第５回春期研究大会論文集
創成型課題研究の部

数学的プロセスからみた教育課程の特徴付け
－領域「関数」に焦点を当てて－

Characterizing the Curriculum from the Viewpoint of Mathematical Process: Focuses on the Teaching and Learning of Functions

岩田耕司
福岡教育大学

要　約

次期学習指導要領の改訂案は，知識として何を教えるかといったコンテンツベースの基準ではなく，児童生徒に対して何をできるようにすべきかといったプロセスベースでの基準である．本稿では，領域「関数」の学習内容に焦点を当て，数学的プロセスに焦点を当てた教育課程の示し方としての評価とともに，その問題点を批判的に検討した．結果として，改訂案に示された内容には，学年が上がるにつれて「何ができるようになったか」や「何をできるようにすべきか」といった学年ごとの差異や学習の深まりが明確に読み取れない内容があることを指摘した．また，それらの学習内容の深まりを数学的プロセスの視点から特徴付けることを試みた．各学年での特徴付けを洗練させていくことが今後の重要な課題である．

キーワード：教育課程，数学的プロセス，プロセススタンダード，関数

１．はじめに

平成 29 年 2 月 14 日に次期学習指導要領の改訂案（文部科学省, 2017a，b）（以下，改訂案と略記する）が示された．この中では，教科等の目標や内容が，資質・能力の三つの柱（知識・技能，思考力・判断力・表現力等，学びに向かう力・人間性等）に基づいて再整理されている．これは，従来の学習指導要領が，児童生徒にどのような資質・能力を身に付けさせるかという視点よりも，各教科等においてどのような内容を教えるかを中心とした構造であり，学習を通じて「何ができるようになったか」よりも,「知識として何を知ったか」が重視されがちであったとの指摘（中央教育審議会，2014，p.1）を踏まえたものである．このように，改訂案における教育課程の基準の示し方は，知識として何を学ぶかといったコンテンツベースのものではなく，むしろ，何をできるようにすべきかといった，いわばプロセスベースのものとなっている．

本研究課題全体の目的は，数学的プロセスに焦点を当てた教育課程のあり方及び学力評価の枠組みについて多面的な検討を行い，数学教育における目標・指導・評価を規定するスタンダードの形で，カリキュラムの枠組みに数学的プロセスを位置づける方法を検討することである．その一端としての本稿では，次期学習指導要領の改訂案について，特に関数領域の学習内容に焦点を当て，数学的プロセスに焦点を当てた教育課程の示し方としての評価とともに，その問題点を批判的に検討することを目的とする．

２．関数の学習内容の系統の概観

改訂案における関数の学習内容をまとめると表 1 のようになる [1)]．領域名の新設・変更や領域間の内容の移行を除けば，小中ともに各学年での学習内容についての大幅な変更はないように思われる [2)]．一方で，各学習を通じて「何ができるようになったか」や「何をできるようにすべきか」といったプロセス面から見たとき，これらの基準の示し方には次のような問題点があるように思われる．

（1）変化や対応の考察方法の深まり

ともなって変わる 2 つの数量の変化や対応の特徴を考察する方法について，特に表 1 の「イ　思考力・判断力・表現力」の列を見ると，それらの記述には次のような特徴がある．

- 小学校第 4 学年と第 5 学年の C (1) イ（ア）の記述が同じである．
- 小学校第 6 学年と中学校第 1 学年の C（1）イ（ア）の記述は内容的に見ればほぼ同じである．
- 中学校第 2 学年と第 3 学年の C (1) イ (ア)

