第６回春期研究大会論文集
創成型課題研究の部

新しい教育課程における数学的プロセスの位置付け
－領域「関数」における統合的に考えることに着目して－

Location of Mathematical Processes in New Curriculum Standard:
Focusing on the Thinking to Unify in Area 'Functions'

岩田耕司
福岡教育大学

要　約

平成 29 年 3 月 31 日に告示された中学校の新しい学習指導要領では，「事象を，数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること」としての数学的な見方・考え方を育むことが一つの大きな目標になっている．
本稿では，特に統合的・発展的に考えることに焦点を当てて，新指導要領における数学的プロセスに焦点を当てた教育課程の示し方の特徴を検討した．また，カリキュラムの枠組みに数学的プロセスを位置付ける一つの試みとして，統合的に考えることを，中学校数学科の領域「関数」に位置付けることを試みた．各学年での位置付けをより明確にすることが今後の課題である．

キーワード：教育課程，数学的プロセス，関数，統合的に考えること

１．はじめに

平成 29 年 3 月 31 日に，中学校の新しい学習指導要領が告示された（文部科学省，2018）（以下，新指導要領と略記する）．この度の学習指導要領の改訂に際しては，幼児期に育まれた数量・図形への関心・感覚等の基礎の上に，小・中・高等学校教育を通じて育成を目指す資質・能力を，「知識・技能」，「思考力・判断力・表現力等」，「学びに向かう力・人間性等」の三つの柱に沿って明確化し，各学校段階を通じて，実社会との関わりを意識した数学的活動の充実等を図っていくことが求められており，算数科・数学科の学習においては，特に三つの柱全てに働くものとして「数学的な見方・考え方」を育むことが重視されている（中央教育審議会，2016，p.140）．数学的な見方・考え方とは，「事象を，数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること」であり（文部科学省，2018，p.21），新指導要領にお

いては，統合的・発展的に考える子どもを育成することが一つの大きな目標になっている．

これに先立って，平成19年度から実施されている全国学力・学習状況調査においても，中学校数学の主として「活用」に関する問題の中で，「複数の事象を統合的に捉えること」に関わる問題が一定程度出題されている．岩田・清水（2016）は，それらの問題や解答状況の分析を通して，数学的な場面や日常生活の場面における複数の事象が提示され，それらの関係を捉えたり，見かけ上異なるものを数学的な関係の共通性に着目して統合的に捉えたりするタイプの問題はいずれも正答率が低く，このようなプロセス（活動）については，その要素を分析的に整理して，カリキュラムに位置付けることが必要であることを指摘している．

本創成型課題研究全体の目的は，数学的プロセスに焦点を当てた教育課程のあり方について多面的な検討を行い，数学教育における目標・指導・評価を規定するスタンダードの形で，カリキュラムの枠組みに数学的プロセスを位置付ける方法を検討することである．そこで本稿では，その一端として，新指導要領中学校数学科における数学的プロセスに焦点を当てた教育課程の示し方の特徴を，特に統合的・発展的に考えることに焦点を当てて検討する．

２．統合的・発展的に考えることへの着目

算数・数学科の学習において，統合的・発展的な考え方を育成することの重要性は古くから指摘されてきており，学習指導要領の本則の記述としては，昭和43年告示の小学校学習指導要領および昭和 44 年告示の中学校学習指導要領の総括目標の中で初めて登場することになる．しかしながら，その後の“Back to the Basics”（基礎に帰れ）運動に代表されるような時代的風潮を背景に，以後の学習指導要領の本則の記述からは姿を消すことになる．当時の文部省において，昭和33年と昭和43 年の算数の学習指導要領の改訂に直接の担当者として携わった中島健三氏は，そのことについて次のように述べている．

