不尽なく三倍

のqの内一を減るものとする之を以て各を解くにxハq十七倍の内五を減ずるものなりyハ二百十五の内q二十倍を減ずるものなり茲に於て按ずるにy xハ甲乙の分子にして其的中の歩数なれバ甲乙共に相似たる数なるべく尚百分の若干分と云意なれバ甲乙共に必らズ百より内の数を要とズ然るにqを一とする時ハxハ十二にしてyハ百九十五となりxハ少くしてyハ百分の外に出て共に答をなさズ仍てqの数を二或ハ三四五と遞推して之を試るにqの数を六とする時ハxハ九十七となりyハ九十五にして其歩数に合せ故に之を百分に約し各的中の歩率とす

金券を數封に包むあり其數を知らズ三枚宛に包めバ一枚餘り五枚宛包めハ過不足なく調度なり又七枚宛包めバ二枚餘ると云此金券幾何の數なるや

答　金券　百枚

金券数 $=x$

包数和 $=y$

$$\frac{x-1}{3}+\frac{x}{5}+\frac{x-2}{7}=y$$

$$35x-35+21x+15x-30=105y$$

$$71x=105y+65 \qquad x=y+\frac{34y+65}{71}$$

$$\frac{34y+65}{71}=p \qquad x=y+p \qquad 34y=71p\ 65$$

$$y=2p-2+\frac{3p+3}{34} \qquad \frac{3p+3}{34}=q$$

$$y=2p-2+q \qquad 3p=34q-3$$

$$p=11q-1+\frac{q}{3} \qquad \frac{q}{3}=r \qquad p=11q-1+r$$

$$q=3r$$

以各を解き

$$p=11q-1+r=33r-1+r=34r-1$$

$$y=2p-2+q=68r-2-2+3r=71r-4$$

$$x=y+p=71r-4+34r-1=105r-5$$

解ニ曰く金券の数をxニ命シ総包数の和をyニ命シ式を設け点竄シxを求るニ不尽あり之をpと名け以てxを括り又pを還原シ式とシ数を補ひyを求るニ不尽あり之をqと名け以てyを括り又qを還原シ式とシpを求るニ不尽あり之をrと名け以てpを括り又rを還原シqを求るニ不尽なく三段のrを得る以て各を解きxハr百。五倍の内五を減せるものを得るrを一と定め答数百枚とし、rを或ハ二とし三とし際限なき答数を知る

空眼一千間の測場あり此所を一丈三尺五寸の竿を以て之を計るニ七尺五寸盈り又一丈四尺七寸の竿を以て之を計るニ五尺一寸盈ると云　此定間数幾何なるや

答　定間数九百九十八間

解ニ曰く始の竿数をxニ命シ后の竿数をyニ命シ式を設け点竄シxを求るニ不尽あり之をpと名け以てxを

始竿数$=x$　　后竿数$=y$

$135x+75=147y+51$　　$3)\,135x=147y-24$

$45x=49y-8$　　$x=y+\frac{4y-8}{45}$　　$\frac{4y-8}{45}\ p$

$x=y+p$　　$4y=45p+8$　　$y=11p+2+\frac{p}{4}$

$\frac{p}{4}=q$　　$y=11p+2+q$　　$p=4q$

以各を解き

$y=11p+2+q=44q+2+q=45q+2$

$x=y+p=45q+2+4q=49q+2$

題数を試験き

$\frac{51\times135+75}{60}=116$

$\frac{407\times147+51}{60}=998$

$\frac{443\times135+75}{60}=998$

括り又pを還原し式としyを求るに不尽あり之をqと
名け以てyを括り又qを還原し式としpを求るに不尽
なくq四倍を得る以て各を解きyハ四十五倍のqに二
を加るものにしてxハ四十九倍のqに二を加るものな
り試ミにqを一としx五十一竿を以一丈三尺五寸を乗
し七尺五寸を加へ間率六尺を以て約し其長百十六間を
得る以て空眼千間に比するに凡そ九分の一なり仍てq
の数を九と定めy四百〇七竿とx四百四十三竿を以y
に一丈四尺七寸を乗し五尺一寸を加へ又xに一丈三尺
五寸を乗し七尺五寸を加へ各間率六尺を以て約し共に
九百九十八間を以て空眼千間に近き答数を知る

圖の如き書札あり
墨肙の負数を補ふ
ことを欲す其数幾何
なるや

答

代銀五千五百五十九ドル
一箱ニ付　十七ドル

解に曰く一箱の價をxに命し代銀の墨附五十九ドルの
上ハ百ドルの位に相當すればyに百を乗ずるものに命
し式を設け点竄しyを求るに不尽あり之をpと名け以
てyを括り又pを還原し式とし数を補ひxを求るに不
尽あり之をqと名け以てxを括り又qを還原し式とし

一箱價 x　代金上墨附 $=100y$　$100y+59=327x$

$100y=327x-59$　$y=\frac{327x-59}{100}=3x+\frac{27x-59}{100}$

$\frac{27x-59}{100}=p$　$y=3x+p$　$27x-59=100p$　$x=4p+2-\frac{8p-5}{27}$

$\frac{8p-5}{27}=q$　$x=4p+2-q$　$8p=27q+5$　$p=3q+\frac{3q+5}{8}$

$\frac{3q+5}{8}=r$　$p=3q+r$　$3q=8r-5$　$q=3r-1-\frac{r+2}{3}$

$\frac{r+2}{3}=s$　$q=3r-1-s$　$r=3s-2$

以各を解き

$q=3r-1-s=9s-6-1-s=8s-7$

$p=3q+r=24s-21+3s-2=27s-23$

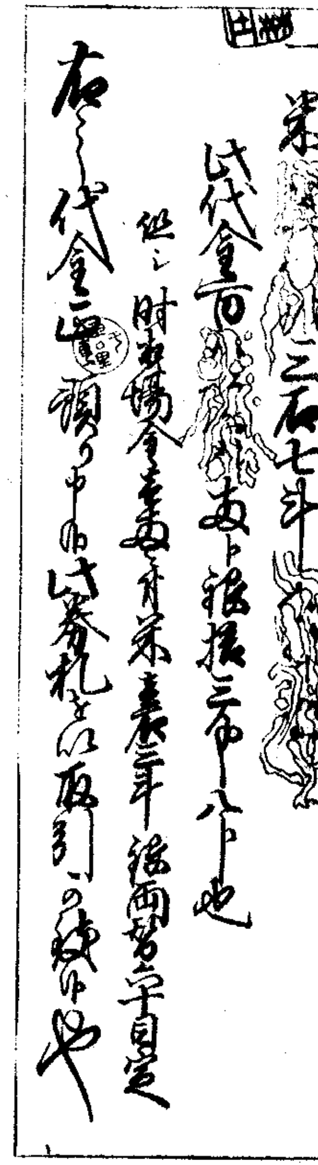
$x=4p+2-q=108s-92+2-8s+7=100s-83$

$y=3x+p=300s-249+27s-23=327s-272$

pを求るに不尽あり之をrと名け以てpを括り又rを還原し式とし数を補ひqを求るに不尽あり之をsと名け以てqを括り又sを還原し式としrを求るに不尽なくs三段の内二を減するものを得る之を以て各を解きxハs百倍の内八十三を減ずるものとしてyハs三百二十七の内二百七十二を減ずるものを得る仍てsを一と定むる時ハxハ十七として即ち一箱に付墨附の数十七ドルと知りyハ五十五となる之に百を乗し五千五百と知り即ち五十九ドル上の墨附の数を知る