表 1．次期学習指導要領の改訂案（文部科学省 2017a, b）における関数の学習内容 [1)] の系統

校種	学年	領域	項目	ア　知識・技能	イ　思考力・判断力・表現力
小学校	4	C 変化と関係	(1)	(ｱ) 変化の様子を表や式，折れ線グラフを用いて表したり，変化の特徴を読み取ったりすること．	(ｱ) 伴って変わる二つの数量を見いだして，それらの関係に着目し，表や式を用いて変化や対応の特徴を考察すること．
小学校	4	D データの活用	(1)	(ｲ) 折れ線グラフの特徴とその用い方を理解すること．	(ｱ) 目的に応じてデータを集めて分類整理し，データの特徴や傾向に着目し，問題を解決するために適切なグラフを選択して判断し，その結論について考察すること．
小学校	5	C 変化と関係	(1)	(ｱ) 簡単な場合について，比例の関係があることを知ること．	(ｱ) 伴って変わる二つの数量を見いだして，それらの関係に着目し，表や式を用いて変化や対応の特徴を考察すること．
小学校	6	C 変化と関係	(1)	(ｱ) 比例の関係の意味や性質を理解すること． (ｲ) 比例の関係を用いた問題解決の方法について知ること． (ｳ) 反比例の関係について知ること．	(ｱ) 伴って変わる二つの数量を見いだして，それらの関係に着目し，目的に応じて表や式，グラフを用いてそれらの関係を表現して，変化や対応の特徴を見いだすとともに，それらを日常生活に生かすこと．
中学校	1	C 関数	(1)	(ｱ) 関数関係の意味を理解すること． (ｲ) 比例，反比例について理解すること． (ｳ) 座標の意味を理解すること． (ｴ) 比例，反比例を表，式，グラフなどに表すこと．	(ｱ) 比例，反比例として捉えられる二つの数量について，表，式，グラフなどを用いて調べ，それらの変化や対応の特徴を見いだすこと． (ｲ) 比例，反比例を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること．
中学校	2	C 関数	(1)	(ｱ) 一次関数について理解すること． (ｲ) 事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知ること． (ｳ) 二元一次方程式を関数を表す式とみること．	(ｱ) 一次関数として捉えられる二つの数量について，変化や対応の特徴を見いだし，表，式，グラフを相互に関連付けて考察し表現すること． (ｲ) 一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること．
中学校	3	C 関数	(1)	(ｱ) 関数 $y=ax^2$ について理解すること． (ｲ) 事象の中には関数 $y=ax^2$ として捉えられるものがあることを知ること． (ｳ) いろいろな事象の中に，関数関係があることを理解すること．	(ｱ) 関数 $y=ax^2$ として捉えられる二つの数量について，変化や対応の特徴を見いだし，表，式，グラフを相互に関連付けて考察し表現すること． (ｲ) 関数 $y=ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること．

の記述は，一次関数か関数 $y=ax^2$ かの違いを除けば全く同じである．

このように，学年が上がるにつれて，ともなって変わる 2 つの数量の変化や対応の特徴を考察する方法の大まかな違いは見られるものの，学年ごとの差異や学習の深まりについては明確に読み取ることができない．

（2）関数の活用方法の深まり

関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することについても同様に，その記述には次のような特徴がある．

・小学校第 6 学年から中学校第 3 学年の C(1) イ（ア）の記述は内容的に見ればほぼ同じである．

・特に，中学校第 1 学年から第 3 学年までの C（1）イ（イ）の記述は，比例・反比例か，一次関数か，関数 $y=ax^2$ かの違いを除けば全く同じである．

このように，関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することについても，学年ごとの差異や学習の深まりを明確に読み取ることができない．つまり，改訂案に示された内容をプロセス面から見たとき，学年が上がるにつれて「何ができるようになったか」や「何をできるようにすべきか」といった学年ごとの差異や学習の深まりが明確に読み取れない．

３．学習内容のプロセス面からの特徴付け

変化や対応を考察する方法について，各学年の学習内容をプロセス面から特徴付けする際に，礒田（2015）の示す関数の水準（図 1）は有益であるように思われる．氏によれば，第 1 水準と第 2 水準の典型的な違いは，一変数的な議論か，比例のような関係概念による二変数的な議論かの違いであり，特に第 1 水準における計算を利用しての考察では，従属変数に着目しての二項処理（計算）が中心で，階差に着目する傾向が強く，倍概念は未分化であるという（礒田，2015，pp.240-244）．

また，第 3 水準は，二変数間の関係として

第 1 水準．日常語で関係表現する水準
事象（対象）を数量パターン（方法）で考察できる．

第 2 水準．算術で関係表現する水準
数量パターン（対象）を関係（方法）で考察できる．

第 3 水準．代数・幾何で関係表現する水準
関係（対象）を関数（方法）で考察できる．

第 4 水準．微積分で関係表現する水準
関数（対象）を導関数・原始関数（方法）で考察できる．

第 5 水準．関数解析で関係表現する水準
微分や積分を関数空間で考察できる．

図 1．関数の水準（礒田，2015）

捉えた数量の関係を式やグラフで表現し，その数量の関係を式やグラフの特徴を通して考察できる水準であり，第 4 水準はその式やグラフの特徴を，導関数や原始関数で考察できる水準であるという．

