幾何學原礎

一

幾何學原礎巻之一

亞國　格拉克先生口授

山本正至
川北朝隣　譯

考定第一問題

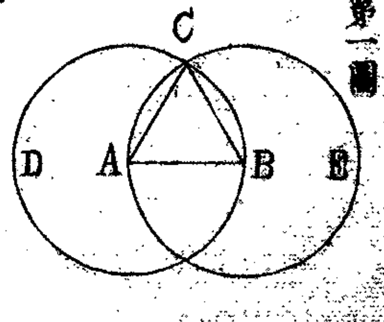
限りある定直線上に等辺三角形畫く事

定直線にABと命し、其ABの上に等辺三角を畫くを求む、Aを中心となし、ABの距離にて、BCDの圏を畫く、(P3)又Bを中心となし、BAの距離にてACEの圏を畫き、其二圏の交点CよりAB附点迄CA CBの二直線を畫く(P1)其ABCの三角に等面なるべし

(證)A点ヲBCD乃圏の中心なる故、(D15)ニ因て(1)あり、又B点ヲACEの圏の中心ある故(2)なり、今AC BC乃各ヲABニ等し、且等き物ニ等き物ハ互ニ等し(A1)(3)なり、夫故ニABCの三角ハ等辺なり、而して定直線ABの上ニ畫き得より

$$AC = AB \quad (1)$$
$$BC = BA \quad (2)$$
$$\therefore CA = AB = BC \quad (3)$$

第一圖



考定第二問題

定直線ニ等き直線を定点より畫く事

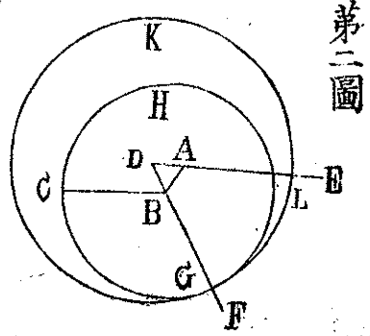
定点よりAを命し定直線ニBCを命す、今BCニ等き直線をA点より畫くを求む

A点より直線BCのB点迄直線ABを畫き而してABの上ニ等辺三角DAB形畫く(1.1) DA DBをE Fニ引延し(P2) Bを中心としてBCの距離を以てCGHの圏を畫き而してDを中心としDGの距離を以てGKLの圏形畫く時ハALヲBCと等からし

(證)BヲCGHの圏の中心なる故(1)あり、又DヲGKL乃圏の中心ある故(2)なり、其一分隻る(3)なり、(2)より(3)を減し其残りヲ(A.3)ニ因て(4)あり、併BCのBGニ等きヲ(1)ニて已に顯ある故ニ、AL BGの

$$BC = BG \quad (1)$$
$$DL = DG \quad (2)$$
$$DA = DB \quad (3)$$
$$AL = BG \quad (4)$$
$$AL = BC \quad (5)$$

第二圖



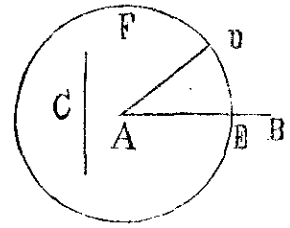
各々BCに等きなり、而して等き物に等れ物も互に等きに因て(5)なり、夫故に定点Aより、直線ALの定直線BCに等く畫き得たり

考定第三問題

定二直線の大ある線より小ある線に等き部分を切事

定二直線にAB及Cを命し、ABを大ある線とし今大あるABより小なるCに等き部分を切る事を求む

第三圖



A点より直線ADをCに等く畫く(1.2)、而してAを中心とし、ADの距離を以てDEFの圏を畫く

(證) AのDEFの圏の中心なる故(1)あり、且直線ADをCに等く畫きたる故(2)あり、今AE及Cの各々ADに等き故(3)あり、而して定二線の大あるABより、其分隻AEをCに等しく切得たり

$$AE = AD \quad (1)$$
$$C = AD \quad (2)$$
$$\therefore AE = C \quad (3)$$

考定第四定理

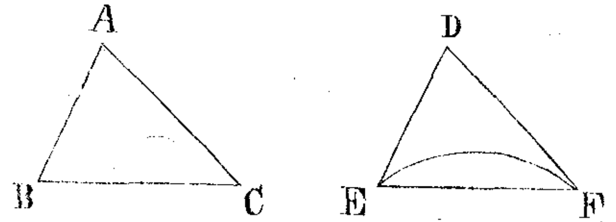
若二ッの三角ありて其第一の三角ハ二辺各第二の三角の二邊各々互に等く、而して互に等き邊に有せる角等き時ハ、其底も等く、此二ッの三角ハ同形あり、而して等

き辺に對せる他の角も、又等かるべし

第四圖

ABC DEF を二ッの三角に命し、其AB AC の二邊各、DE DF の二邊各に等く、即AB は DE に等く AC は DF に等し、而して BAC の角は EDF の角に等き時は、BC の底 EF の底に等くして ABC の三角、恰も DEF の三角と同形なり、而して等き辺に對せる他の角も、又等かるべし即 ABC の角は DEF の角に等しく、ACB の角は DFE の角に等しかるべし

（證）ABC の三角を DEF の三角に重る時は、A点を D点の上



先知

$$AB = DE \quad (1)$$
$$AC = DF \quad (2)$$
$$BA + AC = ED + DF \quad (3)$$
$$\angle BAC = \angle EDF \quad (4)$$

$$BC = EF \quad (5)$$
$$\triangle ABC = \triangle DEF \quad (6)$$
$$\angle ABC = \angle DEF \quad (7)$$
$$\angle ACB = \angle DFE \quad (8)$$

に来る、而してABがDEに等き故に、ABの直線がDEの直線の上に来り、B点はE点と一致し、ABとDEと一致せし、且BACの角がEDFの角に等きも先知なるが故に、ACがDFの上に来て、ACがDFに等きを以てC点はF点と一致し、ACとDFと一致を為し、今B点とE点と一致し、C点はF点と一致する時は、BCとEFと一致せざるを得ず若BとE、CとF一致して、BCとEFと一致せざれば、二直線場所を圍むに當まり(A10)に因て夫は出来難きなり故にBCの底とEFの底は一致するを以て(5)なり、而してABCの三角とDEFの三角と全く一致す故(A8)に因て(6)なり而して他の角皆一致せざるを得ず、故に(7)(8)な

なるを知る夫故に若二ツの三角有て云々

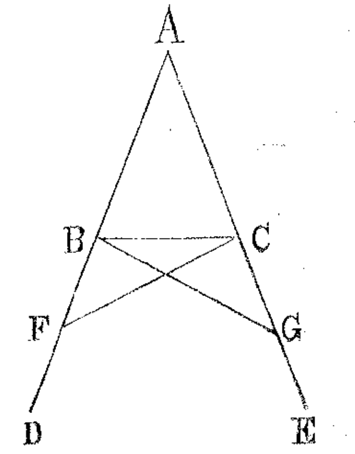
考定第五定理

二等辺三角の底角ハ互に等しかるを為し、且二等辺を引延し、底の外方の角も、互に等しかる為し

ABCを二等邊三角に命し、其ABの辺はACの邊と相等し、而してAB ACの二直線を、D、Eに引延ばして然ハABCの角がACBの角に等く、又CBDの角がBCEの角に等しかる為し

F点をADに設け、而して大なるAEよりAGを、小なるAFに等しく切る(1.3) FC GBを結ぶ

第五圖



先知 $\begin{cases} AF = AG & (1) \\ AC = AB & (2) \\ FA + AC = GA + AB & (3) \\ \angle FAC = \angle GAB & (4) \end{cases}$

(1 4)

$FC = GB$ (5)

$\triangle AFC = \triangle AGB$ (6)

$\angle ACF = \angle ABG$ (7)

$\angle AFC = \angle AGB$ (8)

(證)(1)(2)(3)を先知として、FAGの角をAFC AGBの二ッの三角に

先知 $\begin{cases} BF = CG & (9) \\ FC = GB & (5) \\ BF + FC = CG + GB & (10) \\ \angle BFC = \angle CGB & (8) \end{cases}$

(1.4)

$\triangle BFC = \triangle CGB$ (11)

$\angle FBC = \angle GCB$ (12)

$\angle BCF = \angle CBG$ (13)

$\angle ABG = \angle ACF$ (7)

$\angle CBG = \angle BCF$ (13)

$\angle ABC = \angle ACB$ (14)

普通なる故なり(4)なり、(14)に因て底の等きは(5)二ツの三角同形なて(6)等き辺に對する角皆等し即(7)(8)なり、且全線AFの全線AGに等く、其分隻線ABとAC又等き(1)(2)に顯したり、今(1)より(2)を減し残るは(9)なり、而して(9)(5)(10)(8)を先知なる故(1.4)に因て(11)(12)(13)を知る、「底BCはBFC CGBの二ツの三角に普通なるが故に是を載せず」云(7)より其部分なる(13)を減ずれば、二等辺三角の底角ABCとACB互に等きを知る(14)なり、而してFBCの角とGCBの角互に等きは(12)に於て已に顯したり、是底の外方に於る角なり、夫故に二等邊三角云く

(系證) 等辺三角は其角皆等き事明なり

考定第六定理

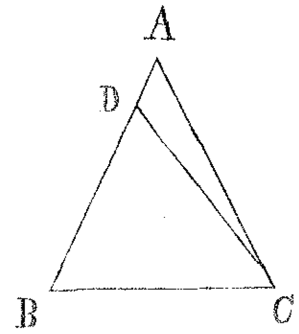
若三角の二角互に等き時は、其等き角に對する辺も又互に等かるべし

ABCを三角に命し、其ABCの角とACBの角、互に等き時はABの邊はACの邊に等かるべし

若ABとACを等からずとすれば、其一辺は他の辺より大ならざるを得ず、今ABを大なりとして而して、其[illegible]よりDBを小なるACに等く切り、CDを結ぶ

第六圖

(14)(證)DBC ABCの二ッの三角に於て(1)(2)(3)(4)を先知なる故に、(14)に因て底の等きも(5)にして、二ッの三角同形なる



先知
$$DB = AC \quad (1)$$
$$BC = BC \quad (2)$$
$$DB + BC = AC + CB \quad (3)$$
$$\llcorner DBC = \llcorner ACB \quad (4)$$

(14)

$$DC = AB \quad (5)$$
$$\triangle DBC = \triangle ACB \quad (6)$$
$$\triangle DBC < \triangle ACB \quad (7)$$

(6)なり、然るに圖による時は(7)にして不同なり、小の大に等きの理に於てあらざるなり、故にABとACと相等しからざるにあらずして、即等きなり、夫故に若三角形二角云く