尚此題及ひ次の題の如く下数を知て上数を求るにハ必らす下数の一級上の位数を乗ずる相乗数とし其術

を施しを要とせへし


一 米　二石七斗
此代金百　両ト銀振三匁八分也
但し時相場金壹両ニ付米壹石三斗銀両替六十目定
右之代金正ニ請取申候此券札を以取引之證ト為也

圖の如き古券あり虫蝕の為に負数を損し分明ならす試ミ
に之を補ふことを欲す其虫蝕せし所の負数幾何なるや

答

米高「二百五十」三石七斗九升九合

代金百「九十五」両ト銀十三匁八分

解に曰く銀両替六十目を以て端銀十三匁八分を除き永

$端金=\frac{13{,}8}{60}=0{,}23$　　$端米=13\times0{,}23=2{,}99$　　$37\ 2-35$

$百以下金=x$　　$三石以上米=100y$　　$13(100+x)=100y+35$

$13x=100y+35-1300$　　$x=\frac{100y-1265}{13}=8y-97-\frac{4y+4}{13}$

$\frac{4y+4}{13}=p$　　$x=8y-97-p$　　$4y=13p-4$　　$y=3p-1+\frac{p}{4}$

$\frac{p}{4}=q$　　$y=3p-1+q$　　$p=4q$

以各を解き

$y=3p-1+q=12q-1+q=13q-1$

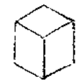
$x=8y-97-p=104q-8-97-4q=100q-105$

銭二百三十文と成る之に一石三斗を乗し二斗九升九合を得る此九升九合ハ七斗以下虫蝕の負数にして二斗ハ七斗の内に籠れり仍て三石七斗の内此二斗を減し三石五斗とし代金百以下の虫蝕負数をxに命し又三石以上虫蝕の

負数ハ五斗を一の位とし三石以上の級ハ百の位にして十石に相當すれバ上虫蝕負数をりに十石を乗ずるものに命し之に三石五斗を加へ又百両にxを加へ一石三斗を乗ずると適等し式と以点竄し数を補ひxを求るに不尽あり之をpと名け以てxを括り又pを還原し式としyを求るに不尽あり之をqと名け以てyを括り又qを還原し式としpを求るに不尽なくq四倍とし以て各を解きyハq十三倍の内一を減ずるものにしてxハq百倍の内百〇五を減ずるものなりqを一とする時ハxの数反減して負と成る仍て書面の旨に合へバqを定め二とす。時ハx九十五を得即ち百以下の虫蝕にして百と加へ其代金百九十五両と銀十三匁八分と知る又yハ二十五を得る之に百を乗じ二千五百と成る即ち斗を一の位とし之を遍推すると是ハ二百五十石なり之に三石五斗と先に求める二斗九升九合を加へ二百五十三石七斗九升九合と知るなり

求積一 面積

測量學（測量とハ諸算法の總稱にして測天量地の法のみを指に非ず）の專要ハ點線面体四則の理を明辨せざれバ必らズ此門に入ると能ハズ夫點とハ唯指示する処の一点にして・此の如く最も初發にして未だ其形ちを得ざるが如く測量を施すと能ハズ然れども其數を累次すれバ数点と成り其多少を測量す

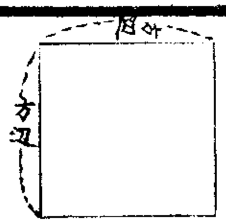
べし又點を引長すれバ線と成り ― 此の如く漸く形ちを
為し其長短を測量すべし又此線を縦或ハ横に擴充すれ
バ方形をなし□此の如く全く平面にして即ち面積なり
其廣狹を測量すべし又面積に線を乗すれバ立方形を成
し此の如く厚高を生し体積と成る其実体の厚薄或
ハ軽重をも測量すべし即ち前説の如く点ハ未ざ形ちを
なさバ其数をはかるなり線ハ漸く形ちを成し整数をは
かるものなり面ハ其形ち平面を成し相乗数し成れり体
ハ其形ち實体を成し再乗の数と成る能く此四則の旨を
分明にすべし尚初學の比例式幾何法と雖も此理に關係
せざるハなし又点線ハ面体に比すれバ其理自ら軽易な

らん此書全巻の術中に於て自然に了解すべし今面積の
一隅を擧て其概畧を説示し以是測学入門の專要なれバ能
く其法を熟習すべし尚体積の如きハ後巻に詳かなれバ

正方形あり其面積を求む方辺十寸なる時ハ其
面積幾何をはかるや

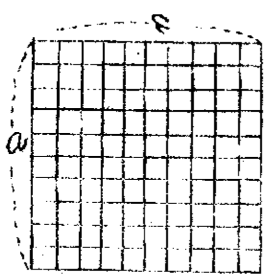
答　面積百○○寸

解に曰く方辺十寸ハ其一辺ハ縦
線の十个なり又一辺ハ横線の十
个なり縦線の十个に横線の十个を乗すれバ个
々皆方形を為し百个をはかる即ち横線に従ふ所
の一寸に一寸を乗する方形十个あり之を縦線



面積 $=x$　方辺 $=a$

$x=a^2=10^2=100$

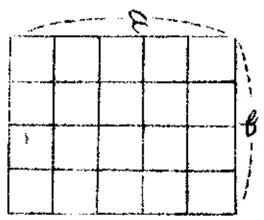


の如く十級累ぬれバ一寸の自乘数百個にして其面積百
寸となる即ち一寸の正方百個なり
又云前条の数を倍蓰して方辺を百寸とする時ハ縦横共
に其十分之一の一個の方辺ハ十寸なりされバ其十寸に
十寸を乘ずる正方百個なり其一個ハ前条の正方百寸に
同じければ之を百個累ぬる時ハ一万寸と成る即ち前圖
に準ずる時ハ十寸に十寸を乘ずる面積百寸のもの下の横
行に十個ありて千寸なり之を縦の十級累ぬる時ハ一萬
寸と成る是則ち前条の数方辺ハ十倍しうるものにして
其面積ハ百倍となるなり縦横相乘ずれバなり
左圖の如き矩形あり其面積を求む平四寸にして長五寸な

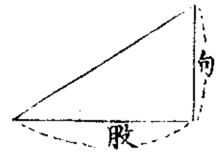
面積$=x$　長$=a$　平$=b$

$x=ab=5\times4=20$

り面積幾何となるや
答　面積二十寸
解に曰く下圖の如く平四寸ハ縦線
にして四個あり長五寸ハ横線とし
て五個あり縦線の四個に横線の五個を乘ずれ
ハ其個々毎に面を成し一寸に一寸を乘ずる正
方下の横線に五個あり之を縦線個の四級累ぬ
れバ既に二十個の面積にして即ち二十寸なり
又此個々の一寸に一寸を乘ずる正方を以て前条の十寸
に十寸を乘ずる百寸の正方とする時ハ此矩形の面積二
千寸と成り即ち長ハ五十寸にして平ハ四十寸と成る也