> 「数学的な考え方」は，一言でいえば，算数・数学にふさわしい創造的な活動ができることを目指したものである．これについては，（中略）どんな価値観のもとに課題をつかみ，どんな方向に探究し改善を図ることが，算数・数学でねらう「創造」であり「発展」であるのかを示す観点が必要である．これにあたるものとして，従前の具体目標には，簡潔化，明確化といった観点があったが，総括目標では，特に，その代表的なものとして「統合」という観点をあげていたわけである．実際に，この「統合」という観点は，数学的な考え方にふさわしい創造的な活動をさせる場合，それを評価する場合に，中核になる観点としての役割をもつものである（中島, 2015, pp.49-50）．

このように，「統合」という言葉には，算数・数学でねらう「創造」や「発展」に対する一つの価値観としての意味が込められており，簡潔，明確，統合といった観点（創造の原動力としての観点）からみて不十分なことがあれば，それを改善しなければ黙っておられないような心情をもつ子どもを育てることがねらいとされていたことが分かる．平成29年に告示された新指導要領においても，この精神は受け継がれているとみることができる．

３．統合的・発展的に考えることの位置付け

では，統合的・発展的に考えることを一つの数学的プロセスとしてみたとき，新指導要領ではどのような位置付けがなされているだろうか．結論から言えば，「統合的・発展的に考察する」という文言自体は，教科の「目標」及び各学年で取り組む「数学的活動」の中で

のみ示されており，各学年の目標や各内容の中には示されていない．つまり，各学年の具体的な指導項目としては表面上位置付けられていないのである．それはおそらく，統合的・発展的に考察することが，ある学年やある内容でのみ取り組むといった性格のものではなく，数学の学習全体を通して取り組むべきものであるという思いを込めたものとみることができる．

その一方で，実際の指導を考えた場合，各学年や各学習内容でどのような活動に取り組めばよいかや，どのような資質・能力を育てればよいかなど，統合的・発展的に考える子どもを育てるための具体的な活動を設定することを難しくさせていることも事実である．実際，中学校学習指導要領解説数学編（文部科学省，2018）で取り上げられている「統合的・発展的に考察する活動」の例は，「数と式」および「図形」に関するものが多く，「関数」や「資料の活用」に関するものはほとんど見られない．

同様のことは，統合的・発展的に考えることだけでなく，他の数学的プロセスについても指摘できる．例えば，「事象を数学化すること」や「解決の方針を立てること」，さらには演繹，帰納，類推に代表されるような数学的な推論の方法についてである．これら数学的プロセスは，汎用的であるがゆえに価値があり，それゆえ，数学学習全般に関わるものとして，数学科全体の「目標」及び各学年で取り組むべき「数学的活動」の中でしか言及されない（できない）ものなのかもしれない．しかしながら，それら数学的プロセスに関する子どもの達成状況が十分でない現状を踏まえると，どの学年のどの内容で，どのような資質・能力をどの程度まで育てるかなど，数学的プロセスに関する学習軌道を，内容の系統とは異なる形で，または，内容の系統と関連付ける形で検討する必要があるように思われる（岩田，2014）．

４．関数領域における統合的に考えること

そのような，カリキュラムの枠組みに数学的プロセスを位置付ける一つの試みとして，本稿では，統合的に考えることを，中学校数学科の領域「関数」に位置付けることを検討してみたい．その際，その土台として次の杉山（2010）の指摘を位置付ける．

> では，なぜ中学校で，$y=ax$ を比例の定義にするのであろうか．
>
> それは，それなりのよさがあるからである．式の形に着目すると，いろいろなことを比例と見ることができるからである．式の形に着目して，式をよむことは，数学的な見方として大切な見方・考え方である．
>
> たとえば反比例の式 $y=a/x$ を $y=a\ (1/x)$ と見ると，y は $(1/x)$ に比例するとみることができる．つまり，反比例は「逆数に比例する」というように見ることができる．
>
> $y=ax^2$ は「y は x の 2 乗に比例する」と見ることができる．今は，教科書に見られなくなったが，一次関数 $y=ax+b$ も，$y-b=ax$ とすると「$y-b$ が x に比例する」と見ることができる．
>
> こういうふうに見てみると，中学校は，1 年生で正比例と逆数に比例，2 年生の一次関数も比例，3 年生の二次関数 $y=ax^2$ も比例，すべて比例と見ることができる．つまり，式の形に着目すると，これまで学習してきたいろいろな公式を「比例」という観点で見直すことができる．比例を式で定義することの意義を考えて，その意義が分かる指導のあり方を，中学校では考えたいものである（杉山，2010，pp. 5-6）．

