

## 〔研究論文〕

# 数学的な表現を関連付ける算数科授業づくり — 思考を深める学習問題と対話的な学びを通して —

Making math lessons associate mathematical expression  
- Through learning problems and interactive learning that deepen thinking -

主 税 保 徳

Yasunori CHIKARA

福岡教育大学教育学研究科教職実践専攻  
(2021年1月29日受理)

算数科の問題発見と解決は、数学的な表現活動を通して展開される。例えば、第1学年のひき算(12-5)の計算の仕方では、ブロック操作、式処理、さらにはブロック操作や式処理の過程を文章でまとめるなどが考えられる。計算の仕方の理解を確実にするためには、これら3つの数学的な表現を相互に関連付けることが重要である。この事例における数学的な表現の相互の関連付けとは、くり下がりのある計算の仕方をいくつかの異なる表現方法を用いて考えることである。そのためには、数学的な表現を相互に関連付けるための場の設定が必要となる。そこで、本研究では、数学的な表現の関連付けについて、授業実践を通して考察することを目的とした。その結果、数学的な表現の関連付けには、「個別の関連付け」と「相互の関連付け」があること、また、数学的な表現を関連付ける場の設定には、思考を深める学習問題と対話的な学びが有効であることが示唆された。

キーワード：数学的な表現，関連付け，思考を深める学習問題，対話的な学び

## 1 数学的な表現による問題解決

小学校第1学年には、順序数に関する指導内容がある。ねらいは、個数や順番を正しく数えたり表したりすることである。例えば、さし絵を手掛かりに、「まえから4ひき」や「まえから4ばんめ」の動物や果物を数えたり表したりする。また、児童各自が算数の問題をつくる場面もある。ある児童は、次のような問題をつくった。

こどもたちが10にんならんでいます。ひよりさんは、まえから3ばんめです。うしろからかぞえるとなんばんめでしょう。

ほとんどの児童は、「 $10-3=7$ 」と立式し、「うしろから7ばんめ」と答える。その後、問題文を図1のように表すと、「ひよりさんは、後ろから8番目」ということに気づく。

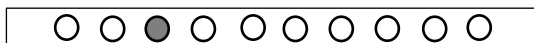


図1 なんばんめ

また、小学校第5学年には、単位量あたりの大きさに関する指導内容がある。素材としては、次のような混み具合が取り上げられることが多い。

	A室	B室	C室
たたみのまい数	10まい	10まい	8まい
子どもの数	6人	5人	5人

児童は、畳の枚数が同じであるA室とB室では、子どもの数が多い方が狭くなると判断する。また、子どもの数が同じであるB室とC室では、畳の数が多い方とゆとりがあると考えられる。その後、A室とC室の混み具合を調べるというめあてをつくり、次のような計算の処理を行い、その結果を比べる。

・畳1枚あたりの人数

$$A室 \quad 6 \div 10 = 0.6 \text{ (人)}$$

$$C室 \quad 5 \div 8 = 0.625 \text{ (人)}$$

・子ども一人あたりの畳の枚数

$$A室 \quad 10 \div 6 = 1.666\cdots \text{ (枚)}$$

$$C室 \quad 8 \div 5 = 1.6 \text{ (枚)}$$

計算の結果、C室の方が混んでいるという結論を導き出す。畳1枚あたりの人数では、その差は

0.025 人であり、子ども一人あたりの畳の枚数では、その差は0.066・・・枚である。差を表す数は小数であり、しかも0.07以下である。この数値をもとに混んでいる、混んでいないという実感をもつことができるのか、計算処理の結果（数の大小比較）だけの判断で混み具合の現象を具体的に理解することができるのだろうか。

数年前、この疑問の解消につながる授業を参観することができた。A 小学校の授業は、計算処理の結果（数の大小比較）だけで判断させるのではなく、式表示と混み具合を表す絵図、式表示とおはじきなどの具体物による混み具合操作、式表示と本物の畳を敷きその上を児童が移動して混み具合を体験するなど、数学的な表現の具体化と関連付けが行われていた。2 つ以上の数学的な表現を関連付けることにより、0.025 人や0.066・・・枚という数の大きさに対しても実感を伴った理解につながっている。

平林(1974)は、「子供が分からないのは、表記が分からないのであり、よく分かるようになったのは、別なよく分かる表記を与えたからである。」と述べている。

つまり、問題発見と解決には、適切な数学的な表現が必要であること。また、数学的な表現の関連付けは、実感を伴ったより確かな理解につながるなどを示唆していると考えられる。