(系證)等角の三角は等辺なる事明なり

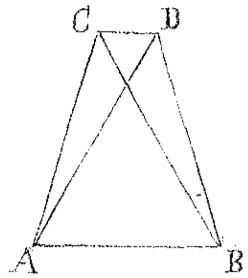
考定第七定理

一底線の一方に等き二ッの三角は書き能はざるなり、即右辺は右辺等くしく、底の右端に終り、左辺は左辺と等くして、底乃左端終る所乃者をいふなり

若夫の畫かれ能ふと假におもへば、一底線ABの一方

に於て ACB ADB の二ッの三角乃、CA DA の等き二辺共ニ一底
線のA端に終り、又其 CB DB の等き二邊共ニ、一底線の
B端に終る處く、畫く處し
爰に於て三角の頂点の各ヶ、他の三角の外にあるべし、
而して CD 結ふ

第七圖



先知 AC = AD (1)

(1.5)

∠ACD = ∠ADC (2)

∠ACD > ∠BCD (3)

(A.9)

∠ADC > ∠BCD (4)

∠BDC > ∠BCD (5)

先知 BD = BC (6)

(1.5)

∠BDC = ∠BCD (7)

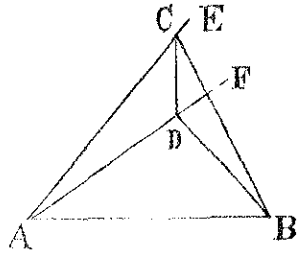
(證)(1)は先知なる故ニ、(1.5)に因て(2)を得、圖ニ因れば(3)なり、(A.9)に因て(4)を知る、且圖に因れば BDC の角ヶ ADC の角より大なれば、故に(5)なる事判然たり、又(6)は先知なる故ニ、(1.5)に因れば BDC の角は BCD の角に等き(7)なり、併(5)に於て BDC の角ヶ BCD の角より大なる殘顯なり、夫は出来せざるなり

然と雖ふ、若 ABD の三角の頂角Dヶ、ABC の内に有る時は畫の逢能ふと思えば AC AD を E F ニ引延し CD を結ぶ

(證) ACD の三角に於て、AC は AD ニ等き故に、(1.5)に因れば底線 CD の外方に於る角、互に等き(2)なり、併圖ニ因れば(3)なる故に(4)なる明なり、又圖ニ因れば FDC の角より

大なる故に(5)なる事明なり、且(6)も先知なる故、(1.5)に因て(7)なるを知る、(5)と

第八圖



$$AC = AD \quad (1)$$

(1.5)

$$\angle ECD = \angle FDC \quad (2)$$

$$\angle ECD > \angle BCD \quad (3)$$

$$\angle FDC > \angle BCD \quad (4)$$

$$\angle BDC > \angle BCD \quad (5)$$

$$BD = BC \quad (6)$$

(1.5)

$$\angle BDC = \angle BCD \quad (7)$$

(7)を比較するに、(5)に於て不等にして、(7)に於て相等し、是理に於てかくあらざる所なり、故に出来せざる也

且三角の項角は他の三角乃辺の上にある者は嘗て

試に及ばざるなり、夫故に一底線の一方に云く

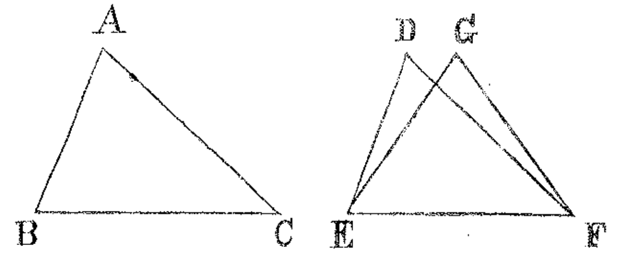
考定第八定理

若二ッの三角に於て、第一の三角乃二辺各第二の三角の二辺各に等しく、且其底も等き時は、第一の三角の二邊に有せる角、第二の三角の夫に等き二邊に有せる角に等かるべし、

ABC DEFを二ッの三角に命し、其第一の三角のAB AC乃二辺各、第二乃三角のDE DFの二辺各に等し、即ABとDE ACとDF相等きあり、而して底線BCは底線EFに等き時は、BACの角はEDFの角に等かるべし

(證)ABCの三角をDEFの三角に重る時は、B点はE点上に

第八圖



先知

$$AB = DE \quad (1)$$

$$AC = DF \quad (2)$$

$$BA + AC = ED + DF \quad (3)$$

$$BC = EF \quad (4)$$

$$\angle BAC = \angle EDF \quad (5)$$

上ヿ来り、BCハEFと重り、BC EF等きを以て、C点ハ又F点と一致し、BCハEFと一致をる故ふ又BA ACハED DFと一致をべし、若底線BCハ底線EFと一致して、BA CAの二邊ハED FDの二辺と一致せざる時ハ、EG FGの如く朝幹をべし、然る時ハ一底線EFの一方ふ於て、EDF EGFの二ッ乃三角、即右辺と右辺等くして、底の右端ふ終り、左辺と左辺等くして底の左端ふ終る所の者を、書くふ當る為し、(1.7)ふ因て夫ハ出来せざる事を證せり、是を以て底線EF BC一致をる時ハBA ACの二辺ハ、ED DFの二辺ト、一致せざる能ハざるなり、故ふ(1)(2)(3)(4)先知なれバ、BACの角ハEDFの角ト一致をるを以て(5)あるを知る夫故ふ若二ッ乃三角ふ於て云々

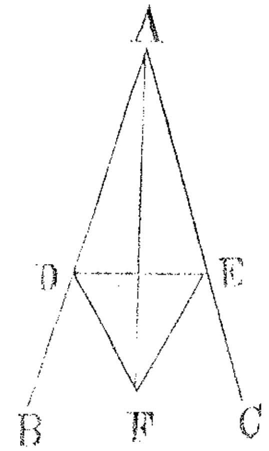
考定第九問題

定直線角を等分をる事

ABCを定直線角ふ命し、是を等分をる事を求む

AB線中ニ随意ニ、D点を設け(1.3)ニ因てAEをADニ等く切りDEを結ぶ、而して(1.1)ニ因て、DEの上ニA角ニ反對してDEFの等辺三角を畫き、AFを結ぶ爰ニ於て直線AFハBAC乃角を等分せし

第九圖



(證)ADハAEニ等く、AFハDAF EAFの二ッの三角に普通なる故ニ、DA AFの二辺各ハ、EA AF乃

先知
$$AD = AE \quad (1)$$
$$AF = AF \quad (2)$$
$$DA + AF = EA + AF \quad (3)$$
$$DF = EF \quad (4)$$
(1.8)
$$\angle DAF = \angle EAF \quad (5)$$

二辺各に等く及び底線DFハ底線EFニ等し、即(1)(2)(3)(4)ニ先知なる故ニ、(1.8)ニ因れハ、DAF乃角ハEAFの角ニ等きを知る(5)なり、夫故ニ定直線角BACを直線AFニ因て等分せるを得たり

考定第十問題

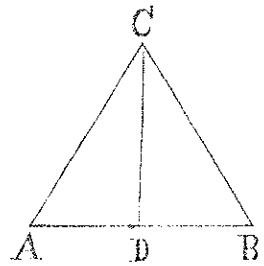
限りある定直線を等分せる事

AB線定直線ニ命し、是を等分せる事を求む

ABの上ニ(1.1)ニ因て、ABCの等辺三角を畫き、而して(1.9)ニ因てACBの角ハCDニ因て等分せる時ハ、直線ABをD点ニ於て等分し得たし

(證)ACハCBニ等く、及びCDハACD BCDの二ッの三角ニ普通な

第十圖



先知

$$AC = CB \qquad (1)$$
$$CD = CD \qquad (2)$$
$$AC + CD = BC + CD \qquad (3)$$
$$\angle ACD = \angle BCD \qquad (4)$$

(14)

$$AD = BD \qquad (5)$$

る故ニ、AC CDの二辺各、BC CD乃二辺各ニ等く、且ACDの角をBCDの角ニ等く組立たり、即(1)(2)(3)(4)ハ先知なる故ニ、(14)ニ因て底線ADハ、底線BDニ等きを知る(5)なり、夫故ニ直線ABとD点ニ於て等分せり

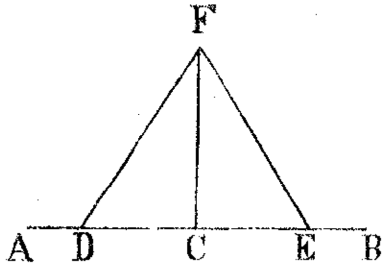
考定第十一問題

定直線ニ直角ニ、定点より直線を畫く事

ABを定直線ト命シ、Cを夫ニ於ゐ定点ト命し、而してABに直角ニ、C点より直線を畫く事を求む

ACヲ随意ニD点を設け、(13)ニ因てCEをCDニ等くし、而してDEの上ヲ等辺三角形を畫き、CFを結ぶ、是ニ於て直線CFハ、定直線ABヲ直角に、定点Cより画き得たり

第十一圖



先知

$$DC = CE \qquad (1)$$
$$CF = CF \qquad (2)$$
$$DC + CF = EC + CF \qquad (3)$$
$$DF = EF \qquad (4)$$

(1.8)

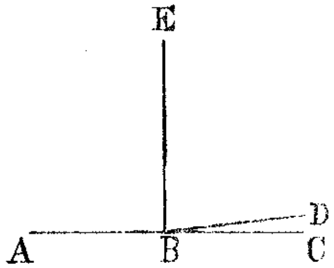
$$\angle DCF = \angle ECF \qquad (5)$$

(證) DCハCEニ等く、

及びCFはDCF ECFの二ッの三角は普通なる故に、DC CF乃二辺各、EC CF乃二邊各は等しく、底線DFは底線EFに等しきを以て、(1)(2)(3)(4)を先知なれば、(1.8)に因てDCFの角はECFの角に等しく、凡旁角あり、若直線は他の直線の上に立て旁角互に等しき時は、其角の各を直角と名付く、(D.10)に縱なり、因てDCF ECF乃角の各は直角なり、夫故に定点Cより、定直線ABに直角に、直線CFを画き得たり

(系證)此問題に因て、二直線普通の分線を持、能はざるか明なり

若二直線に普通の分線を有せる事出来ると思ひて二直線ABC ABDに普通の分線ABを有せしめ而して其点より BEを、ABに直角に畫く



$\llcorner CBE = \llcorner EBA$　(1)

$DBE = \llcorner EBA$　(2)

$\therefore DBE = \llcorner CBE$　(3)

$DBE < \llcorner CBE$　(4)