長平の線ハ十倍を増なり是則ち線ハ
整数なして面積ハ相乗数なれバなり能く考ふべし



面積＝x　勾＝a

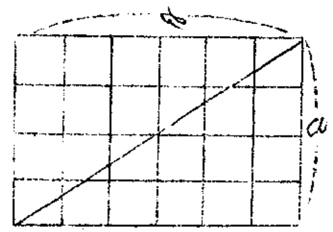
股＝b　$x=\frac{ab}{2}$

$x=\frac{4\times6}{2}=12$

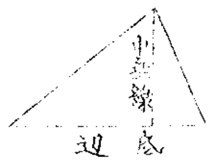
正三角あり勾四寸なし股六寸なり其
面積を求る幾何なるや

答　面積十二寸

解ニ曰く勾aの縦線四寸ニ股
bの横線六寸を乗ずれバ一寸
ニ一寸を乗ずる个々の正方二十四ニして
右圖の如く矩形の積と成り勾股の積二倍
をなる仍て之を折半して此面積と爲



斜三角あり底辺下斜なり八ヒートト中垂線中勾なり五ヒートトなして



面積＝x

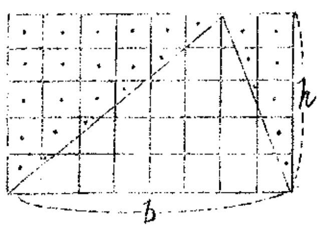
底辺＝b　中垂線＝h

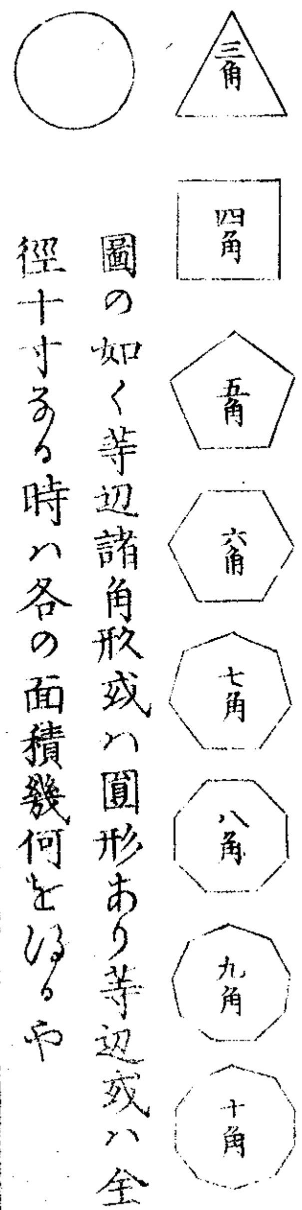
$x=\frac{bh}{2}=\frac{8\times5}{2}=20$

此面積幾何をなるや

答　面積二十ヒートト

解ニ曰く底辺b八ヒートトニ中
垂線h五ヒートトを乗ずれバ
ヒートトニ一ヒートトを乗ずる个
々の正方四十として矩形の面積と成り斜
三角の面積二倍をなる仍て折半してなる





圖の如く等辺諸角形或ハ圓形あり等辺或ハ全
徑十寸なる時ハ各の面積幾何をなるや

答

等辺三角形	四十三寸三〇一二七
同 四角	百〇〇寸
同 五角	百七十二寸〇四七七四
同 六角	二百五十九寸八〇七六二
同 七角	三百六十三寸三九一二四
同 八角	四百八十二寸八四二七一
同 九角	六百一十八寸一八二四二
同 十角	七百六十九寸四二〇八八
圓形	七十八寸五三九八一

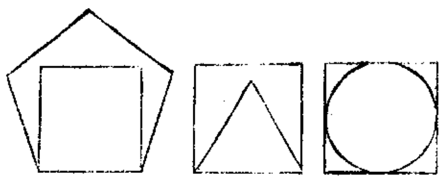
解ニ曰く辺或ハ径十寸を自乗すれハ前条正方題の如く一寸自乗の正方百个と成り辺十寸正方の面積百寸となる之ニ其定法の面積率を乗すれバ圖の如く圓形ハ其四隅を脱去し七十八寸五餘となり三角形ハ正方三辺の所を脱去し四十三寸三餘と成り四角形ハ正方ニ同しく五角形ハ其四辺ニ増加し百七十二寸余となる

面積 $= x$　辺或径 $= a$

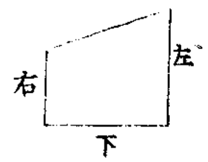
某積率 $= n$　$x = a^2 n = 100n$

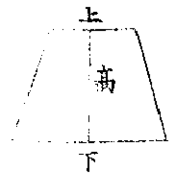
面積定率

三角 =	0,4330127
四角 =	1,0000000
五角 =	1,7204774
六角 =	2,5980762
七角 =	3,6339124
八角 =	4,8284271
九角 =	6,1818242
十角 =	7,6942088
圓形 =	0,7853987



凡そ定率ハ幾何代数ニ依り或ハ微分積分ニ準て求る処なり茲ニハ唯定率の用法を示す





面積 $=x$　下辺 $=b$

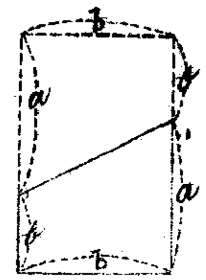
左辺 $=a$　右辺 $=b$

$$x=\frac{(a+b)b}{2}=\frac{(33+27)45}{2}$$

半梯形あり左辺三十三尺右辺二十七尺下辺四十五尺あり此面積幾何あるや

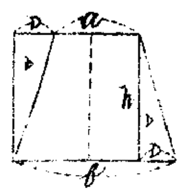
答　面積千三百五十尺

解ニ曰く左aニ右bを加へ六十尺の縦線と成るこれニ下b四十五尺を乗ずれバ一尺自乗の正方二千七百と成り矩形の積なりしに半梯形の面積二倍あり仍て之を折半して求る所の面積となす



梯形あり上辺八インチ下辺十八インチ高十三インチあり此面積幾何あるや

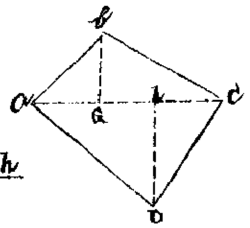
答　面積百六十九インチ



面積 $=x$　高 $=h$

上辺 $=a$　下辺 $=b$

$$x=\frac{a+b}{2}\times h=\frac{8+18}{2}\times 13$$



解ニ曰く上aニ下bを加へ折半されバ右圖の如くa半b半の和十三インチと成る之ニ高h十三インチを乗ずれバ一インチ自乗の正方百六十九ニして矩形の積をなる　右の△を取り左の欠を補ひ即ち梯形の面積とす

不等辺四角ありaC辺二十八間bGの斜線九間Dhの斜線十六間あり此面積幾何あるや

答　面積三百五十歩

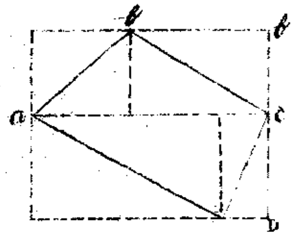
解ニ曰くbG辺ニDh辺を加へbD辺二十五間と成るaC辺二十八間を乗

面積 $=x$

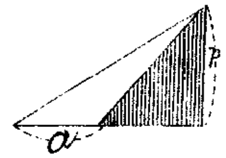
$$x=\frac{aC\times bG}{2}+\frac{aC\times Dh}{2}$$