## 2 数学的な表現とそのはたらき

小学校学習指導要領解説（平成29年告示）算数編（以下、解説）では、数学的な表現と関連、及び活用等に関して、次のような記述がある。

・算数科の指導では、言葉による表現とともに、図、数、式、表、グラフといった数学的な表現の方法を用いることに特質がある。

・具体物、図、数、式、表、グラフ相互の関連を図る機会を設けること。

・問題解決における思考の過程や判断の結果などを数学的に表現するためには、図や式などを適切に用いて的確に表現する必要がある。また、思考した過程や結果などを数学的な表現を用いて伝え合う機会を設け、数学的に表現することのよさを実感できるようにすることも大切である。さらに、対話的に伝え合うことにより、お互いの考えをよりよいものにしたり、新たなことを見いだしたりする機会が生まれることを経験できるようにする。

中原(1995)は、数学的な表現様式として次の5つを挙げている。

- ▶ 現実的表現  
実物による表現、具体物や実物による実験など
  - ▶ 操作的表現  
具体的な操作活動による表現など
  - ▶ 図的表現  
絵、図、グラフ等による表現
  - ▶ 言語的表現  
日常言語を用いた表現
  - ▶ 記号的表現  
数字、文字、演算記号、関係記号など数学的記号を用いた表現  
そして、5つの表現様式を表現体系としてまとめている。また、「表現体系を算数・数学の授業で活用しようとする場合は、ある表現様式から他の表現様式へと表し変えていくことがしばしば必要となる。」と述べている。  
今城(2009)は、数学的な表現様式の変換には、異なる表現様式間における変換と同じ表現様式内の変換の2つがあることを指摘している。
- ア 異なる表現様式間における変換
- ・図（図的表現）を見て、友達の考えを説明（言語的表現）する。
  - ・数直線（図的表現）を見て、友達の考えを説明（言語的表現）する。
  - ・図（図的表現）を見て、式（記号的表現）に表す。
  - ・数直線（図的表現）を見て、式（記号的表現）に表す。
  - ・言葉で説明（言語的表現）したことを、図（図的表現）に表す。
  - ・言葉で説明（言語的表現）したことを、式（記号的表現）に表す。
  - ・式（記号的表現）を見て、その式の意味を説明（言語的表現）する。
  - ・式（記号的表現）と図（図的表現）を結び付ける。 など
- イ 同じ表現様式内における変換
- ・友達が説明したことを、自分の言葉で言い換える。（言語的表現内）
  - ・友達の説明したことを、隣の友達に再現する。（言語的表現内）
  - ・友達が書いた式と同じ意味の式を探す。（記号的表現内）
  - ・2つの式を1つの式にまとめる。（記号的表現内）
  - ・友達のかけた絵と似ている図を探す。（図的表現内） など
- 以上のような研究の動向等を踏まえ、本研究では、中原(1995)の5つの表現様式を数学的な表現

と定義するとともに、ある表現様式から他の表現様式へ変えていくことを数学的な表現の関連付けとする。そして、今城(2009)の数学的な表現様式の変換を参考に、数学的な表現の関連付けと場の設定について、授業実践を通して考察を加えていきたい。

### 3 授業実践

(授業実践については、豊前市立三毛門小学校との共同研究である「一人一人がわかる・できる喜びを感じる算数科学習指導」に関する研究紀要(2019)(2020)から引用する。なお、下線は、筆者の考察である。)

#### (1) 研究主題の意味

本校では、学習問題に出会った児童が、解決の見通しを持ち、自分の考えをつくり、友達と学び合う中で考えを付加・修正・強化しながら数理を獲得する姿を求めている。そのため、数理獲得に至るまでには、「わかる」→「できる」(使える)のステップをふむ必要があると考える。

「わかる」とは、教師や友達と一緒に解決の見通しを持ち、自分の考えをつくる。そして、友達と考えを説明し合い、学び合う中で自分の考えを付加・修正しながら「こうやって解けばいいのか、解き方がわかった。」など、数理につながる解決のポイントを見いだす姿である。

「できる」とは、見いだした解決のポイントを使って、自分の力で学習問題を解決する。そして、友達と解決の仕方を説明し合い、学び合うことで、「解決のポイントを使えた、自分で問題を解くことができた」など、自分で問題を解決できるよさを味わうことができる。