このような関数の水準を基に，ともなって変わる 2 つの数量の変化や対応の特徴を考察する方法について，各学年の学習内容をプロセス面から特徴付ければ，方法の深まりとして次の点が特徴的な深まりとして指摘できる．

小学校第 4 学年：従属変数の変化（差）に着目して変化を捉える．

小学校第 5・6 学年：独立変数の変化（倍）にともなう，従属変数の変化（倍）やそれらの対応関係を捉える．

中学校第 1・2 学年：変化や対応の特徴を，それらの式やグラフの特徴から捉える．

中学校第 2・3 学年：式やグラフの特徴を，変化の割合から捉える．

次に，関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することについても，各学年の学習内容をプロセス面から特徴付けしてみたい．

このことに関し，岩田ほか（2016）では，関数を活用して予測したり，解釈したりした結果を正当化することを，領域「関数」における「証明すること」と捉え，その学習のレベルを，表現のレベルに置き換えて提案している．つまり，関数を活用するプロセスとしての数学的モデル化のプロセスを，各学年でどの程度まで意識させ，表現できるようにさせるかという点で各学年の学習内容を特徴付けている．それに基づけば，関数の活用に関する各学年の学習内容は次のように特徴付けられる．

小学校第 6 学年：関数を利用して予測した結果が適切であることの説明を,「用いた関数」と「その用い方」,「予測した結果」の 3 つを明示して構成する．

中学校第 1 学年：上述の説明を,「用いた関数とその数学的根拠」,「数学的モデルとその用い方」,「予測した結果」の 3 つを明示して構成する．

中学校第 2・3 学年：上述の説明に加え，関数を利用する際の理想化・単純化，解釈した結果には制約が伴うことやその要因に言及して説明を構成する．

４．おわりに

次期学習指導要領の改訂案は，知識として何を教えるかといったコンテンツベースの基準ではなく，児童生徒に対して，何をできるようにすべきかといったプロセスベースでの基準である．その趣旨に鑑みれば，学年が上がるにつれ，単に扱う題材が変わるのではなく，数学的に考えるプロセス自体の深まりが求められている．各学年での特徴付けを洗練させていくことが今後の重要な課題である．

注

1）関数の学習内容は，その素地となる内容まで含めると膨大な内容になる．そこで本稿では，関数の学習内容として，（a）ともなって変わる 2 つの数量の変化や対応の特徴を考察する内容，（b）それらを活用して事象を考察する内容の 2 つの学習内容に限定して考察する．

2）細かく見れば，小学校第 4 学年と第 5 学年の C（1）に，変化や対応の特徴を考察する道具として表やグラフ以外に「式」が明記されていること，第 6 学年の C（1）ア（イ）に方法知が明記されたことは注目に値する．

引用・参考文献

礒田正美．(2015).『算数・数学教育における数学的活動による学習過程の構成－数学化原理と表現世界，微分積分への数量関係・関数領域の指導』，共立出版．

岩田耕司・宮崎樹夫・牧野智彦・藤田太郎．（2016）. 課題探究として証明することのカリキュラム開発－領域「関数」における学習レベルとその移行－．日本数学教育学会『第 4 回春期研究大会論文集』, pp. 167-172.

中央教育審議会. (2014).『育成すべき資質・能力を踏まえた教育目標・内容と評価の在り方に関する検討会－論点整理－』（平成 26 年 3 月 31 日）． Retrieved from http://www.mext.go.jp/component/b_menu/shingi/toushin/__icsFiles/afieldfile/2014/07/22/1346335_02.pdf

文部科学省. (2008).『中学校学習指導要領解説数学編』（平成 20 年 9 月），教育出版．

文部科学省．(2017a).『小学校学習指導要領（案）』(平成 29 年 2 月 14 日）. Retrieved from http://search.e-gov.go.jp/servlet/PcmFileDownload?seqNo=0000154961

文部科学省．(2017b).『中学校学習指導要領（案）』(平成 29 年 2 月 14 日）. Retrieved from http://search.e-gov.go.jp/servlet/PcmFileDownload?seqNo=0000154962

付記：本研究は，JSPS 科研費（No. 16H03792, 26381219）の助成を受けています．謹んで感謝の意を表します．