$$x=\frac{aC(bG+Dh)}{2}$$

$$x=\frac{(16+9)28}{2}=350$$



なれハ一間自乗の正方七百ニして矩形の積と成り求る所の積二倍なり（此理前条の斜三角形ニ同じ）即ち折半して此面積とし



正三角形あり圖の如く切離せし所の面積を求むP八寸ニしてa五寸なり幾何を得るや

答　白面積二十寸

解ニ曰く此理ハ前条の斜三角ニ同じ又下圖ニ依て比例を施し相乗数を求む

白面積$=x$

$$x=\frac{hb\triangle}{2}$$

$$P:h::b:a$$

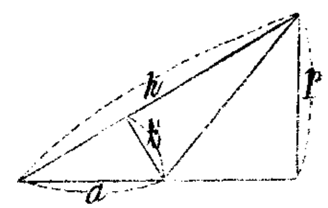
$$Pa=hb$$

之を視るニhニbを乗ずる積ハPニaを乗ずるニ同じ仍て△を変じ

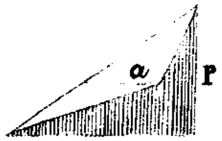
$$x=\frac{Pa}{2}$$

$$x=\frac{8\times5}{2}=20$$

之ニ依てP八寸ニa五寸を乗ずれハ一寸自乗の正方四十寸を得る



る即ちhニbを乗ずる矩形の面積なり前条斜三角の理ニ依て折半して求る所の白積を知る



正三角形あり圖の如く截分ずる処の白面積を求むp五ヒートトa六ヒートなり白面積幾何なるや

答　白面積十五ヒート

白面積$=x$

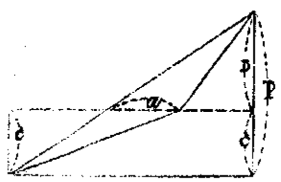
$$P=C+D$$

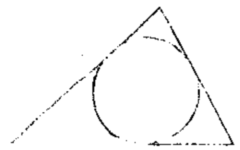
$$x=\frac{aC+aD}{2}$$

$$x=\frac{a(C+D)}{2}$$

$$x=\frac{ap}{2}=\frac{6\times5}{2}$$

解ニ曰く前条の理ニ依てaニCを乗ずる時ハ下の白積二倍を得る又aニDを乗ずる時ハ上の白積二倍を得る相併へて求る所のx二倍となる仍て之を括る時ハaニpを乗ずるものなり故ニ折半して白面積とし





楕圓あり長徑十寸短徑七寸あり面積幾何あるや

答　面積五十四寸九八弱

解に曰く長徑aに短徑bを乗されバ一寸自乗の正方七十にして矩形の積とする之に圓積率を乗まる時ハ矩形の四隅を脱去し楕圓の面積を得るなり

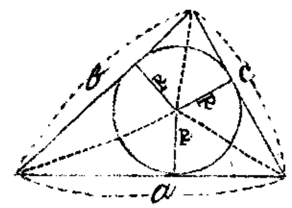
面積$=x$　圓積率$=n$

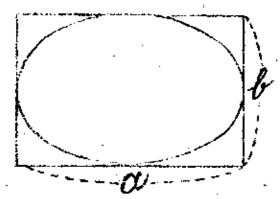
長徑$=a$　短徑$=b$

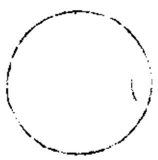
$$x=abn=10\times7\times0.7854$$

斜三角の内に圓を容るあり其容る所の圓徑八寸にして三辺$a\,b\,c$の和四十二寸あり此面積幾何あるや

答　面積八十四寸







面積 x　圓徑$=2R$

$$x=\frac{Ra}{2}+\frac{Rb}{2}+\frac{Rc}{2}$$

$$x=\frac{R(a+b+c)}{2}=\frac{\frac{8}{2}(42)}{2}$$

解に曰く圓徑を折半しRとしaにRを乗されハ下辺の矩形の積なり（小斜三角下の面積二倍なり）（余ハ之に倣へ）bにRを乗されバ左辺の矩形の積なり又cにRを乗されハ右辺の矩形の積なり此下左右の矩形の積三件相併ふる時ハ$a\,b\,c$三辺の和に半徑Rを乗ずる積にして斜三角の積二倍なり故に$a\,b\,c$三辺の和に圓徑を乗じ四除して其面積とし又矩形の積の理ハ前条斜三角の条に同じ

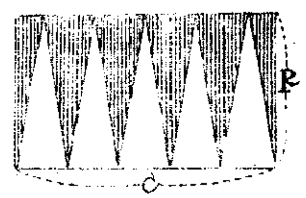
圓形あり半徑R五寸此周圍C三十一寸四一六あり此面積幾何を得るや

答　面積七十八寸五四

解ニ曰く周圍Cニ半徑Rを乗ずれバ矩形の積と成る之を假ニ下圖の如く五截し其形状を視るニ白積と黒積と同等五段ニして白積ハ求る処の面積なり仍て此周圍を無究ニ截分する時ハ無究の白積と黒積ニして求る積ニ密合すべし故ニ此五截を無究截ニ代へる時ハ周圍Cニ半徑Rを乗じ白積二倍を得る之を折半して圓面積とす尚此理ニ因る時ハ圓徑ニ周圍を乗ずれハ圓面積四倍なり亦周圍ハ圓徑ニ圓周率を乗じたるものなれハ圓徑自乗ニ圓周率を乗じたるも亦同じく圓面積四倍なり仍て知る圓積率ハ圓周率を四約したるものなり尚其密数を示す

$$x=\frac{CR}{2}$$

面積$=x$



圓周率三个一四一五九二六五三五八九七九三二三八四六

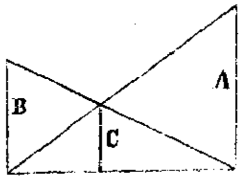
圓積率〇个七八五三九八一六三三九七四四八三〇九六一

測學題一

圖の如く両正三角形交錯するありA線六ヒートB線三ヒートなり中線のC幾何あるや

答　C線二ヒート

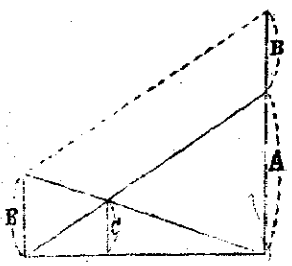
解ニ曰くa線を引長しb線を加へ其上より原在のb線上へ斜線と平行して一線を設け下の如くし其形ちを視



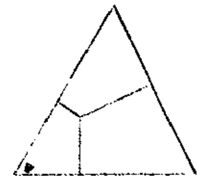
$C=x$

$A+B:B::A:C$

$$C=\frac{AB}{A+B}=\frac{6\times3}{6+3}$$



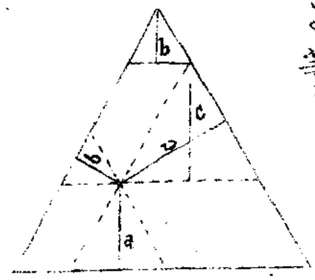
るに大小相似なる両半梯形をなる大半梯の左辺ハaとb
の和なり右辺ハbなり小半梯の左辺ハaにしゝて右辺ハ
cなり仍て比例式を設けcを求る