さらに「一人一人がわかる・できる喜びを感じる」には、学習問題の選定とペア交流は欠かせない。それは、問題を解決し、それを説明したり、学び合ったりすることで、自分の考えを付加・修正・強化することができるからである。

このことから、本主題は思考を深める学習問題とペア交流を核にして、どの子どもも学習の初めから最後まで意欲的に学習に参加し、自分なりの考えをつかって、数理を獲得する喜びを味わう姿だととらえる。

三毛門小学校では、算数科学習指導を通して、3つの力の育成を目指していると考える。

一つは、数理を追求する力(自らが納得する力)である。二つは、意味を理解する力(問題の構造や考え方を絵図化する力)である。三つは、

自らの考えを説明する力(説得力と学び合う力)である。

#### (2) 思考を深める学習問題とペア交流とは

「思考を深める学習問題とペア交流」とは、学習問題とペア交流をセットにして、1単位時間を組み立てることである。具体的には、交流の必然性が生まれやすい問題①と②を意図的に選定し、ペアと全体の交流を通して数理を追求できるようにする。

「思考を深める学習問題」とは、プレ問題→問題①→問題②へと思考が段階的に深まっていく学習問題のことである。

##### ・プレ問題

「問題①を解きたい」という意欲をもたせる問題である。プレ問題の解決では、電子黒板などを活用して、教師と一緒に問題の解き方を確認する。

実際に授業を参観すると、教師自らが作成したプレゼンテーションにより効率的・効果的な導入がなされている。日常的にICTを活用することにより、プレ問題の解決からめあての設定までを、10分程度で組み立てることができている。

##### ・問題①

プレ問題と類似していることから抵抗感が小さい。また、「～を説明しよう」などの文言を加えた問題事象(問題文)を提示し、解決後の交流への意欲を高める。さらには、プレ問題と問題①を解決することで、共通の解決のポイントを見いだすことができるようにする。

##### ・問題②

問題①で見いだした解決のポイントを使って自力で解決させたい活用問題である。全国学力調査問題や標準学力テストの問題等から選定する。また、条件不足や条件過多、逆思考などの視点からも検討を加える。交流の場面では、互いに解き方を確かめ、考えを深めるとともに自信を持たせる。

プレ問題から問題①へ、そして問題②へと問題の難易度が高まるように提示されるとともに、前問題の解決の仕方を手段や道具として活用できるようにしている。また、それぞれの問題には次のような特徴がある。

プレ問題は、児童にとって「解きたくなるような問題」である。しかも教師といっしょに解決することにより、解決の見通しを確かなものにするとともに、解決への意欲と自信を持たせることができる。



問題①は、プレ問題の場面や条件などが類似しているため、児童にとって「解けそうな問題」であり、自力解決にふさわしい問題と言える。

問題②は、問題①の解決のポイントが活用できるような問題を全国学力調査問題等から選定している。従って、問題①に比べてやや抵抗があるものの、問題文や問題場面、さらには問題の設定や条件などが目新しいため、児童にとっては「解いてみたくなる、挑戦したくなる問題」である。そして、問題②は、本時のねらいが達成できたかどうかを判断できる問題でもある。

全国学力調査問題の活用について、国立教育政策研究所は、「調査問題活用の参考資料」を公開し、全国学力・学習状況調査の調査問題を活用して、日々の学習指導の改善・充実を図ることができるようにしている。三毛門小学校は、全国学力調査問題を問題②として位置付けている。プレ問題、問題①の活用問題として選定しているのである。

全国学力調査問題の授業への活用は、教師の教材研究に関する指導力向上の役割も果たしている。

授業で活用するためには、まず、全国学力調査問題の収集から始めなければならない。収集後は、単元毎に問題を選別する。選別後は、問題①の活用問題としてふさわしいか、難易度は適切かなどを判断する。そのためには、児童の立場から実際に問題を解く必要がある。これらの一連の教材研究を通して、算数教育が目指す具体的な学力を把握することができる。さらには、児童が算数の問題を解くという問題解決的な活動を教師自らが事前に体験することにより、授業中の児童への支援や助言、発問や板書の工夫等の指導上の手だてをより具体的に構想することができるのである。