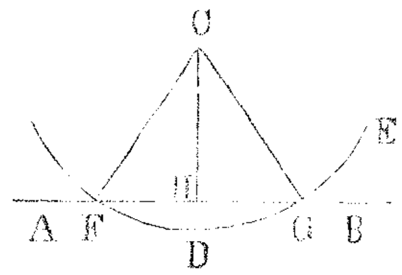
(證)ABCは直線なる故に、(D.10)に因て(1)なり、又ABDは直線なる故に(2)なり、(1)(2)に因て(3)を得、小の大に等しきより、是理にあらざるなり、夫故に二直線普通の分線を持能はざるなり

考定第十二問題

限りなき長さの定直線に、垂線を其外方乃、定点より

畫く事

AB线或る長さに迄両方に引延能う所の、定直線に命し、Cを夫の外方の定点に命じ、而して C点より AB に、垂線を畫く事を求む



第十二圖

C点より AB を越えて、D点を設け、CD の距離を以て、FG に於て AB に會を画き、EGF の圏を畫き、(1.10) に因て FG を H に於て等分し、CF CH CG を結ふ、然る時は直線 CH は、定直線 AB に垂線に、定点 C より畫くを得るなり

(證) FH は HG に等く、且 HC は FHC GHC の二ッの三角形に普通ある故に、FH HC は二辺各、GH HC の二辺各に等く、底線 CF は、底線 CG に等きを以て、(1)(2)(3)(4) を先知なる故に (1.8) に因て FHC の角は GHC の角に等きを知る

先知
$$FH = HG \quad (1)$$
$$HC = HC \quad (2)$$
$$FH + HC = GH + HC \quad (3)$$
$$FC = GC \quad (4)$$
(1.8)
$$\llcorner FHC = \llcorner GHC \quad (5)$$

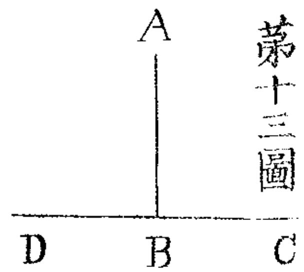
(5) なり、而して此角は旁角なる、若直線は他の直線の上に立て、旁角互に等き時は、其角の各を直角と名付而して他の上に立ツ所の直線を、夫に垂線と命ず、(D.10) ヲ嫩なり、是に因て CH は AB に垂線なり、夫故に外方の定点 C より、CH を定直線 AB に、垂線に畫き得たり

考定第十三定理

直線は、他の直線の一方に會して、二角をなせば、其角の各は直角なり、或は是を集れば、二直角に等しきなり

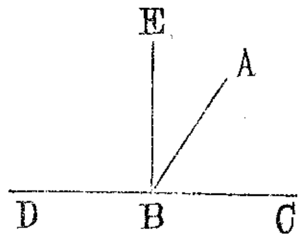
直線ABは、直線CDの一方に會して、CBA ABDの二角をなせば、其角の各は直角なり、或は是を集れば、二直角に等しきなり

第十三圖



$$\angle CBA = \angle ABD \quad (1)$$

(證) 若(1)の如く、CBAの角はABDの角に等しき時は、(D.10)に因て其角の各は直角なり、然れども若等しからざる時は、(I.11)に因てB点よりBEをCDへ直角に畫く、爰におゐて



$$\angle CBE = \angle CBA + \angle ABE \quad (2)$$

$$\angle CBE + \angle EBD = \angle CBA + \angle ABE + \angle EBD \quad (3)$$

$$\angle DBA = \angle DBE + \angle EBA \quad (4)$$

$$\angle DBA + \angle ABC = \angle DBE + \angle EBA + \angle ABC \quad (5)$$

$$\angle CBE + \angle EBD = \angle DBA + \angle ABC \quad (6)$$

$$\angle CBE + \angle EBD = 2R \quad (7)$$

$$\angle DBA + \angle ABC = 2R \quad (8)$$

CBE EBDの二角を集て、二直角に等しきなり、而してCBEの角はCBA ABEの二角に等しき(2)あり、其等しき各にEBDの角を加れば、(A.2)に因て(3)を得、又DBA

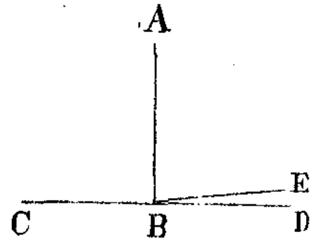
の角ハDBE EBA乃二角ニ等き(4)あり、其等き各ニABCの角を加ふ時ハ(5)あり、併(3)ニ於てCBE EBDの二角ハ同し三ッの角に等き事を顯したり、而して等き物ニ等き物ハ互ニ等し、(A.1)ニ擧たり故ニ(6)あり、且CBE EBDハ前ニ擧たる如く二直角なる了因て(7)ニして、DBA ABC CBE EBDを集て、二直角ニ等きを得る(8)なり、夫故ニ直線ハ他の直線云云

考定第十四定理

若直線ハ、他の二直線と、一点ニ會して、其相對せる一方ニ於て、旁角を集めて、二直角ニ等からしめバ、此二直線ハ、一直線をなすべし

直線ABハ、二直線BC BDと、B点ニ會して、ABニ相對せる方ニ於て、旁角ABC ABDを集めて、二直角ニ等からしめバ、BDとBCハ一直線をなすべし

第十四圖



先知

$$\llcorner CBA + \llcorner ABE = 2R \qquad (1.13) \qquad (1)$$

$$\llcorner CBA + \llcorner ABD = 2R \qquad (2)$$

$$\llcorner CBA + \llcorner ABE = \llcorner CBA + \llcorner ABD \qquad (3)$$

$$\llcorner ABE = \llcorner ABD \qquad (4)$$

$$\llcorner ABE < \llcorner ABD \qquad (5)$$

(證)若BDとBCハ一直線をなさずと思ハバBEを夫と一直線と思ふ方へ引べし、爰ニ於て(1.13)ニ因れバ直線ABハ直線CBEの一方ニ會してCBA ABEの二角をなせる是を集めて二直角ニ等きと(1)あり、且CBA ABD乃

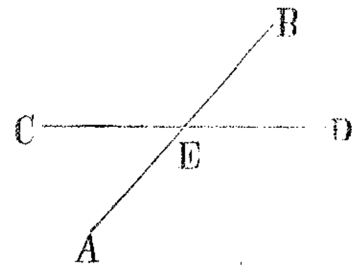
二角を集めて、二直角に等き先知にして(2)なり、故に CBA ABE の二角は、CBA ABD の二角に等き(3)なり、(A.3)に因りて、其等き各より普通なる CBA の角を減し、残り ABE の角は残り ABD の角に等き(4)なり、圖に因て(5)なり、小の大に等きは理にあらざるなり、故に BE は BC と一直線をなさゞるなり、同法を以て BD の他は、BC と一直線をなさ能はざるを顕し得べし夫故に若直線は他の二直線云云

考定第十五定理

若二直線互に切合時は、相對る角互に等なる應し

AB CD の二直線、E点に於て互に切合時は、AEC の角は BED の角に等く、AED の角は BEC の角に等かる應し

第十五圖



$\angle AEC + \angle AED = 2R$ (1.13) (1)

$\angle AED + \angle BED = 2R$ 〃 (2)

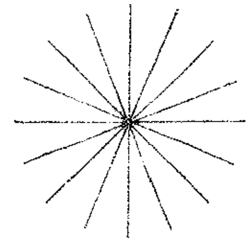
$\angle AED + \angle BED = \angle AEC + \angle AED$ (3)

$\angle BED = \angle AEC$ (4)

(證) (1.13) に因りて、直線 AE は CD と會して、AEC AED の角をなす、是を集めて二直角に等しとも(1)なり、又直線 DE は AB と會して、AED BED の角をなす、是を集めて二直角に等しとも(2)なり、(1) (2) 共に二直角に等きを以て、AED BED の二角は、AEC AED に等きを得る(3)なり、其等き各に普通なる、AED の角を減し、残り BED の角は、AEC の角

ニ等き哉知る④あり、而して同法を以て、AEDの角ハBECの角ニ等き、證を顯し得べし、夫故ニ若二直線云々

(系證)第一　若二直線互ニ切合時ハ、其切合所の点ニ於てなる、四角を集むれバ、四直角ニ等き事明あり



(系證)第二　若一点ニ會する、許多の直線ニ因てある総角を集むれバ、四直角にひとしき者あり

圖の如く許多乃直線仮ニ十六個を画く一点ニ集る時ハ此總角十六個の角を集る時ハ四直角あり

考定第十六定理

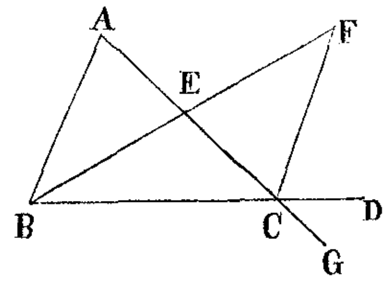
若三角の一邊を、引延たる時ハ、其外角ハ是ニ對する内角の、何れよりも大なるべし

ABCを三角ニ命ず、其一辺BCをDニ引延し、外角ACDハ是ニ對する内角、CBA BACの何れよりも大なり

(1.10)ニ因てACをE点ニ於て等分し、BEを結ぶ、而してBEをFニ引延し、(1.3)ニ因てEFをBEニ等くなし而してFCを結ぶ

(證)AEハECニ等く、BEハEFニ等き故ニ、AE EB二邊各、CE EFの二邊各ニ等く、且AEB CEFハ相對する頂角なる故ニ、(1.15)ニ因てAEBの角ハ、CEF乃角に等し、即①②③④ハ先知なる故ニ、(1.4)ニ因れバ、底線等しく、⑤、二ッの三角同形なる

第十六圖



先知

$$AE = EC \qquad (1)$$
$$BE = EF \qquad (2)$$
$$AE + EB = CE + EF \qquad (3)$$
$$\angle AEB = \angle CEF \ (1.15) \qquad (4)$$

(1.4)

$$AB = CF \qquad (5)$$
$$\triangle AEB = \triangle CEF \qquad (6)$$
$$\angle BAE = \angle ECF \qquad (7)$$
$$\angle ECD > \angle ECF \qquad (8)$$
$$\angle ACD > \angle BAE \text{ or } \angle BAC \qquad (9)$$

(6)にして等き邊に對する角は各々、各に等きを知る
故に(7)を得、且圖に因れば(8)なる故、ACDの角は、BAE或は
BACの角より大なるを知る(9)なり、而して同法に因て
ACをGに引延し、BCを等分する時は、(1.15)に因てBCGの角
はACDの角に等くして、ABCの角より大なる事を顯し得
可し、夫故に若三角は一邊云云