圖の如き等辺三角形あり其内に於て任意に一
点を設け此点より其三辺に最も近き三垂線を
画くあり等辺若干にしゝて三垂線の和を問

答　三垂線の和ハ中垂線に等し

解に曰く設点より三辺に平行しゝて其内
に三線を作る時ハ三個の小三角形をなる
る其三個の中垂線ハ三辺の垂線に同じ
くしゝて三垂線の和ハ全三角形の中垂線

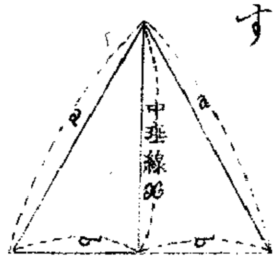


に等し仍て答言の如し 又方程式の如きハ代微積拾級譯解附録に詳らかなり 尚等辺
を以て中垂線及ひ其定率を求る術路を示す

中垂線$=x$

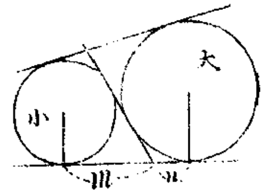
等辺$=a$　$b=\frac{a}{2}$

$$x^2+b^2=a^2$$
$$x^2=a^2-b^2$$
$$x^2=a^2-\frac{a^2}{4}$$
$$4x^2=4a^2-a^2$$
$$4x^2=3a^2$$
$$2x=a\sqrt{3}$$
$$x=a\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$



三角形を両截する時ハ二勾股形と成り其中垂線を股と
しxに命し等辺半を勾としbに命し等辺aを弦としゝ勾
股の理に依て適等をなる点竄しゝてxを求るに中垂線ハ三
个の平方根を折半し 之を中垂線の定率として術中に於て其便に従ひ之を用ゆるもの多し
等辺を乗するものなり

左圖の如く一線を界し両線を以て不等の二圖を挾むあり



大圓径若干m若干n若干を題し小圓径及ひ界斜を求むると如何するや

答　左の如し

$大=a \quad 小=b$

$C=\frac{a}{2} \quad D=\frac{b}{2}$

$n:C::D:m$

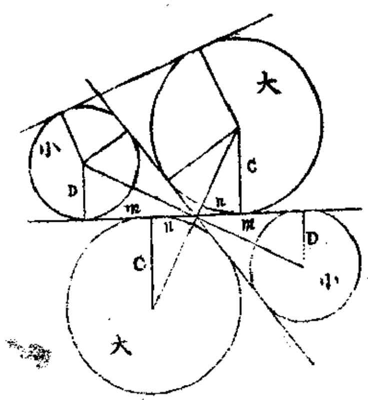
$CD=nm$

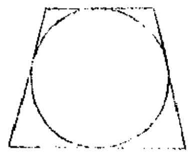
$\frac{ab}{4}=nm$

$ab=4nm$

$b=\frac{4nm}{a}.$

解に曰く界線を下へ引長し横線の下に於て同し大小二圓を同形に画く時ハ四圓の心十字に直角を成し相似たる両勾股形と成り比例式を得る点竄してn m相乗四倍を大圓径に除き小圓径を得る界斜ハ圖に依てn mの和に等きことを知る





梯形の内に圓を容るあり上辺若干下辺若干を題して圓径を求む

答　左の如し

$圓径=x \quad 上=a$

$下=b \quad a'=\frac{a}{2}$

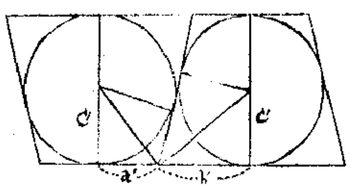
$b'=\frac{b}{2} \quad c'=\frac{x}{2}$

$c':b'::a':c'$

$c'^2=b'a'$

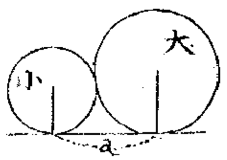
$x=\sqrt{ab}.$

解に曰く下辺を引長し上辺を従へ同形を転倒に画く時ハ相似たる両勾股形を得る前条の理に依て比例式を得る圓径を求るに上辺下辺相乗の平方根と知る

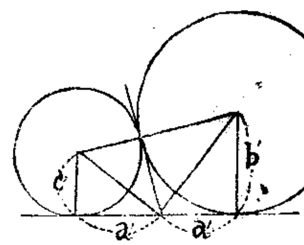


線上に大小の二圓相切するあり大圓径若干小圓径若干を題し線上切点の距離aを求む

答　左の如し



解ニ曰く切点の距離aを下圖の如く二分し二圓の交点ニ至り界線を設くる時ハ前条の如く相似なる両勾股形を以



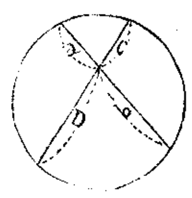
大＝b　小＝c

$$a'=\frac{a}{2} \quad b'=\frac{b}{2} \quad c'=\frac{c}{2}$$

$$a':b'::c':a'$$

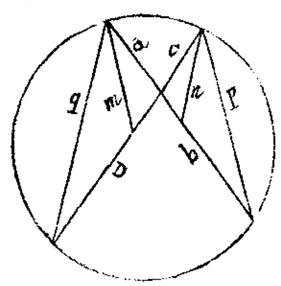
$$a^2=bc \quad a=\sqrt{bc}$$

比例式を設け大小二圓相衆を平方ニ開き距離aを以ゝ



圓内ニ二線を設け其交点より之を四分すa b Cの三線若干を題しD線を求む

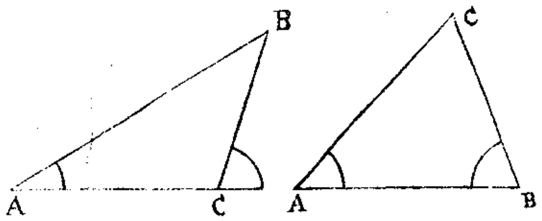
答　左の如し



解ニ曰く両斜圓周の切点より切点迄ニ左右Pqの二線を設くる時ハ両辺ニ斜三角

形を以ゝ又左右Pqの線ニ平行して各其内ニn mの線を作る時ハ左右の両斜三角形相似なる同矩なるを明了なり仍て比例して知るD線ハa bの二線相衆しC線を以て除くものあり