「思考を深めるペア交流」とは、3つのタイプの児童を意図的にペアとして組ませ、解決過程や解決の結果、考え方などを説明したり、質問したり、付け加えたりする活動である。

その際、表1のように児童を分類し、Cタイプの児童はよりBやAタイプに、Bタイプの児童は、よりAタイプに近づけるように配慮する。また、領域・単元によって児童の実態は異なるため、児童一人一人のタイプの固定化はない。

表1 3つのタイプの児童の実態

Aタイプ	自分で筋道を立てて考えをつくり、順序よく説明をすることができる。
Bタイプ	自分で考えをつくり、友達と一緒に説明することができる。

Cタイプ	教師や友達の支援をもとに考えをつくり、説明することができる。
------	--------------------------------

表2 思考を深めるペア交流の工夫

ペア交流①	○付加・修正を図る交流の仕方 見通しをもとに、問題①で自力解決したことを友達に順序よく説明する。その際、交流の視点に沿って、友達と比較し、教え合ったり一緒に考えたりして、自分の考えを付加・修正する。 ★ペア設定の仕方 CタイプとAタイプの意図的なペアを設定する。Aタイプから説明させることで、Cタイプは、Aタイプのアドバイスをもとに説明したり、自分の考えをつくったりすることができるようにする。
全体交流	解き方のポイントについて全体で話し合い、可視化する。
ペア交流②	○強化を図る交流の仕方 問題①で見つけた解決のポイントを使って、問題②を自力で解決し、ポイントを押さえながら自分の考えを説明する。さらには、大切なポイントが使えているかを相互評価し合い、そのことをノートに書き込むことで、自分の考えを強化する。 ★ペア設定の仕方 自分の意志で複数の友達と交流する。また、自分の力で説明することを基本とし、交流を通して自分の考えを確かなものにする。
全体交流	数理につながる大切なポイントを整理する。

表2のようにペア交流と全体交流をセットにすることにより、学習（児童に任せるペア交流）と指導（ポイントを共有する全体交流）のバランスを調整することができるようになる。

また、1単位時間（45分間）の中に、3つの問題の設定とそれに応じたペア交流と全体交流が2セット設定されている。そのため、共同研究開始時は、1単位時間には収まらないと予想していた。

しかし、これまで参観した研究授業は、すべて45分間で完結している。

それは、研究構想及び授業構想の共有化と共通実践が、日々の授業実践を通して積み上げられているからである。また、校長のリーダーシップの下、学校組織マネジメントが機能している成果でもある。さらには、児童の学習規律や算数科学習の学び方の定着も大きな要因の一つである。ペア交流では、自分の考えを説明しようと計算処理の式や問題事象を具現化した絵図などを指さしながら説得する姿が見られる。聞き手の児童は、自分の考えと比べて、違うことを質問する。その質問に対して、理由や根拠を説明する。このようなペア交流は、対話的な学びの姿である。

ペア交流と類似な言葉にペア学習がある。三毛門小学校はペア交流という言葉にこだわっている。それは、二人組による話し合いを一方的な発表や説明に終わらせるのではなく、問題解決のポイントや考え方などを確かめたり、修正したりするための学習活動として重要視しているからである。

(3) 研究の仮説

算数科学習指導において「つかむ」「考える」「つかう」の3段階の学習過程を設定し、以下の3つの支援を行えば、わかる・できる喜びを味わう子どもが育つであろう。

- 【着眼1】 解決の見通しがもてる学習過程
- 【着眼2】 思考を深める学習問題の設定
- 【着眼3】 思考を深めるペア交流の工夫

(4) 低・中・高学年においてのめざす児童の姿  
表3 めざす児童の姿

学年	数学的な表現	対話的な学び
低学年	数、式、図や言葉などを使って <b>順序よく</b> 説明できる。	友達の考えを聞き、同じところを見つけたり、考えのよいところを見つけたりして伝えることができる。
中学年	数、式、図や言葉などを使って <b>理由を明確</b> にして説明できる。	友達の考えを聞き、似ている点や違っている点に気付き、考えを述べたり、考えのよいところを見つけ、その理由を話したりすることができる。

高学年	数、式、図や言葉などを使って <b>筋道を立てて考え、根拠を明確</b> にして説明できる。	自分の考えと友達の考えを比較し、共通点や相違点を見つけ、考えを述べたり、根拠をもとによりよい考えを話し合ったりすることができる。
-----	--	--