考定第十七定理

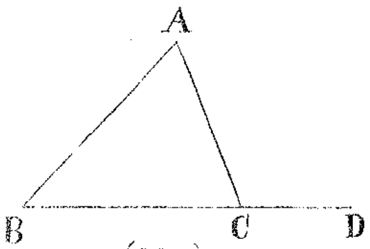
三角の内、何れの二角を集むるとも、二直角より小な
り

ABCは三角を命し、其何れの二角を集むるとも、二直角
より小なり

(證)BCをDに引延せる時は、ACDはABCの三角の外角なる故、
(1.16)に因れば、ACDの角は是に對する内角ABCより大なる

(1)なり、(A.4)に因れば、其等しき各にACBの角を加へて、ACD ACBの角を集めく、ABC ACBの角を集めし者より大なる(2)なり、併(1.13)に因れば、ACD ACBの角を集むる時は二直角に等しき故に(3)なり是に因て ABC ACBを集むれば、二直角より小なるを知る(4)なり、而して同法に於て BAC ACBの角、又 CAB ABCの角を集めて、二直角より小なる事を

第十七圖



(1.16)

$\angle ACD > \angle ABC$ (1)

$\angle ACD + \angle ACB > \angle ABC + \angle ACB$ (2)

$\angle ACD + \angle ACB = 2R$ (1.13) (3)

$\angle ABC + \angle ACB < 2R$ (4)

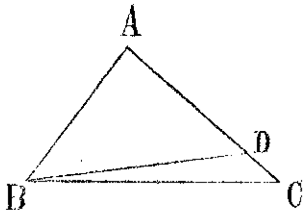
證し得るなり、夫故に三角の何れの云云

考定第十八定理

凡そ三角の大なる邊は、大なる角に對する者なり

ABCを三角に命し、其ACの辺の、ABの辺より大なる時は、ABCの角の、又ACBの角より大なる者なり

第十八圖



$ADB > DCB$ (1.16) (1)

先知 $AB = AB$ (2)

(1.5)

$\angle ADB = \angle ABD$ (3)

$\therefore \angle ABD > \angle ACB$ (4)

$\angle ABC > \angle ACB$ (5)

ACはABより大なる故に、ACよりADをABに等しく切り、BDを結ぶ

(證)(1.16)に因れば ADBの角は、BDCの三角の外

角なる故に、是に對する内角DCBより大なり(1)と、(2)は先知なる故、(1.5)に因て、ADBの角は、ABDの角に等き(3)なり、故に又ABDの角は、ACBの角より大なるを知る(4)なり、且ABDの角より、尚大なるABCの角は、ACBの角より大なる事明なり、夫故に凡て三角の大なる邊云云

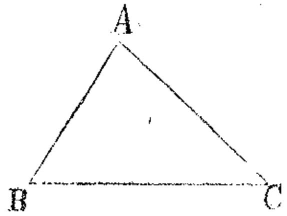
考定第十九定理

凡て三角形大なる角は、邊の大なるに因て廣し、即夫に對して、大なる辺を有する者なり

ABCを三角に命し、其ABCの角は、ACBの角より大なる時は、ACの辺は、ABの辺より大なる者なり

(證)若ABCの角は、ACBの角より大にして、ACの邊は、ABの邊より大ならずといふ時は、夫と等きか、或は夫より小なるべからざるを得ず、併ACとABは等からず、若(1)の如く等き時は、(1.5)より因て(2)の如くABCの角はACBの角に等かるべし、夫は(3)の如く等からざる故に、ACとABは等からざる事判然なり、或は(4)の如く、夫より小なりとする時は、(1.18)に因て、大なる邊は大なる角に對する故に、ABC乃

第十九圖



$$AC = AB \quad (1)$$

(1.5)

$$\angle ABC = \angle ACB \quad (2)$$

先知 $\angle ABC > \angle ACB$ (3)

$$AC < AB \quad (4)$$

(1.18)

$$\angle ABC < \angle ACB \quad (5)$$

先知 $\angle ABC > \angle ACB$ (6)

角のACBの角より小なるべし、併夫(3)の如く小ならざるなり、是り因てACをABより小なるを得ず、且夫と等からざることを前に示したれば、故にACをABより大なり、夫故り凡て三角の大なる角云云

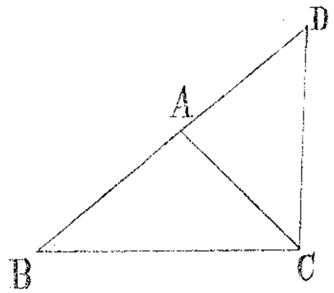
考定第二十定理

三角の何れか二辺を集むるとも、残る一辺より大なり

ABC哉三角よ命し、其何れ乃二辺を集むるとも、残る一邊より大なり、即BA ACを集むれば、BCより大なり、AB BCを集むれば、ACより大なり、又AC CBを集むれば、ABより大なり

BAをDまで引延し、(1.3)に因て、ADをACに等くなし、DCを結ぶ

第二十圖



$AD=AC$ ①

(1.5)

$\angle ADC=\angle ACD$ ②

$\angle BCD>\angle ADC$ ③

$\therefore \angle BCD>\angle BDC$ ④

(1.19)

$BD>BC$ ⑤

$BD=BA+AC$ ⑥

$\therefore BA+AC>BC$ ⑦

(證)(1)の如く、ADをACに等くなしたる故に、(1.5)に因てADCの角は、ACD乃角に等しく(2)なり、圖に因れば、(3)の如くBCDの角は、ACDの角より大なり、故に又BCDの角は、BDCの角より大なるを知る(4)なり、且BCDの三角乃BCDの角は同じ

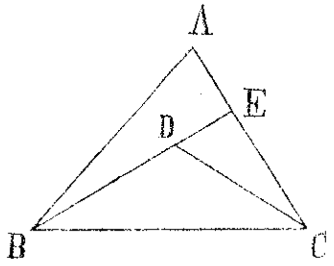
三角のBDCの角より大なり而して(1.19)に因れば、大なる角に大なる辺を對す故に、BDの邊はBCの邊より大なるを知る(5)なり、併BDに、BAとACを集むる者より等紀(6)なり、是は因て(7)にしく、BA AC共集むれば、BCより大なるを知る、而しく同法に因て、AB BCを集むれば、ACより大て、AC CBを集むれば、ABより大なる、證を顯得べし、夫故は三角の何れの二辺云云

考定第二十一定理

三角の一邊の両端より、三角内の点へ、畫く二直線は、三角の他の二邊より、小なるべし、然れとも大なる角を有つべし

二直線BD CDを、ABCの三角の一邊、BCの両端B Cより、其内点Dへ畫く時は、BD DC共に、三角の他の二邊BA ACより小なり、然れとも BDCの角は、BACの角より大なり

BDをEに引延せ



第二十一圖

(證)(1.20)に因れば、三角の何れの二邊を集むるとも、残る一邊より大なり、即(1)の如く ABEの三角の、BA AEの二邊の、BEより大なり、其各へECを加ふる故に、(2)の如く BA ACの二邊の、BE ECより大なり、次は又(1.20)に因て、(3)の如く CEDの三角のCE EDの二邊は、CDより大なり

$$BA+AE>BE \quad (1.20) \quad (1)$$
$$BA+AC>BE+EC \quad (2)$$
$$CE+ED>CD \quad (1.20) \quad (3)$$
$$CE+EB>CD+DB \quad (4)$$
$$BA+AE>BD+DC \quad (5)$$

$$\angle BDC>\angle CED \quad (1.16) \quad (6)$$
$$\angle CEB>\angle BAE \quad 《 \quad (7)$$
$$\angle BDC>BAC \quad (8)$$

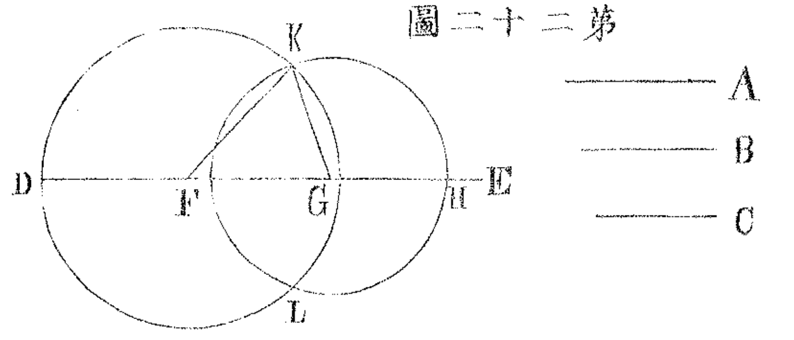
その各にDBを加へて、CE EBはCD DBより大なるを知る(4)なり、然る時は大なる者より大なる所の、BA ACの二邊は、BD DCより大なる故知る(5)なり、且(1.16)に因まれば、三角の外角は、是に對する内角の、何れよりも大なり、即CDEの三角の外角BDCは、是に對する、内角CEDより大なり、(6)となり、同理に因て(7)の如く、ABEの三角の外角CEBは、是に對する、内角BAEの角より大なり、(6)(7)比較する時は、大なる角より大なる、BDCの角は、BACの角より大なるを知る(8)なり、夫故に三角の一辺の両端云云

考定第二十二問題

定三直線を、三邊となして、三角を畫く事、然と雖とも(1.20)に因る時は、其定二直線を集めて、残る定一直線より大ならざるべからず

ABCを定三直線に命し、其二直線は、残る一直線より大なり、即ABを集めて、Cより大なり、ACを集めて、Bより大なり、及びBCを集めて、Aより大なり、此ABCの三直線を、三辺となして、三角を畫く事を求む、

第二十二圖



D点を設け、DよりEの方へ不定長ろ一直線DEを畫き、(1.3)ろ因てDFをAろ等く、FGをBふ等く、GHをCふ等くあれ、而してFを中心とあし、FDの距離を以て、DKLの圏を畫き、又Gを中心とあし、GHの距離を以て、HLKの圏を畫く、而してKF KGを結ぶ爰ふ於てKFGの三角ゟABCろ三直線ふ等き三辺を有つあし

$FD = FK$　(1)

$FD = A$　(2)

$\therefore FK = A$　(3)

$GH = GK$　(4)

$GH = C$　(5)

$GK = C$　(6)

$FG = B$　(7)

(證) F点は圏の中心なる故ふ、FDはFKふ等し(1)あり、今FDをAろ等くなせ(2)あり、故ま(3)ふして、FKはAふ等きを知る、次ふG点は、HKLの圏の中心ある故ろ、(4)の如くGHはGKふ等し、併GHをCふ等くなせ(5)あり、故ふGKはCふ等きを知る(6)あり、而してFGをBろ等くなしたる故ふ(7)とは、爰ふ於て、KF FC GKの三直線はA B Cろ三直線ふ等き(3)(6)(7)ま於て明あり、夫故ふKFGの三角の三邊KF FG GKは、定三直線A B Cふ等く畫き得たり