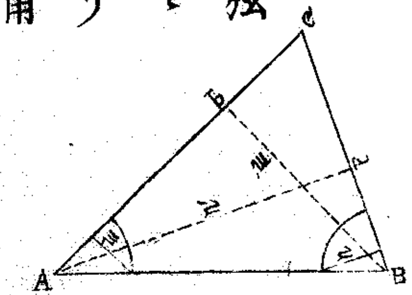
$$C:b::a:D$$



斜三角形ありA角若干B角若干AC辺若干を題してBC辺若干を求む

答　左の如し

B鋭角の解ニ曰くA角の正弦をmニ命しB角の正弦をnニ命し此nニ準しA角の心よりPニ至る垂線n'を作り又A角



の正弦 m に準しB角の心より q に至る垂線 m' を作る時はCAPの勾股とCBqの勾股と其形ち相似なり仍て比例式を設け三率

$$\mathit{s}A=m \quad \mathit{s}B=n$$

$$BC:AC::m':n'$$

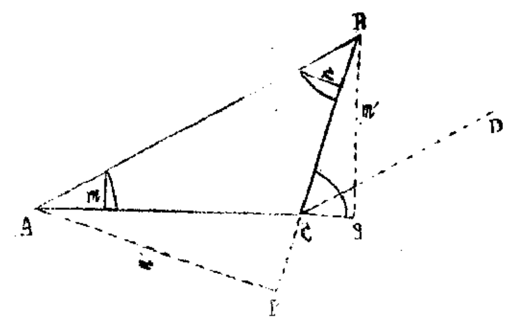
$$BC:AC::m:n$$

$$BC=\frac{ACm}{n}$$

$$BC=\frac{AC\mathit{s}A}{\mathit{s}B}$$

四率の $m'n'$ を変し mn としBC辺を求る時はB角の正弦を以てA角の正弦を約しAC辺を乗るものあり

C餘角の解に曰くC角の心よりABに平行してCDの線を作れは其DCBの角はABCの角に等しくC余角の内A角を減るものとして即ち $C-A$

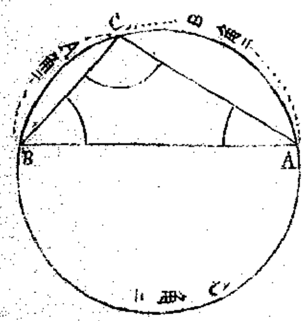


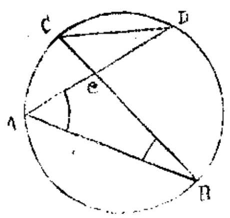
是ありB角として其正弦を n と命し又A角の正弦を m に命し此 m に準しB角の心より q に至り垂線 m' を作りAC辺を引長し q に至り又Bの正弦 n に準しA角の心よりPに至る垂線 n' を作りBC辺を引長しPに至る時はCAPの勾股とCBqの勾股と其形ち相似なり仍て比例式を設けBC線を求る時は皆前段に同し（尚側量新式と合考すへし）

左圖の如き弧度あり a 角若干として b の弧度如何あるや

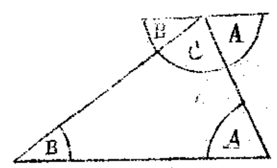
答　a 倍角度に同し

解に曰く下圖の如く全圓の内に斜三角形を画く時は其角に對せる処の弧度は其倍角度なるを明





あり如何とすれハ斜三角内のABCの三角相併る時ハ百八十度なり此三角度と對する処の全圏ハ三百六十度なり仍てA角と對する処BCの弧ハAの倍角なりB角の對する処CAの弧ハBの倍角なりC角の對する処ABの弧ハCの倍角なり之を以て能其理を分明とすべし之を乗圏角と号く度學の助術とすること多し



圖の如く圓内に四線を以て両斜三角を作るありA角若干B角若干AB辺若干CD辺若干を題してAe辺及ひBe辺Ce辺De辺を求む

答　左の如し

解に曰く前条乗圏角の理を以て考るにA角に對するBDの弧度ハA角の倍角として亦C角の倍角なり又B角に對するACの弧度ハB角の倍角として亦D角の倍角なり故に之を反する時ハC角ハA角に同しくD角ハB角に等し故に両斜三角形共に同矩をなす又半周百八十度の内A角及ひB角を減る時ハe角をなす仍てABC三角の正弦を求め以て前七条の術に依て各をなす

$\angle A=\angle C$

$\angle B=\angle D$

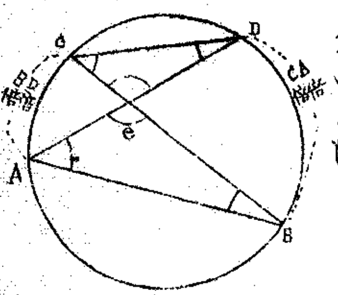
$\angle e=180-\angle A-\angle B$

$Ae=\frac{AB\angle B}{\angle e}$

$Be=\frac{AB\angle A}{\angle e}$

$Ce=\frac{CD\angle D.}{\angle e}$

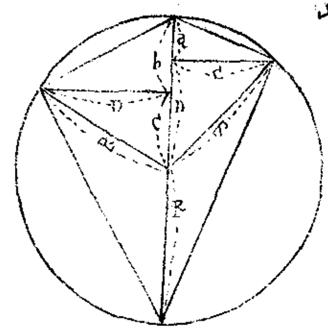
$De=\frac{CD\angle A}{\angle e}.$



両正三角形あり其弦相等しく又左の中垂線と右の短弦との和ハ右の中垂線と左の短弦との和ニ相等し左中垂線三寸右中垂線四寸ある時ハ其等弦幾何あるや

答　等弦一十〇寸

解ニ曰く勾股の両形其弦相等しき時ハ圓内ニ其径を弦として二勾股形を容る時ハ其弦必らず相等し仍て下圖を作り



之を視るニ左中垂線右短弦の和及ひ右中垂線左短弦の和ハ共ニ半径あり其半径ハ左の中垂線Cを勾として右の

円半径 $= r$　$x = 2r$

左短弦 $= a$　左中垂線 $= C$

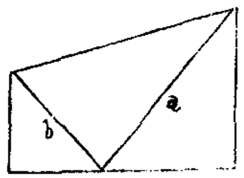
右短弦 $= b$　右中垂線 $= D$

$$r^2 = C^2 + D^2$$

$$r = \sqrt{(C^2 + D^2)}$$

$$x = 2r = 2\sqrt{(C^2 + D^2)}.$$

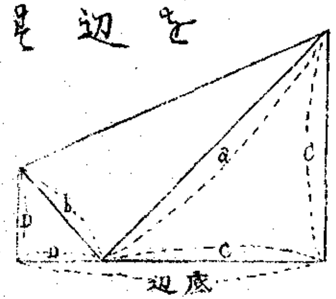
中垂線Dを股とする処の弦あり故ニ勾股の理ニ依て式を設けxを求る時ハ左中垂線自乗ニ右中垂線自乗を加へ其開平方根を倍して等弦とす



半梯形の内ニa bの二線を設くるありa線若干b線若干此半梯の積最も多き時ハ其底辺幾何となるや

答　左の如し

解ニ曰く此積最も多きを望む故ニ先a線を以て其多少を試るニa線直立する時ハ右辺と相親ミ右方の積空となりb線も又直立ずる時ハ之ニ同し又a線低く伏て底辺ニ親む時ハ又右方



の積空と成るb線も亦此の如し故に其積の多極ハ此仰俯の中間に在り其中間なるものハab の両線共に正方の對角線とする仍てab の両線を共ニ對角線とし其正方辺を求め正方對角線の解ハ此書第二巻開平方第六題に詳なり相併へ其開方根を変しxとし即ちab線相併へ五分の平方根を乗る也

底辺$=x$

$$x=\frac{a}{\sqrt{2}}+\frac{b}{\sqrt{2}}$$

$$x=\frac{a+b}{\sqrt{2}}$$

又

$$\frac{1}{2}=0,5$$

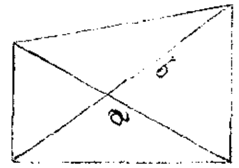
故

$$x=(a+b)\sqrt{0,5}$$

半擲の内にab の二線相交ハるありa線若干b線若干其積最も多きを要し其底辺幾何なる

答　左の如し

解に曰く前の求積解中に依てb線を用し其積



を求る法を考るに下圖の如くb線にCを乗ると D を乗ると相併へ折半して此積とし是を以て按るにCDの線短少なる時ハ其積も亦少くCDの線空なる時ハ其積も亦空なり仍てCDの線長大なる時ハ其積必らし多し又CD線最も長大なる時ハa線と相親にCD線の和a線と相等しく又b線と直角と成り勾股形を生し又其多極の積ハa線なb