なお、表3の「数学的な表現」と「対話的な学び」は、筆者が付け加えている。

(5) 研究構想図

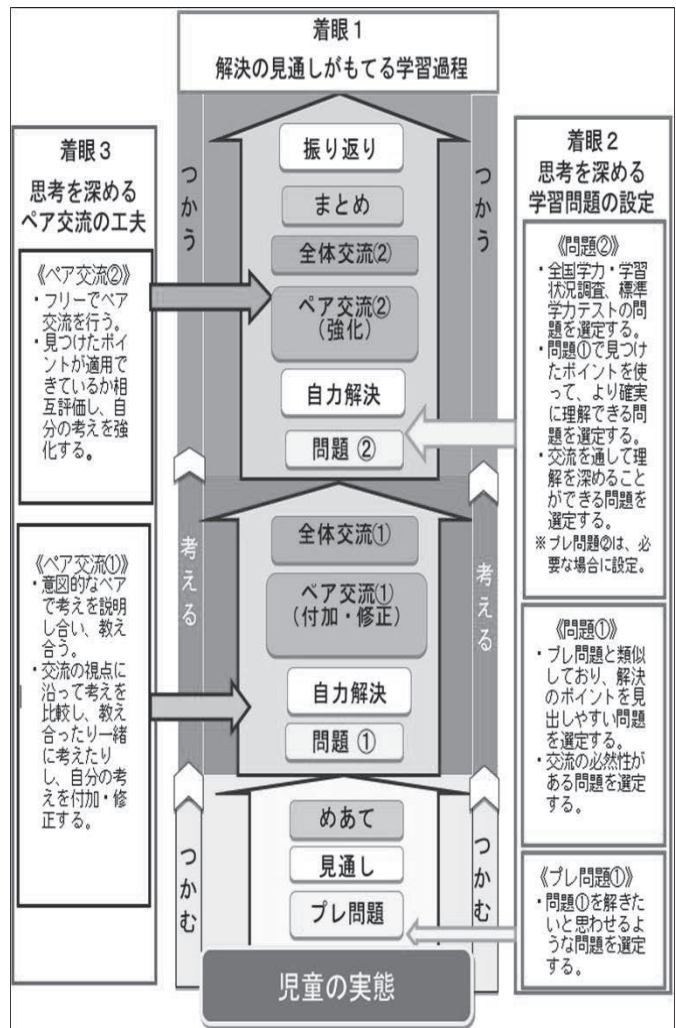


図2 研究構想図

(6) 授業実践例1

第3学年「あまりのあるわり算」

① 本時のねらい

わり算で余りが出たときの処理の仕方を考える活動を通して、1つ分にならない時はあまりを切り捨てる場合があることに気付き、余りを切り捨

てるわけを図や言葉で説明することができるようにする。

## ② 本時の授業仮説

### 【着眼1】 解決の見通しをもつ学習過程

「つかむ→考える→つかう」の3段階の学習過程を設定する。「つくる→考える」の段階にプレ問題①と問題①を設定し、あまりの処理の仕方について解決のポイントを整理する。そして、問題①で学んだことやポイントを使って、問題②を自力解決ができるようにする。

### 【着眼2】 思考を深める学習問題の設定

思考が深まるようにプレ問題、問題①、問題②（標準学力テストの問題）を設定し、問題とセットでペア交流を位置づける。

#### ・プレ問題

「はばが 30cm の本立てに、あつき 4cm の本を立てていきます。本は、何さつたてられますか。」

#### ・問題①

「はばが 33cm の本立てに、あつき 5cm の本を立てていきます。本は、何さつたてられますか。」

#### ・問題②

「なおさんは、毎日 50 分ピアノの練習をしようと考えています。なおさんの練習する曲は、1 回ひくのに 6 分かかります。なおさんは、50 分の練習時間の中で何回この曲をひけるか、次のように計算しました。」

[なおさんのもとめ方]

しき  $50 \div 6 = 8$  あまり 2

2 あまるから、8 に 1 をたして 9 回です。

答え 9 回

なおさんの答えは、まちがっています。まちがっているところに線をひき、その理由を説明しましょう。また、正しい答えを書きましょう。

### 【着眼3】 思考を深めるペア交流の工夫

問題①から②へと思考が深まるように、ペア交流①と②をセットで位置づける。その際、ペア交流①では、Aタイプの児童とCタイプの児童の意図的なペアを編成する。このことによりCタイプの児童が友達の見つけた解決方法を使って、自力解決ができるようにする。ここでのAタイプは、余りの処理の仕方において、切り捨てる理由を説明することができる児童であり、Cタイプは、友達のヒントを手助けに解決し、解決の仕方を説明しようとする児童とする。