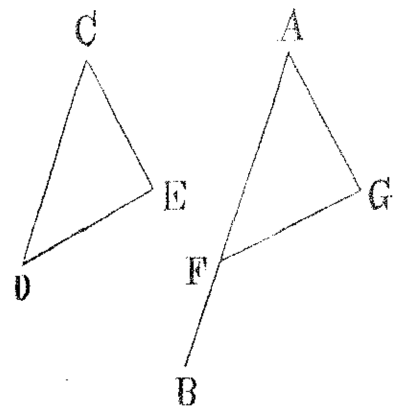
考定第二十三問題

定直線の端ふ、定直線角ふ等き直線角を畫く事

ABを定直線ま命し、Aを其定点とし、而してDCEを定直

線角に命もし、其定直線角DCEに等しき角を、定直線ABのA点ニ畫くことを求む

第二十三圖



CD CEに或る点D Eを取り、DEを結ぶ、而して(1.22)に因て、CD DE ECの三直線ヨリ、其三邊を同しうせる、AFGの三角を畫く時は、即AFとCD、AGとCE、及FGとDE、等しくして、FACの角は、DCEの角に等しかるべし

(證)各辺等しきは(1)(2)(3)、底線等しきは(4)にして、皆先知なる故に

$$AF=CD \quad (1)$$

$$AG=CE \quad (2)$$

$$FA+AG=DC+CE \quad (3)$$

$$FG=DE \quad (4)$$

(1.8)

$$\angle FAD=\angle DCE \quad (5)$$

(1.8)ニ因て、DCEの角は、FAGの角ニ等しきなり、夫故ニ定直線ABのA点に於て、FACの角は、定直線角DCEニ等しく畫き得たり

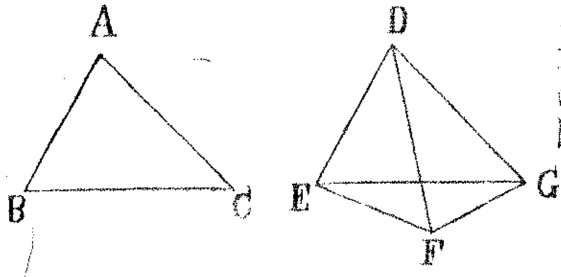
考定第二十四定理

若二ッの三角ありて、第一の三角は二邊各、第二の三角の二邊各ニ等しく、且第一の二邊に有せる角、第二の夫に等しき二邊に有せる角より、大なる時は、其大なる角

を有せる所乃、其底線は、第二の底線より、大なるべし

ABC DEF を二つの三角に命し其ABCの三角形AB ACの二邊各

第二十四圖



DEFの三角乃DE DFの二辺各〻等し即AB は DE に AE は DF に等くして BAC 乃角は EDF 乃角より大なる時は底線 BC は又底線 EF より大なるべし

DE DF の二辺何れか大ならざるやを察し而して DE の辺を DF 乃邊より大ならむと看定せる時は(1.23)に因て直線 DE の D 点に於て EDG の角を BAC の角に等くなし而して DG を AC 或へ DF に等くなし EG GF

(證) AB は DE に等く、AC は DG に等く、BA AC の二邊各〻 ED DG 乃二辺各〻に等く、而して BAC の角は、EDG 乃角に等し、即(1)(2)

先知

$AB = DE$ (1)

$AC = DG$ (2)

$BA + AC = ED + DG$ (3)

$\angle BAC = \angle EDG$ (4)

(1.4)

$BC = EG$ (5)

先知

$DF = DG$ (6)

(1.5)

$\angle DFG = \angle DGF$ (7)

$\angle DGF > \angle EGF$ (8)

$\angle DFG > \angle EGF$ (9)

$\angle EFG > \angle EGF$ (10)

(1.19)

$EG > EF$ (11)

$BC = EG$ (5)

$BC > EF$ (12)

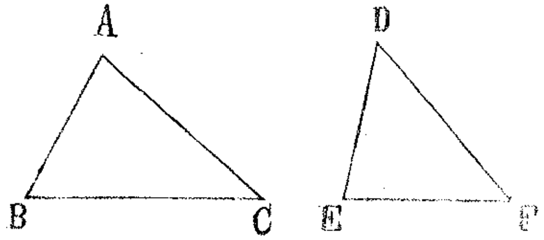
とむもぶ、

(3)(4)を先知なる故ニ、(1.4)ニ因て、底線BCハ、底線EGニ等き(5)なり、且DFハDGニ等きを先知なる故ニ、(1.5)ニ因れバ、DFG乃角ハDGFニ等き(7)なり、而して圖ニ因れバ(8)の如くDGFの角ハEGFの角より大なり、故ニDFGの角も、EGFの角より大なる(9)なり、大なる角より尚大なる、EFG乃角ハEGFの角よりも大なるを知る(10)なり、爰ニ於て、EFG乃三角の、EFGの角ハ、EGFの角より大なり、(1.19)ニ因れバ、大なる角ハ大なる辺ニ對する故ニEGの辺ハ、EF乃辺より大なるを知る(11)なり、又BCハEGニ等きを(5)ニ挙たり、是を比較して、BCハEFより大なるを知る(12)なり、夫故ニ若二の三角云云

考定第二十五定理

若二ッの三角ありて、第一の三角の二邊各第二の三角の二邊各ニ等く、然と雖とも、第一の底線ハ、第二乃底線より大なる時ハ、大なる底線を持所の二邊ニ有する角ハ、他乃夫ニ等き二邊ニ有する角より大なる爲し

第二十五圖



ABC DEFを二ッの三角と命し、其ABCの三角のAB ACの二邊各、DEFの三角乃DE DFの二邊各ニ等く、即ABとDE、ACとDF等くして、底線BCハ、底線EFより大なる時ハ、BACの角ハ、EDFの角より大なる爲し

先知	$AB = DE$	(1)
先知	$AC = DF$	(2)
先知	$BA + AC = \angle ED + DF$	(3)
	$\angle BAC = \angle EDF$ (1.4)	(4)
	$BC = EF$	(5)
先知	$BC > EF$	(6)
	$\angle BAC < \angle EDF$ (1.24)	(7)
	$BC < EF$	(8)
先知	$BC > EF$	(6)

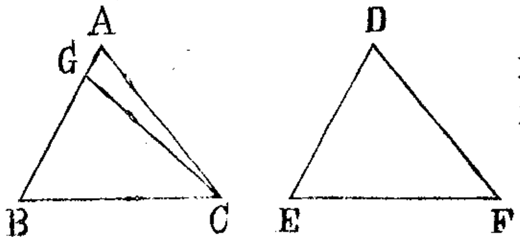
(證)若夫を大ならずといふ時ハ、夫ニ等しきか、或ハ夫より小ならざるべからず、然れども、BACの角ハ、EDF乃角ニ等からず、若等しとせバ、(1)(2)(3)ハ先知なる故、(1.4)ニ因てBCハEFニ等しき(5)なり、併夫ハ(6)の如く等からざるハ先知なり、夫故ニBACの角ハ、EDFの角ニ等からざる明なり、或ハ(7)の如く夫より小なりとせバ、(1.24)ニ因て、(8)の如く底線BCハ、底線EFより小なるべし、然れども(6)の如く、夫ハ小ならざるなり、夫故ニBACの角ハEDFの角より小ならざる明なり、而して夫と等からざる證ハ前ニ擧たり、爰ニ於てBACの角ハEDFの角より大なり、夫故ニ若二ツの三角有て云々

考定第二十六定理

若二ツの三角有て、第一の三角の二角各、第二の三角の二角各ゞ等しく、而して其一邊ハ、一辺ニ等しく、即等しき角の各ニ隣たる辺、或ハ等しき角の各ニ對する辺等しき時ハ他の辺の各ハ、各ニ等しく、而して、又第一の残る一角ハ、第二乃残る一角ニ等しかるべし

ABC DEFを二ツの三角ニ命し、其有する ABC ACB の角の各ゞ、DEF DFE

の角の各に等しく、即ABCのDEFに、ACBのDFEに等しく而して、又其一辺の、一辺に等しく且始に二ッの三角に於て、等しき角に隣たる辺をして等からしむ、即BCのEFに等しとせる時は、



第二十六圖

他の辺の各の、各に等かるべし、即ABはDEに、ACはDFに等しく、而して残る一角BACの、残るの一角EDFに等かるべし

若ABのDEに等からざるときは其何れかの一辺は他の一辺より大からざるを得ず、今ABを大なりとして、BGをDEに等しくなし、GCをむすぶ

(證) (1)(2)(3)(4)は先知なる故に(1.4)に因て底

先知

$$BG = DE \tag{1}$$

$$BC = EF \tag{2}$$

$$GB + BC = DE + EF \tag{3}$$

$$\angle GBC = \angle DEF \tag{4}$$

(1.4)

$$GC = DF \tag{5}$$

$$\triangle GBC = \triangle DEF \tag{6}$$

$$\angle GCB = \angle DFE \tag{7}$$

先知

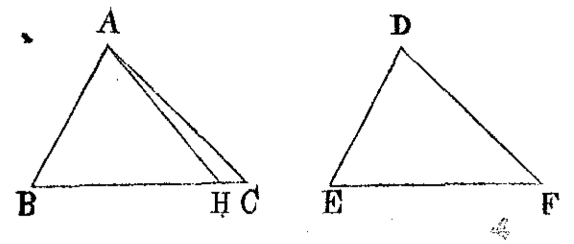
$$\angle DFE = \angle ACB \tag{8}$$

$$\angle GCB = \angle ACB \tag{9}$$

$$\angle GCB < \angle ACB \tag{10}$$

線GCの、底線DFに等しきは(5)なり、GBCの三角とDEFの三角と同形なるは(6)なり、而して等き辺に對せる、他の角の各は、各に等き故に、GCBの角は、DFEの角に等き(7)なり、併(8)の如くDFEの角はACBの角に等きは先知