底辺$=x$　勾$=a$

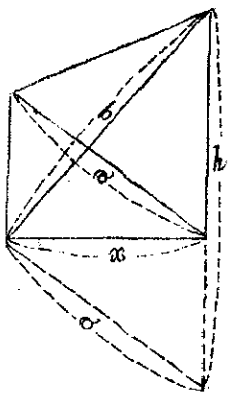
股$=b$　弦$=h$

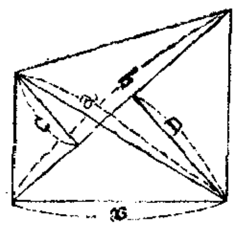
$$b^2+a^2=h^2$$

$$h=\sqrt{(a^2+b^2)}$$

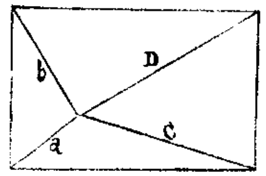
$$h:b::a:x$$

$$x=\frac{ab}{h}.$$





線を乗し折半しゝるものなり故ニ勾股の理ニ依て弦hを求め以て比例してxを得る即ちa線自乗ニb線自乗を加へ平方ニ之を冪き以てa b線相乗を約し底辺とし



矩形あり其内ニ一点を設け四隅ニ線を引長すa線若干b線若干c線若干を題しD線を求む

答　左の如し

解ニ曰くD線をxニ命し設点より左辺Iニ至る垂線をeとし右辺Kニ至る垂線をhとし上辺Gニ至る垂線をmとし下辺Eニ至る垂線をnとし勾股の理ニ依て各を求め式を作り点竄してxを求る時ハa線自乗ニb線自乗を加へ其内c線自乗を減し平方ニ開きD線

を得るなり

$$D=x \quad n^2=a^2-e^2$$

$$m^2=b^2-e^2$$

$$D^2-m^2=h^2$$

$$c^2-n^2=h^2$$

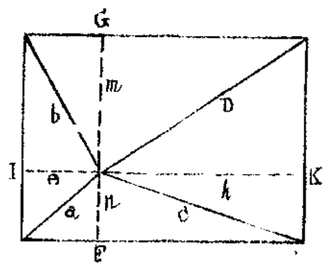
$$c^2-n^2=D^2-m^2$$

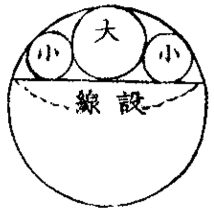
$$c^2-a^2+e^2=D^2-b^2+e^2$$

$$c^2-a^2=D^2-b^2$$

$$D^2=c^2-a^2+b^2$$

$$D=\sqrt{(a^2+b^2-c^2)}$$





圓の内ニ線を設け大小の圓を容るあり外圓径九寸小圓径一寸ある時ハ設線幾何あるや

答　設線六寸

解ニ曰く設線をxニ命し外径をaとし大径をbとし小径をcとし勾股の理ニ依て比例し一式を得る又左圖ニ依てl y hを求め（yを求るの理ハ此巻前第五条の解ニ詳らかなり）又勾股の理ニ

依て式を設け点竄して一式を以て★を変しxを求るに

外徑小徑相乗し平方に開き之を倍して設線を得。

外徑$=a$　大徑$=b$　小徑$=c$　設線$=x$

$b:\frac{x}{2}::\frac{x}{2}:a-b$　$(a\overset{\star}{-}b)b=\frac{x^2}{4}$

$\frac{a}{2}-\frac{c}{2}=h$　$a-c=2h$　$bc=y^2$

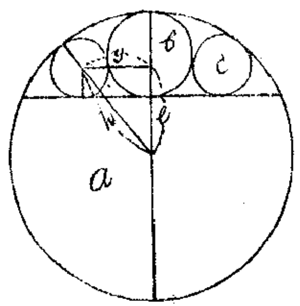
$\frac{a}{2}-b+\frac{c}{2}=l$　$a+c-2b=2l$

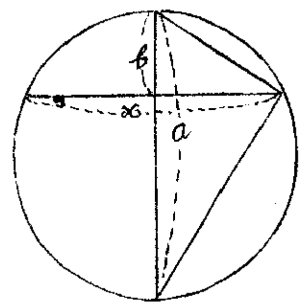
$l^2+y^2=h^2$

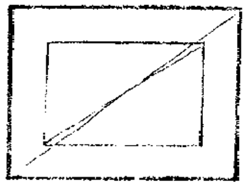
$(a\overset{\triangle}{+}c)^2-(a+c)4b+4bc+4b^2=(a\overset{\triangle}{-}c)^2$

$-4ab+4b^2=-4\overset{\triangle}{ac}$　$ab-b^2=ac$

$(a\overset{\star}{-}b)b=ac$　$\frac{x^2}{4}=ac$　$x=2\sqrt{ac}$.







矩形の内に周圍の地等しき距離にして又矩形を容る有り其周圍の積六十寸内外對角線の和二十寸なり外對角線幾何を問ふや

答　外對角線十三寸

解に曰く外對角線をxに命し内對角線をx'とし其和をcとし外長平和をaとし内長平和をa'とし周圍積をdとし等距離をyとし以てdを除き折半してeとし即ち外長と内平の和或ハ内長と外平の和なり又eを還原してdの代象△とし又左圖に依て外長平和aを自乗し此内にて外對角線x自乗を減すれば外矩形の積二段を得るもとし内矩形の積も此の如く求めもとし相減し周圍

外長平和 $= a$　内長平和 $= a'$　對角線和 $= c$　周圍積 $= d$

外對角線 $= x$　内對角線 $= x'$　外矩形積倍 $= t$　内矩形積倍 $= t'$

等距離 $= y$　$c - x = x'$　$\frac{d}{2y} = l$　$d = \overset{\triangle}{2}yl$

$l + 2y = a$　$l - 2y = a'$　$a^2 - x^2 = t$　$a'^2 - x'^2 = t'$

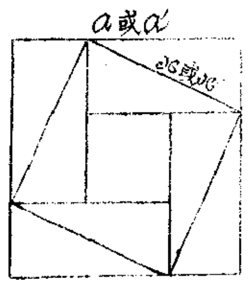
$(a^2 - x^2) - (a'^2 - x'^2) = 2d$

$l^2 + 4ly + 4y^2 - x^2 - l^2 + 4ly - 4y^2 + c^2 - 2cx + x^2 = 2d$

$8\overset{\triangle}{l}y + c^2 - 2cx = 2d$　$4d + c^2 - 2cx = 2d$

$2d + c^2 - 2cx = 0$　$x = \frac{2d + c^2}{2c} = \frac{d}{c} + \frac{c}{2}.$

の積dを二段を以て式を設け点竄し△此象を変しxを求る時ハ對角線和を以て周圍積を約し對角線和折半を加へ外對角線とし



a角正切若干b角正切若干を題し$a\,b$差度の正切を求む

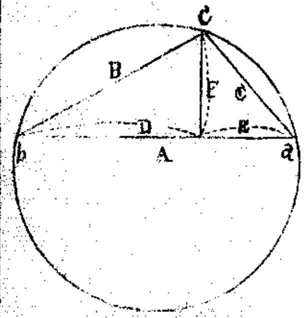
答　左の如し

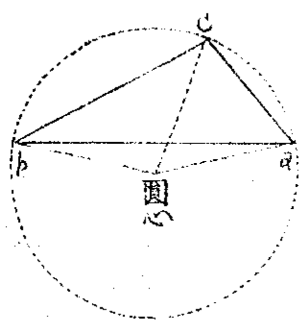
解に曰く半径一をrとし正弦をsとし余弦を cos とし正切をtとし正割を sec とし$a\,b$差度の正切をxと命しa正切とb正切の差をhとし比例を設けて$C\,D$を求め以て比例して式を以て又八線変化の比例に依て正割 sec 及ひhを解き又*此象を変括し遍くa余弦 cos を以て約し八線変化の比例に依て*※此二象を変し精式としxを求る時ハa正切にb正切を乗し一个を加へ以てa正切とb正切の差を除き差度の正切を以る即ち此条ハ代微積譯解一之三第六款の題を詳解す　尚角の和較を以る解へ此条第七に依て考べし