また、交流を深めるために解き方を友達と比較し、教え合ったり一緒に考えたりしたことをノートに書き込み、自分の考えを付加・修正させる。

ペア交流②では、複数の児童と交流させる。また、交流を深めるために、問題①で見出したポイントが使えているかを相互評価し、ノートにまとめることで、自分の考えを強化させる。

### ③ 児童の問題解決

・プレ問題  $30 \div 4 = 7$  あまり 2

・問題①  $33 \div 5 = 6$  あまり 3

プレ問題と問題①の解決とペア交流を通して、次の2つの解決のポイントを導き出す。

・あまりの意味を考える。

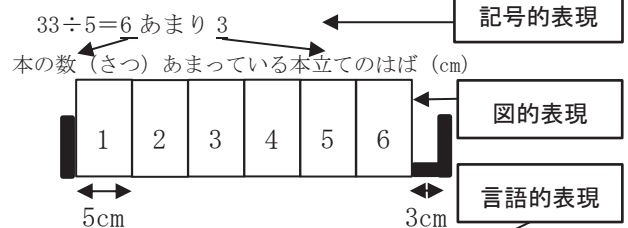
・1つ分になるか、ならないかを考える。

プレ問題と問題①の設定から、解決のポイントを見いだす。一つの問題の解決からは、ポイントなどを見いだすことは難しいが、二つ以上になると比較が可能となり、共通点や差異点に気付きやすくなる。見いだした解決のポイントは、問題を解くための考え方や解き方などの仮説に当たる。従って、それを検証するのが問題②である。

### ④ 数学的な表現を活用したペア交流

・問題①の数学的な表現

はば 33cm の本立てに、あつき 5cm の本を何さつ入れられるかを求めているから、



3cm のはばだと 5cm の本は入らないから、あまりを切り上げない。商をそのままにして、あまりを切り捨てる。

・数学的な表現を用いたペア交流

C: 私は、33cm の本立てにあつき 5cm の本が何冊立てられるかを求めるために、 $33 \div 5$  をしました。 $33 \div 5 = 6$  あまり 3 です。あまりの 3 は、本を 6 さつ立てた時にあまっている本立てのはばです。(図のあまりの部分を示しながら説明する。) 3cm のはばでは、5cm の本は立てられないので、あまりは切り捨てます。だから答えは 6 さつです。

C: あまりの 3 は、本立てのはばの長さなんだね。3cm だと、5cm のあつさの本は入らないから、あまりは切り捨てる。なるほど、分かったよ。

問題①では、記号的、図的、言語的の三つの数学的な表現を用いている。その際、記号的と言語的表現については、児童自身が表現しているが、図的表現については、教師が作成・配布したものを活用している。絵図などについては、児童自身に表現させることが望ましい場合もある。その意義については、研究のまとめで述べる。



ペア交流では、あまり3の理解と切り捨てるの理由についての説明や質問に集中した。5cmの厚さの本とあまりの3cmのはばの大きさについては、図的表現によって数値的にも視覚的にも判断できる。つまり、図的表現は、記号的表現と言語的表現の根拠の役割を果たしているのである。

(7) 授業実践例2

第6学年「円の面積」

① 本時のねらい

正方形と円の1/4図形で構成された複合図形の一部分を分けたり、組み合わせたりなどを通して既習の図形に戻せば、公式を使って面積を求められることに気付き、複合図形の面積の求め方を説明することができるようにする。

② 本時の授業仮説

【着眼1】 解決の見通しをもつ学習過程

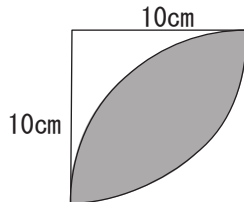
「つかむ→考える→つかう」の3段階の学習過程を設定する。「つくる→考える」の段階にプレ問題①と問題①を設定し、求積の仕方について解決のポイントを整理する。「つかう」の段階では、問題①で学んだことやポイントを使って問題②で自力解決ができるようにする。