即ABゥDEふ等きを先知とし、爰ふ於て、他の辺の各ゝ各ふ等かる為し、即BCとEF、ACとDF等くして、第一の殘る角BACと、第二の殘る角EDFも、又等しかるか為し



$$BH = EF \qquad (1)$$

$$AB = DE \qquad (2)$$

$$AB + BH = DE + EF \qquad (3)$$

$$\angle ABH = \angle DEF \qquad (4)$$

(1.4)

$$AH = DF \qquad (5)$$

$$\triangle ABH = \triangle DEF \qquad (6)$$

$$\angle AHB = \angle DFE \qquad (7)$$

先知 $$\angle DFE = \angle ACB \qquad (8)$$

$$\angle AHB = \angle ACB \qquad (9)$$

$$\angle AHB > ACB \qquad (1.16) \quad (10)$$

なる故、(9)ふ於てGCBの角とACBの角と等とし、圖ふ因れバ(10)なる故ふ小の大ふ等きハ、理ふ於てあらさるなり、故ふABもDEふ等からさるふあらバ、即相等しとし(11)なり、而して(12)(13)(14)も先知なる故ふ、(1.4)ふ因て底線ACの、底線DFふ等く、ABC

先知
$$AB = DE \qquad (11)$$

$$BC = EF \qquad (12)$$

$$AB + BC = DE + EF \qquad (13)$$

$$\angle ABC = \angle DEF \qquad (14)$$

(1.4)

$$AC = DF \qquad (15)$$

$$\triangle ABC = \triangle DEF \qquad (16)$$

$$\angle BAC = \angle EDF \qquad (17)$$

の三角と、DEFの三角と、同形なるを以て、ABCの角ゝ、EDFの角ふ等き状知る、(15)(16)(17)なり

次り各の三角ふ於て、等き角ふ對もる辺をして、等かゝしむ、

先知
$$\left\{\begin{array}{lr} BC = EF & (11) \\ AB = DE & (12) \\ AB + BC = DE + EF & (13) \\ \angle ABC = \angle DEF & (14) \end{array}\right.$$

(1.4)

$$AC = DF \quad (15)$$

$$\angle BAC = \angle EDF \quad (16)$$

若BCはEFに等からずと云時は其何れか大ならざるを得ず、今BCが大なりとして、BHをEFに等からしめ、AHを結ぶ

證 (1)(2)(3)(4)先知なる故に(1.4)に因れば底線AHは、底線DFに等く、而してABHの三角は、DEFの三角と同形にして等き邊に對する他の角の各々、各に等かる應し、即AHBの角は、DFE角に等きを知る、(5)(6)(7)なり、且DFEの角は、ACBの角に等きは、先知にして、(8)なり、(7)(8)交換して、AHBの角は、ACBの角に等きを得る(9)なり、是を見るにAHBの角は、AHCの三角形外角なる故、(1.16)に因れば、是に對する内角ACBに等き能はざるなり、是を以てBCと、EFは、等からざるかを得ず、即相等き(11)なり、且(12)(13)(14)は先知なる故(1.4)に因て、底線ACは、底線DFに等く、第一の殘るBACの角は、第二の殘るEDFの角に等きを知るべし、(15)(16)なり、夫故に若二ツの三角云々

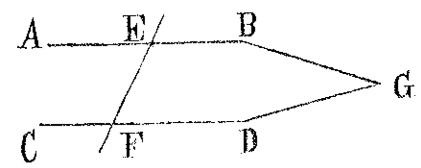
考定第二十七定理

若直線を、他の二直線の上に落し、代る角をして互に等からしめば、此二直線は平行すべし

直線EFを、二直線AB CDの上に落し、代る角AEF EFDをして、互に等からしめば、ABはCDと平行すべし

若夫レ平行せざる時ハ、AB及ひCDを遥ニ引延せバ終ニBD或ハACの方ニ於て會を成し、今是をBDの方ニ引延し、G点ニ於て會せしむ

第二十七圖



$\angle AEF > \angle EFG$ (1.16) (1)

先知 $\angle AEF = \angle EFD$ (2)

(證)直線ABCDハ、G点ニ於て會を時ハ、GEFの三角形をなせ、(1.16)ニ因きて、其外角、AEFハ、是ニ對せる内角EFGより大なり、併其相等きハ先知なり故ニAEFの角ハ、EFGの角より、大なる能ハざるなり、是ニ因てABCDを、BDの方ニ引延と雖とも、會せざる明なり、同法ニ因てACの方ニ引

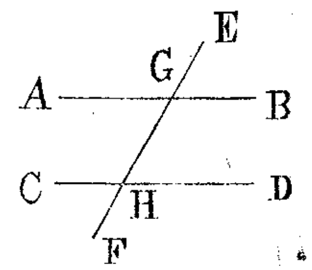
延とも、會せざる證をなし得べし、且(D.35)ニ因る時ハ、如何遥ニ引延と雖とも、決して會せざる所の直線ハ、互ニ平行せるを挙たり、因てABのCDニ平行なり夫故ニ若直線を他の二直線云云

考定第二十八定理

若直線を、他の二直線の上ニ落し、其直線の一方ニ於て、外角をして、是ニ對せる内角ニ、等からしめ、或ハ一方ニ於て、内角を集めて、二直角に等からしめバ、此二直線ハ互ニ平行を成し

直線EFを、二直線ABCDの上ニ落し、其EFの一方ニ於て、外角EGBをして、是ニ對せる内角GHDニ、等からしめ、或ハ一方ニ

第二十八圖



先知 $\angle EGB = \angle GHD$ (1)

$\angle EGB = \angle AGH$ (1.15) (2)

$\angle AGH = \angle GHD$ (3)

先知 $\angle BGH + \angle GHD = 2R$ (4)

$\angle AGH + \angle BGH = 2R$ (1.13) (5)

$\angle AGH + \angle BGH = \angle BGH + \angle GHD$ (6)

$\angle AGH = \angle GHD$ (7)

於て、内角BGH GHDを集めて、二直角ニ等からしめバ、ABハCDと平行なるべし

(證) EGBの角ハ、GHDの角に等しきも、先知(1)なり(1.15)ニ因れバEGBの角ハAGH角ニ等しき(2)なり、故ニAGHの角ハ、GHDの角ニ等しき(3)なり即代る角なるを以て(1.27)ニ因れバABハCDと平行なり

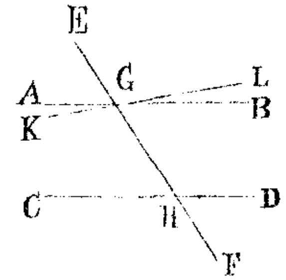
次ニBGH GHDの角を集めて、二直角ニ等しき(4)なり、(1.13)ニ因れバ、AGH BGHの角を集めて、二直角に等しき(5)なり、故ニ(6)を得今(6)より普通の角、BGHを消去して、AGHの角ト、GHDの角ニ等しきを知るなり即代る角なるを以て、(1.27)ニ因れバ、ABトCDニ平行なり、夫故ニ若直線云云

考定第二十九**定理**

若直線を、平行なる二直線の上ニ落しし時ハ、其代る角、互ニ相等しく、而して直線の一方ニ於て、外角ト、是ニ對せる

る、内角に等しく、又一方に於て、二ツの内角を集めて、二直角に等しかるへし

第二十九圖



$\angle AGH = \angle GHD$ (1)

$\angle AGH = \angle EGB$ (1.15) (2)

$\angle EGB = \angle GHD$ (3)

$\angle EGB + \angle BGH = \angle BGH + \angle GHD$ (4)

$\angle EGB + \angle BGH = 2\angle R$ (1.13) (5)

$\therefore \angle BGH + \angle GHD = 2\angle R$ (6)

直線EFをして、平行なる二直線AB CDの上に落さる時ハ、其代る角AGH GHDハ、互に相等く、而してEF乃一方に於て、外角EGBハ是に對せる内角GHDに等しく、又一方に於て、二ツの内角BGH GHDを集むれバ、二直角に等かるへし

(證)若AGHの角ハ、GHDの角に等からさると思ひて、別にGHDの角に等しのらんと思ふ角KGHを設け直線KGをLに引延さ爰り於て代る角KGH GHDを等しとせる故に(1.27)に因て直線KLハCDと平行をなし、併なからAB CDの二直線平行なる先知なる故り、AB KLの二直線共にG点を通してCDに平行せるハ決して論を待さして、平行せる能わざるなり故にKLとCDと平行ならバKGHの角ハGHDの角に等からさるを以て、AGHの角ハGHDの角に等き事明なり、且(1.15)に因れバAGHの角ハ代るEGBの角に等き(2)なり、故に又外角EGBハ是に對せる内角GHDに等き(3)なり、其等れ各に、BGHの角加ふ(4)なり、(1.13)に因れバEGB BGHの二角を集めて

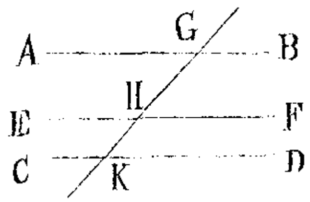
二直角に等き(5)あり、故に又二ッの内角BGH GHDを集めて二直角に等きを知るべし(6)なり、夫故に若直線を平行せる云云

考定第三十定理

同一直線に平行せる所の直線ハ互に平行せる者なり

直線AB CDの各ゝ直線EFに平行せる時ハ、ABハCDに平行せる者なり

第三十圖



$\angle AGH = \angle GHF$ (1.29) (1)

$\angle GHF = \angle GKD$ 〃 (2)

$\therefore \angle AGK = \angle GKD$ (3)

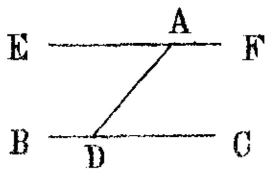
(證) 直線GHKをAB EF CDの上に落せ、然る時にGHKハ平行直線AB EFの上に落る故に(1.29)に因りてAGHの角ハGHFの角に等し(1)なり、又直線GHKハ平行直線EF CDの上に落る故に、(1.29)に因りて、GHFの角ハGKDの角に等し(2)なり、(1)(2)より(3)を得、即代る角AGK GKDハ等きをもつて、(1.27)に因りて、ABハCDに平行す夫故に同一直線に云云

考定第三十一問題

定点を通して定直線に平行せる直線を畫く事

Aを定点に、BCを定直線に命し、今A点を通して、BCに平行せる直線を畫く事を求む

第三十一圖



$\angle EAD = \angle ADC$ (1)

BC中に随意にD点を設け、ADを結び、直線ADのA点に、(1.23)に因てDAEの角を、ADCの角に等くなして而して直線EAをFに延引せ

(證)(1.27)に因りて直線ADを二直線EF BCの上

に落し代る角EADを、ADCに等からしむれば、EFはBCに平行せり、故に直線EAFは、定点Aを通して定直線BCに平行して畫き得たり

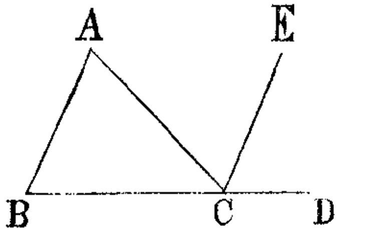
考定第三十二定理

若三角の或る一边を延せる時は、其外角は是に對せる二ッの内角に等く、且凡て三角の内角總計は二直角に等きなり、

ABCを三角に命し、其一边BCをDに引延せる時は外角ACDは、是に對せる二ッの内角CAB ABCに等かるへし、而して三角の内角ACB BAC CBAを集むれば二直角に等しかるべし、