平面の地上ａｂｃの三所より同速の人力車に乗し同時刻に發程し同時限に集會せりａｂの距若干ｂｃの距若干ａｃの距若干あり各所より集會所に至る里程幾何なるや

答　左の如し

解に曰く同時に發し同速を以て同刻に會すれバ其路程を同等なると必せり之を考るにａｂｃの三所ハ圓周に在て其圓心に集るなり故に圓内に斜三角を設け其三邊ハ各の距離にして圓半徑ハ同等の里程となし仍てＡＢＣの三邊を以て之を求るにハ此巻首第三の條に依て





半徑$=r=1$　正弦$=s$　余弦$=\cos$　正切$=t$　正割$=\sec$

${}_{t}(a-b)=x$　${}_{t}a-{}_{t}b=h$　$r:{}_{s}a::h:D$　即チ　$1:{}_{s}a::h:D$

$D={}_{s}ah$　$r:{}_{\cos}a::h:c$　$c={}_{\cos}ah$　${}_{\sec}a-D=n$

${}_{\sec}a-{}_{s}ah=n$　$r:x::n:c$　$\therefore$　$nx=c$

${}_{\sec}\hat{a}x-{}_{s}a\overset{※}{h}x={}_{\cos}ahr$　$r:s::\sec:t$　$\sec=\frac{t}{s}$

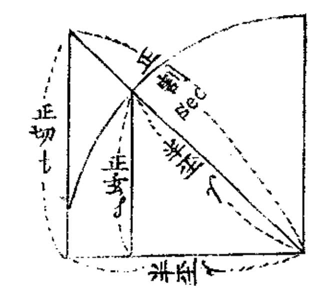
$\frac{{}_{t}\hat{a}}{{}_{s}a}x-{}_{t}a\,{}_{s}\overset{*}{a}x+{}_{t}b\,{}_{s}ax={}_{\cos}ah$　$\frac{{}_{t}ax}{{}_{s}a}{}_{\oplus}-\frac{{}_{t}\overset{*}{a}({}_{s}a)^{2}x}{{}_{s}a}+{}_{t}b\,{}_{s}ax={}_{\cos}ah$

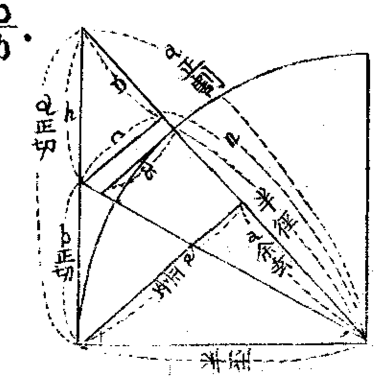
$\frac{({}_{\cos}a)^{2}\,{}_{t}ax}{{}_{s}a}{}_{\oplus}+{}_{t}b\,{}_{s}ax={}_{\cos}ah$　$1-s^{2}=\cos^{2}$　$s:\cos::t:r$

${}_{\cos}a)$

$\frac{{}_{\cos}a\,{}_{t}ax}{{}_{s}a}{}_{*}+\frac{{}_{t}b\,{}_{s}ax}{{}_{\cos}a}=h$　$\frac{s}{\cos}=t$　$\frac{\cos\times t}{s}=1$

$x+{}_{t}b\,{}_{t}ax={}_{t}a-{}_{t}b$　$x=\frac{{}_{t}a-{}_{t}b}{1+{}_{t}a\,{}_{t}b}$.



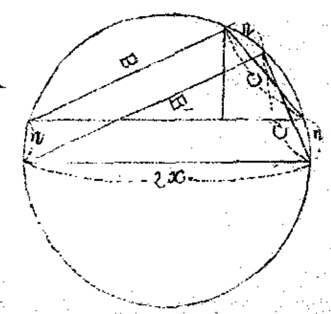


同里程$=x$　ab距$=A$　aC距$=C$　bC距$=B$

$(D-E)=\frac{B^2-C^2}{A}$　$D=\frac{A+(D-E)}{2}$　$F^2=B^2-D^2$

$F=\sqrt{(B^2-D^2)}$　$F:B::C:2x$　$x=\frac{BC}{2F}$

DEを求め以て下圖ニ依て比例を設けxを求む比此例ハ古書ニあるし今新考する処を示す能着目すべし即ちbC距を自乗し内aC距自乗を減しab距を以て除きab距を加へ折半し之を自乗し以てab距自乗を減し平方と開き之を倍し以てbC距aC距相乗を約し同等の里程とす



東京　大井德成
坂府　谷　貞瀏
全　木寺榮吉
校正

筆算通書巻之四終

筆算宇宙塾

和算洋算ヲ論セス総テ宇宙普通ノ数理ヲ講説シ文明ノ餘光ヲ同志ト共ニ尚ノ化新センヿヲ欲ス故ニ其譯述スル所ノ課書ヲ彫刻シ入學則ヲ設ケ塾ヲ諸方ニ開キ人々ヲ求ルヲ期望ス今其一二ヲ畧挙ス

筆算通書	六冊	學課階級表初級十等ヨリ四等ニ至ルノ題術ヲ說界シ詳解ヲ記載ス
代微積拾級譯解	十冊	ロヲーミュス氏ノ原本「アナリチカル ゼヲメトリー」ヲ譯シ詳註ヲ加ヘ代数微分積分ヲ和解ス
測量集成 自初編至五編	十五冊	初編ヨリ三編ニ至リ測天量地ノ諸器用法ヲ說キ四編五編ニハ洋式ヲ解示ス
測量新式	十冊	遠近高低水準ノ量法ヨリ工學諸道ノ測量ヲ詳ニス此書及ヒ集成ハ総テ第三等ノ測三角術ヲ論ス

東京 小川町廣小路	順天求合社	教講	朝 自九時半至十一時	午後 自一時至三時	夕 自六時至七時
大坂 清水谷	庚午塾	同	午後 自二時至五時	夕 自七時半至十時	
同 高麗橋二丁目	試天堂	同	午後 自二時至五時	夕 自六時半至十時	
同 南本町四丁目	順天堂	同	同前		

學課階級表

十等	加、減、乘、除、	分數
九等	正、轉合、轉合、聯絞、諸比例	杉併法
八等	自二乘至數乘求根法	同雜題
七等	代數	加、減、乘、除、最大公約法　分數　変商　諸乘方　括弧
六等	代數	方程式
五等	代數	平方立方諸乘方題　測學諸題
四等	代數	諸約齒管不定數題
三等	測三角術	八線変化　止斜弧三角　止斜平三角
二等	微分	招差　綴術　増損約　極數　重學
一等	積分	面積　体積　重学
別課	陸地測量　航海測量　暦理　星學	

此課ハ三等ノ法術迄研究ノ後從學ヲ許ス可シ

花井静著

明治四年辛未十二月

發兌書林

大坂　河内屋喜兵衛
　　　河内屋茂兵衛
　　　敦賀屋九兵衛
東京　須原屋茂兵衛
　　　山城屋佐兵衛
　　　須原屋新兵衛
　　　岡田屋嘉七
　　　和泉屋吉兵衛
京　　和泉屋金右衛門
　　　英屋文蔵
　　　島屋平七