【着眼2】 思考を深める学習問題の設定

数理を追求できるようにプレ問題、問題①、問題②(全国学力調査問題を2問)を選定する。

・プレ問題

右の図形の色のぬった部分の面積は何cm<sup>2</sup>ですか。求め方を説明しましょう。

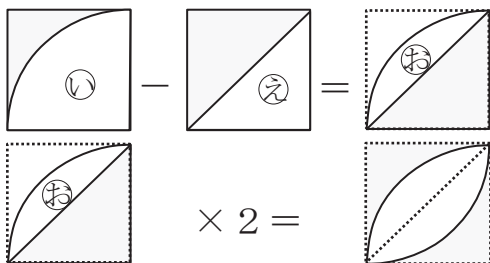


・問題①

色のついた部分の面積を次のような式で求めました。

[だいちさん]の図に合う式はどれですか。正しい式を選び、図を使って考え方を説明しましょう。

[だいちさん]の求め方を表した図



Aの式

$$10 \times 10 \times 3.14 \div 4 = 78.5$$

$$10 \times 10 \div 2 = 50$$

$$78.5 - 50 = 28.5$$

$$28.5 \times 2 = 57 \text{ 答え } 57 \text{ cm}^2$$

Bの式

$$10 \times 10 \times 3.14 \div 4 = 78.5$$

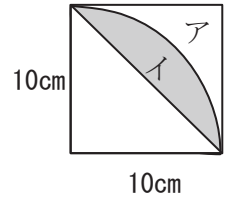
$$10 \times 10 = 100$$

$$78.5 + 78.5 - 100 = 57$$

$$\text{答え } 57 \text{ cm}^2$$

・問題②

アの部分の面積とイの部分の面積を、それぞれ次のような式をつかって求め、2つの面積を比べました。式が図のどの部分になるか考えて求めましょう。



また、アとイのどちらの部分の方が、どれだけ面積が大きいですか。

①  $10 \times 10 = 100 \rightarrow$  ( ) の面積

②  $100 \div 2 = 50 \rightarrow$  ( ) の面積

③  $10 \times 10 \times 3.14 \div 4 = 78.5 \rightarrow$  ( ) の面積

④  $100 - 78.5 = 21.5 \rightarrow$  ( ) の面積

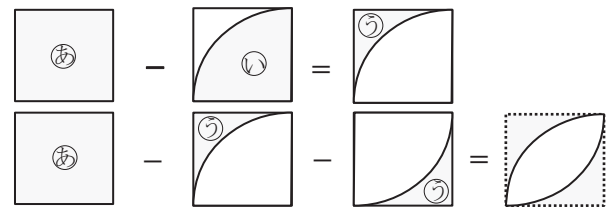
⑤  $78.5 - 50 = 28.5 \rightarrow$  ( ) の面積

【着眼3】 思考を深めるペア交流の工夫

ペア交流の工夫については、授業実践例1と異なる内容であるため省略する。

③ 児童の問題解決

・プレ問題の解答例



あ) 正方形の面積  $10 \times 10 = 100$

い) 1/4の円の面積  $10 \times 10 \times 3.14 \div 4 = 78.5$

う)  $100 - 78.5 = 21.5$

あ) - う) - う) = 57 答え  $57 \text{ cm}^2$

なお、問題①と問題②の解答については、着眼2で示した解答例と類似であるため省略する。

④ 数学的な表現を用いたペア交流

・問題①

・ペア交流

C: だいちさんの考え方の式はAになります。(い)の1/4の円の面積の  $10 \times 10 \times 3.14 \div 4$  から(え)の三角形の面積の  $10 \times 10 \div 2$  を引くことで、(お)の図形を求めています。だから、 $78.5 - 50 = 28.5$ です。(お)の図形を二つ組み合わせると求める形になるので、 $28.5 \times 2$ で答えは  $57 \text{ cm}^2$ になります。C: どこに円があるのか、どんな図形が組み合わせられているかを考えると面積を求めることができます。組み合わせ方がポイントです。

・問題②

・ペア交流

C: ①の式は  $10 \times 10 = 100$  なので、全体の正方形の面積になります。②は、正方形を2で割っているので三角形の面積になります。③の式は、半径  $\times$  半径  $\times 3.14 \div 4$  だから円の1/4の面積を求めて

います。④は①の正方形から③の円の1/4を引いているので(ア)の面積になります。⑤は、③から②を引いているので(イ)の面積になります。(イ) - (ア) = 7なので、(イ)の部分の方が7cm<sup>2</sup>大きいです。