(1.31)に因て、直線ABに平行にC点を通して直線CEを畫く、

第三十二圖



$$\llcorner ACE = \llcorner BAC \quad (1.29) \qquad (1)$$

$$\llcorner DCE = \llcorner CBA \quad 〃 \qquad (2)$$

$$\llcorner ACD = \llcorner BAC + \llcorner CBA \qquad (3)$$

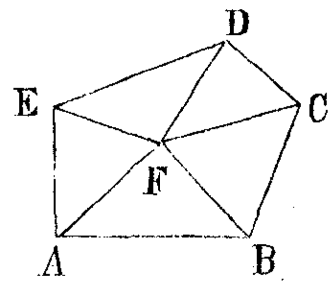
$$\llcorner ACD + \llcorner ACB = \llcorner BAC + \llcorner ACB + \llcorner CBA \qquad (4)$$

$$\llcorner ACD + \llcorner ACB = 2R \quad (1.13) \qquad (5)$$

$$\llcorner BAC + \llcorner ACB + CBA = 2R \qquad (6)$$

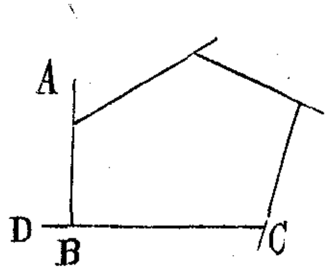
(證) ABはCEに平行して、ACは夫に會せるを以て、(1.29)に因れば代る角ACEはBACに等し(1)なり又ABはCEに平行して、CDは夫に會せる故に(1.29)に因れる外角DCEは是に對せる内角CBAに等し(2)なり、(1)(2)を相加へ(3)を得、即ABC

の三角の外角ACDハ是に對する二ツの内角BAC CBAに等きを知る其等き各にACBの角を加へて(4)を得(1.13)に因れバACD ACBの二角を集むれバ二直角に等き(5)なり故にBAC ACB CBAの三ツの内角ハ之も亦二直角に等きを知る(6)なり夫故に若三角の或る一辺云云



（系證）第一　或る直線圖の内角總計に四直角を加ふれバ其圖の辺數二倍の直角に等し

或るABCDEの直線圖の内点Fより角の各に迠直線を画く時ハ圖の辺數丈けの三角に分ち能ふ今此考定の觧に因て凡三角の内角總計ハ二直角に等き故に圖の辺數丈の三角の内角總計ハ又辺數丈けの二倍の直角に等し併圖の内角總計とFに於る角「(1.15)（系證）第二に因る」即四直角とを集めて圖の辺數丈けの三角の内角總計に等きなり夫故に圖の内角總計に四直角を加へて圖の辺數丈けの直角二倍に等きなり



（系證）第二　直線圖の外角總計ハ四直角に等きなり

(1.13)に因れバ内角の一ツABCと其隣る外角ABDとを集めて二直角に等きを以て圖の内角總計ハ外角總計加へて圖の辺數丈けの直角二倍に等し即前の（系證）に於て圖の内角總計に四直角を加ふる者に等し夫故に外角總計ハ四直角に等きなり

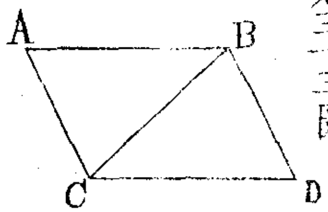
考定第三十三定理

平行なる等き二直線の、両端を連ぬる直線も、又自然に等く且平行なるべし

AB CDを、平行なる等き二直線と命し、其AB CDの二直線の、両端を連ぬる、AC BDの二直線も、自然に等く且平行なるを、

BCを結ぶ

第三十三圖



(證) AB CDの二直線が平行して、BCが夫々會する故に、(1.29)に因れば代る角ABC BCDが、互に等しく、且AB CDの等きを先知にして、BCもABC DCBの、二ツの三角に普通なるに因て、(1)(2)(3)(4)を先知とする時は、(1.4)に因て、底線ACが底線BDに等く、ABC DCBの二ツの三角は同形にして等き辺に對するか所の、他の角も各ゝの、各に等きを知る、故にACBの角がCBDの角に等き、即(5)(6)(7)なり、而して直線BCを、直線AC BDの上に落し、代る角ACB CBDをして、互に等からしむるを、

$$AB = CD \qquad (1)$$

$$CB = CB \qquad (2)$$

$$AB + BC = DC + CB \qquad (3)$$

$$\angle ABC = \angle DCB \quad (1.29) \qquad (4)$$

(1.4)

$$AC = BD \qquad (5)$$

$$\triangle ABC = \triangle DCB \qquad (6)$$

$$\angle ACB = \angle CBD \qquad (7)$$

(1.27)に因て、ACとBDに平行なるを、且其等き事を(5)に顕さるゝ、故に

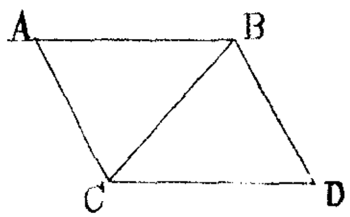
平行なる等き二直線云云

考定第三十四定理

平行辺形の相對せる辺及ひ角ハ互ニ等しきものなり、且径(斜線といふ)ハ、夫を等く分つ者なり

解剖 平行辺形ハ相對せる辺、平行せる所の四辺圖なり、且径或ハ斜線ハ其相對せる角を結ぶ直線なり

ABCDを平行辺形ニ命し其經ハBCなり圖の相對せる辺、



第三十四圖

$\angle ABC = \angle BCD$ (1.29) (1)

$\angle ACB = \angle CBD$ 〃 (2)

$BC = CB$ (3)

(1.26)

$AB = CD$ (4)

$AC = BD$ (5)

$\angle BAC = \angle BDC$ (6)

$\angle ABD = \angle ACD$ (7)

先知
$AB = CD$ (4)
$BC = CB$ (3)
$AB+BC = DC+CB$ (8)
$\angle ABC = \angle DCB$ (1)

(1.4)

$\triangle ABC = \triangle DCB$ (9)

及ひ角相互ニ等くして、径BCハ夫を等分する者なり、

(證) ABとCDハ平行して、BCハ夫ニ會する故ニ(1.29)ニ因れハ、代る角ABC、BCDハ互ニ等し(1)なり、而して、ACとBDハ平行して、BCハ夫ニ會する故ニ代る角ACB、CBDハ互ニ等し(2)なり、今ABCの三角ニ於て、ABC、ACBの二角各ハ、BCDの三角ニ於る、BCD、CBDの二角各ニ等く且BCの一辺ハ、ABC、BCDの二ツの三角ニ普通なる故ニ、(1.26)ニ因て其他の辺の各ハ、各ニ等く及ひ残る一角ハ、残る一角ニ等く即(4)(5)(6)なり然る時ニABCの角ハ、BCDの角ニ等く、CBDの角ハ、ACBの角ニ等きなれハ、(1)(2)ニ舉たる故ニ、全角ABDハ全角ACDニ等き(7)なり、且BAC、BDCの角の等きなれハ、(6)ニ舉たり、是ニ因て、平

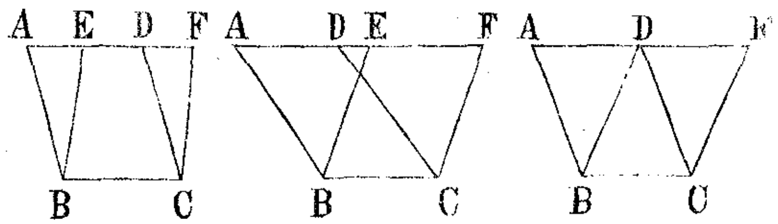
行辺形の、相對せる辺及ひ角、等きを知るなり、又徑ヶ夫を等分を、(4)(3)(8)(1)を先知なる故り、(1.4)ニ因まバ、ABCの三角ニの、DCBの三角に等きなり、爰に於てBCニの、ACDBの平行辺形を等く分つを知る、夫故に平行辺形の、相對云云

考定第三十五定理

同し平行線の間に有る、一底線上の平行辺形ハ、互に等き者なり

ABCD EBCFの平行辺形をして同し平行線、AF BCの間にあつて、BCの一底線上にあらしめバ、ABCDの平行辺形ハ、EBCFの平行辺形に等かるへし、

第三十五圖



$$\text{Par.}ABCD = 2\triangle BDC \qquad (1.34) \qquad (1)$$

$$\text{Par.}DBCF = 2\triangle BDC \qquad 〃 \qquad (2)$$

$$\text{Par.}ABCD = \text{Par.}DBCF \qquad (3)$$

$$AD = BC \qquad (1.34) \qquad (4)$$

$$EF = BC \qquad 〃 \qquad (5)$$

$$AD = EF \qquad (6)$$

先知

$$AD \pm DE = \pm DE + EF \qquad (7)$$

$$AE = DF \qquad (8)$$

$$AB = DC \qquad 〃 \qquad (9)$$

$$EA + AB = FD + DC \qquad (10)$$

$$\angle EAB = \angle FDC \qquad (1.29) \qquad (11)$$

(1.4)

$$EB = FC \quad (12)$$

$$\triangle EAB = \triangle FDC \quad (13)$$

$$\text{Tar.}ABCF - \triangle EAB = \text{Tar.}ABCF - \triangle FDC \quad (14)$$

$$\text{Par.}ABCD = \text{Par.}EBCF \quad (15)$$

(證) 若第一の圖の如く、DE点の一致せる時は、(1.34)に因て、ABCD DBCFの平行辺形の各々、BDCの三角の二倍なる事明かなる(1)(2)の如し、故に(3)にして、二ツの平行辺形、互に等きを知るなり

然れとも、若第二第三の圖の如く、DE点の一致せさる時は、ABCDは平行辺形なる故に(1.34)に因て(4)なり、同理に因て(5)なる故、又(6)を得、第二の圖に於ては(6)の両節へDEを加へ、第三の圖に於ては、(6)の両節よりDEを減せ、然る時は和或は差のAEの、

和或は差のDFに等く、及ひ(9)(10)(11)は先知なる故に、(1.4)に因て底線の等き(12)にして、EABの三角の、FDCの三角に等きを知る(13)なり、今ABCFの四辺圖より、EABの三角を減し、又同し四辺圖より、FDCの三角を減を(14)なり其残り互に等きを以て、ABCDの平行辺形の、EBCFの平行辺形に等き(15)なり、夫故に同し平行線の間云云