このように，中学校数学科の領域「関数」の学習内容は，「比例」という観点で統合することができる．また，最後に杉山（2010）が指摘するように，実際の指導においては，「比例」という観点で統合的に見ることのよさや

意義が分かるような指導のあり方を考える必要がある．本稿ではそれを，変数変換に求めてみたい．

我々の身の回りには，関数関係として捉えられる事象が数多く存在する．現行のカリキュラムでは，中学校第 1 学年もしくは第 2 学年で，具体的な事象の中から観察や操作，実験などによって取り出した二つの数量について，事象を理想化したり単純化したりすることによって，それらの関係を比例や一次関数とみなし，そのことを根拠として変化や対応の様子を考察したり予測したりすることを学ぶ（文部科学省，2018，p. 119）．一方で，反比例や $y=ax^2$ など，関数のグラフが曲線になるものについての取り扱いは難しい．なぜなら，曲線は直線と異なり，その形状が無数に存在するからである．

しかしながら，反比例 $y=a/x$ を $y=a\ (1/x)$ とみて，y は $(1/x)$ に比例するとみたり，$y=ax^2$ を $y=a\ (x^2)$ とみて，y は (x^2) に比例するとみたりする見方を基にすれば，x（もしくは y）に適当な変換の操作を施すことによって比例に帰着できるという知識や技能を身に付けることができる．実際，中学校学習指導要領解説数学編（文部科学省，2018）では，中学校第 3 学年「関数 $y=ax^2$」の解説の中で，この見方の一部が紹介されている（p.154）．しかしながら，その扱いは，関数を統合的に見ることや，第 1 学年から第 3 学年までの系統的な指導を前提とするものではないように思われる．

そこで，本稿では，次のようにして，中学校数学科の領域「関数」に統合的に考えることを位置付けてみたい．

第 1 学年：比例と反比例を統合的に見ること．また，y が x に反比例するとき，x と $1/y$ の値の組を座標平面上に表したグラフが直線になることを知ること．

第 2 学年：比例と一次関数を統合的に見ること．

第 3 学年：比例と関数 $y=ax^2$ を統合的に見ること．また，y が x の 2 乗に比例するとき，x と $\sqrt{y}$ の値の組を座標平面上に表したグラフが直線になることを知ること．

５．おわりに

本稿では，統合的・発展的に考えることに焦点を当てて，新指導要領における数学的プロセスに焦点を当てた教育課程の示し方の特徴を検討した．また，杉山（2010）の指摘や変数変換の考えをもとに，中学校数学科の領域「関数」における統合的に考えることの位置付けを検討した．各学年での位置付けをより明確にすることが今後の課題である．

引用・参考文献

岩田耕司（2014）．隠れた学力観とその顕在化による可能性－全国学力･学習状況調査（中学校数学）にみる学力観－．日本数学教育学会第 2 回春期研究大会論文集，5-12.

岩田耕司・清水美憲（2016）．複数の事象の関係を捉え統合する過程の分析．日本数学教育学会第 4 回春期研究大会論文集, 243-248.

杉山吉茂（2010）．比例の定義について．日本数学教育学会誌，92(4)，2-6.

中央教育審議会（2016）．幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）．http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/__icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf（2018.4.16 最終確認）

中島健三（2015）．復刻版 算数・数学教育と数学的な考え方－その進展のための考察－．東洋館出版社.

文部科学省（2018）．中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 数学編. 日本文教出版.

付記：本研究は，JSPS 科研費（No. 16H03792, 17K00979）の助成を受けています．謹んで感謝の意を表します．