円の1/4図形を含む複合図形の面積を求める問題事象は、はじめから図的表現と言語的表現を用いて提示されている。従って、図的に表現された事象を手がかりに、記号的表現(式操作)を用いて求積することになる。その過程では、複合図形の変形と式表現がそれぞれに対応している。このような数学的な表現の関連付けが、確かな理解につながるのである。このことは、ペア交流の児童の説明の仕方からも分かる。

複合図形を固定したまま、式操作や式変形だけで面積を求めようとすると、扇形の重なり部分の考え方や求め方に苦勞する児童が出てくる。

今回の授業実践では、3つの数学的な表現の関連付けを確認することができた。一つは、正方形や円の性質を活用して複合図形をいくつかの図形に変形していることである。このことは、図的表現を操作的表現に表し変えているととらえることもできる。従って、複合図形にかき込むことができるとともに、切ったり、重ねたり、組み合わせたりできるような図形の準備が必要となる。

二つ目は、問題①のように面積を求める一連の図的表現に対応する式変形を選択させていることである。図的表現から記号的表現への表し変えであり、数学的な表現の関連付けである。

三つ目は、問題②のように面積を求める一連の式変形(記号的表現)に対応する図形との関連付けであり、問題①の逆思考である。

#### 4 研究のまとめ

##### (1) 2つの関連付け

数学的な表現の関連付けには、「個別の関連付け」と「相互の関連付け」の2つを確認することができた。

「個別の関連付け」とは、授業実践2のように一つの図形とそれに対応する式と対応づけることである。1対1の関連付けと言い換えることもできる。このことは授業実践1においても、図的表現と記号的表現、記号的表現と言語的表現などの「個別の関連付け」が行われている。

もう一つは、図3のような「相互の関連付け」である。授業実践1の問題①では、3つの数学的な表現を用いている。ここでの相互の関連付けと

は、問題事象を具現化する表現方法は異なるが、数学的には同一内容を表示しているに過ぎないことを理解することである。このことにより、絵図を式へ、絵図や式を文章へ、絵図を根拠にして式と文章を個別に関連付けるなどの相互の表し変えと対応付けが容易になる。深い学びの実現である。

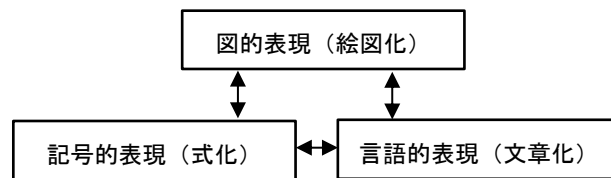


図3 授業実践1における相互の関連付け

##### (2) 児童自身の図的表現

言語的な表現で示されている問題文を児童自らが図的に表し変える筋道は、問題場面や問題の要素・条件などの理解につながっていることを確認することができた。そのため、児童自らが、絵、図、グラフ、数直線、線分図等を用いて表現できるように、低学年からの指導を重ねていきたい。

##### (3) 思考を深める学習問題と対話的な学び

数学的な表現の関連付けは、数理解の獲得につながる。そのためには、数学的な表現とそれらに関連付ける場の設定が重要となる。三毛門小学校との共同研究では、思考を深める学習問題とペア交流(対話的な学び)がその役割を果たしている。

思考を深める学習問題とペア交流は、児童の発想や予想される学習活動を元に授業に組み込まれる。授業実践後は、児童の反応を根拠に繰り返し改善を図っている。その結果、数学的な表現とそれらに関連付ける機能を持つことができるようになっていく。

#### 主な引用・参考文献

- 文部科学省 2018 小学校学習指導要領解説(平成29年告示) 算数編 日本文教出版社
- 平林一榮 1974 現代教科数学大系4 数学と思考 第一法規出版
- 畦森宣信 1983 算数教材論ベーシックな考え方 日本教育研究センター
- 中原忠男 1995 算数・数学教育における構成的アプローチの研究 聖文社
- 飯田慎司 2021 若手教師のための算数指導66の教養 明治図書
- 今城季紹 2009 数学的な表現力を育てる算数授業の研究 ―表す・説明する算数的活動を通して― 高知県教育公務員長期研修生(研究生)研究報告書
- 豊前市立三毛門小学校 2019 研究紀要
- 豊前市立三毛門小学校 2020 研究紀要