考定第三十六定理

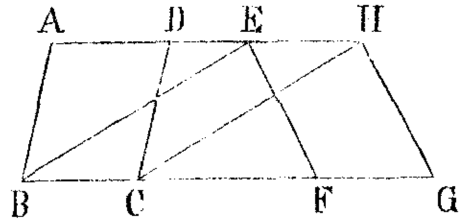
同し平行線の間にありて、等き底線上の平行辺形は、互に等き者なり

ABCD EFGHの平行辺形をして、同し平行線AH BGの間にあつて、等き底線BC FGの上にあらしむれは、ABCDの平行辺形は、EFGHの平行辺

形に等かるべし

BE CHを結ぶ

第三十六圖



先知 BC = FG (1)

FG = EH (1.34) (2)

BC = EH (3)

EB = CH (1.33) (4)

Par. EBCH = Par. ABCD (5)

Par. EFGH = Par. EBCH (6)

Par. ABCD = Par. EFGH (7)

(證)(1)は先知なり、(1.34)に因して平行辺形の相對する辺等き故に(2)なり因て(3)を得今BC EHは平行して而して直線BE CHに因て同方を結ぶ且(1.33)に因して等き平行二直線の両端を結ぶ二直線は自然に等く平行する故にEB CHは等く且平行する(4)なり爰に於てEBCHは平行辺形なる明なり而してABCDの平行辺形と共に平行線BG AHの間にありて一底線BC上にある故に(5)なり同理に因て(6)を得故にABCDの平行辺形はEFGH(1.35)の平行辺形に等きを知る(7)なり夫故に同し平行線の間 云云

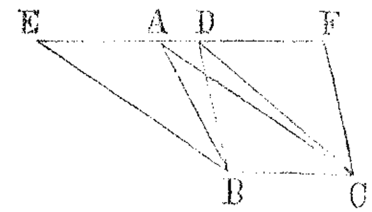
考定第三十七定理

同し平行線の間にある一底線上の三角は互に等き者なり

ABC DBCの三角をして同し平行線AD BCの間にありて一底線BC上にあらしむれば、ABCの三角は、DBCの三角と等かるべし

ADを両方に引延し而して(1.31)に因てBよりBEをCAに平行に畫き又CよりCFをBDに平行に畫く

第三十七圖



Par. EBCA = Par. DBCF	(1.35)	(1)
$\frac{1}{2}$Par. EBCA = △ABC	(1.34)	(2)
$\frac{1}{2}$Par. DBCF = △DBC	〃	(3)
△ABC = △DBC		(4)

(證) EBCA DBCF の各々平行辺形あり、而して同し平行線BC EFの間にあって一底線BC上にあるを以て(1.35)に因れば(1)あり、且EBCAの平行辺形を其径ABが等分なる故に(1.34)に因れば(2)あり、又DBCFの平行辺形を其径DCが等分なる故り(3)なり、併(1.7)に因れば等き物の半ハ等きなり故ニABCの三角ハDBC乃三角に等きを知る(4)なり、

夫故に同し平行線の間 云云

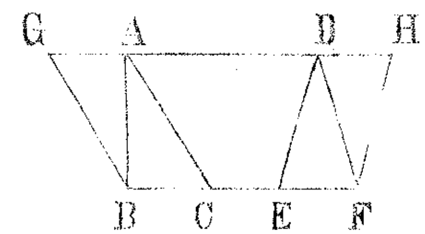
考定第三十八定理

同し平行線の間にあって等き底線上の三角ハ互に等きなり

ABC DEFの三角をして同し平行線BF ADの間にあって等き底線BC EF上にあらしむれバABCの三角ハDEFの三角と等しかる為し

ADを両方に引延し、(1.31)に因てBよりBGをCAに平行に畫き、FよりFHをEDに平行に畫く

第三十八圖



$$\text{Par.}GBCA = \text{Par.}DEFH \quad (1.36) \quad (1)$$

$$\triangle ABC = \tfrac{1}{2}\text{Par.}GBCA \quad (1.34) \quad (2)$$

$$\triangle DEF = \tfrac{1}{2}\text{Par.}DEFH \quad 〃 \quad (3)$$

$$\triangle ABC = \triangle DEF \quad (4)$$

(證)GBCA DEFHの圖の各ゝ平行辺形なり而して同し平行線BF GHの間ふあつゝ等き底線BC EF上ふあるゟ故ふ(1.36)ゟ因て(1)なり且GBCAの平行辺形を其經ABゟ等分をる故ふ(1.34)ふ因る(2)なり又DEFHの平行辺形を其徑DFゟ等分をる故ふ(3)なり併等き物の半ゝ互ふ等きなり是ゟ因てABCの三角ゝDEFの三角と等きを知る(4)なり夫故ゟ同し平行線の間云云

考定第三十九定理

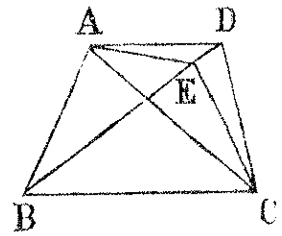
一底線の一方ゟ於ゟ等き三角も同し平行線の間ふある者なり

ABC DBCゟ等き三角を一底線BCの一方ふあらしむときハ此二ツの三角も同し平行線の間ふあるへし

ADを結ぶ爰ふ於てADゟBCふ平行ならずとも若平行せズとせバAよりAEをBCふ平行ふ畫きECを結ぶ

(證)(1.37)ふ因る時ハABC EBCの二ツの三角ゟ同し平行線BC AEの間ふ有ゝ一底線BCの一方ふある故ふ(1)なり且ABCの三角ゟDBCの三角と等きも先知ふして(2)なり故ゟ又DBCの三角ゟEBCの三角ふ等きを知る(3)なり大の小ふ等きも理ふ於

第三十九圖



△ABC＝△EBC　(1.37)　(1)

先知　△ABC＝△DBC　(2)

△DBC＝△EBC　(3)

△DBC〉△EBC　(4)

てあらざるなり是よ因て、AEは BCに平行ならざるなり同法に於て、凡て他の線の、BCに平行ならざる證を立ることを得為し故に只ADのみBCに平行するなり因て、ADはBCと平行なり夫故に一底線の一方に於る云云

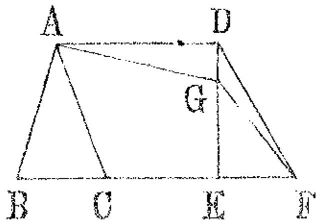
考定第四十定理

一直線の一方に於て等き底線上の、等き三角は、同じ平行線の間にある者なり

一直線BFの一方に於て等き底線BC EF上の、等き三角ABC DEFは、同じ平行線の間にある者なり

ADを結ぶ爰に於てADはBFと平行なり然れども若平行せずと思えば、AよりAGをBFに平行に畫くと為し而してGFを結ぶ

第四十圖



△ABC＝△GEF　(1.38)　(1)

先知　△ABC＝△DEF　(2)

△DEF＝△GEF　(3)

△DEF〉△GEF

(證)(1.38)に因る時は、ABC GEFの二ツの三角は同じ平線線、BF AGの間にあつて、等き底線BC EF上にあるを以て(1)なり、且ABCの三角は、DEFの三角に

等きを定知ある故(2)なり、是に因て DEF の三角と、GEF の三角に等き(3)あり、大の小に等きは理に於てあらざるなり、故に AG は BF と平行せざるなり、同法に於て只 AD のみ BF に平行して、他の線は決て平行せざる適證をし得べし、故に AD は BF に平行なり、夫故に一直線の一方に於て云云

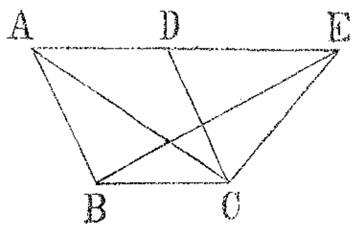
第四十一定理

若同し平行線の間に於て、平行辺形及ひ三角が、共に一底線上にあるときは、平行辺形は三角の二倍なるべし

ABCD の平行辺形及ひ EBC の三角は同し平行線 BC AE の間に於て、一底線 BC 上にありしときは、ABCD の平行辺形は、EBC の三角の二倍なるべし

AC を結ぶ

第四十一圖

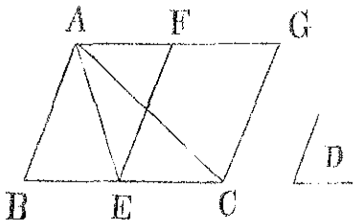


$\triangle ABC = \triangle EBC$ (1.37) (1)

$\text{Par.}ABCD = 2\triangle ABC$ (1.34) (2)

$\text{Par.}ABCD = 2\triangle EBC$ (3)

(證)(1.37)より因る時は、ABC EBC の二ツの三角が平行線 BC AE の間に於て、一底線 BC 上にある故に(1)あり、又(1.34)に因れば、ABCD の平行辺形を其徑 AC が等分する故に、ABC ACD の二ツの三角は互に等きに因て、ABC ACD の二ツの三角を集むれば、ABC の三角の二倍を得るを以て(2)あり、爰に於て、ABCD の平行辺形が、EBC の三角の二倍



如　BE = EC　(1)

$\triangle ABE = \triangle AEC$　(1.38)　(2)

$\triangle ABC = 2\triangle AEC$　(3)

Par.FECG $= 2\triangle AEC$　(1.41)　(4)

Par.FECG $= \triangle ABC$　(5)

(證)FECGハ平行辺形なり、且(1)なる先知ある故ニ(1.38)ニ因まバ同し平行線、BC AGの間ニあつて等き底線BE EC上の三角ハ互ニ等し故ニ(2)あり、又(3)なること明なり(1.41)ニ因まバ、同し平行線の間ニ於て、平行辺形及ひ三角ニ共ニ一底線上ニある時ハ、平行辺形ハ、三角ニ二倍なるを以て(4)を得(3)(4)相消しく、FECGの平行辺形ハ、ABCの三角ニ等きを知る

を知る(3)なり夫故ニ若同し平行線云云

考定第四十二問題

一角を定直線角に等くなし、定三角ニ等き、平行辺形を畫く事

ABCを定三角ニ命し、Dを定直線角に命ず、今一角をDニ等くなし、ABCの定三角ニ等き、平行辺形を畫く事を求む

(1.10)ニ因て、BCをEニ於て等分し、AEを結び、(1.23)ニ因て、直線CEのE點ニ於て、CEFの角をD角ニ等くなし、(1.31)ニ因て、AよりAGをECニ平行ニ畫き、CよりCGを EFニ平行ニ畫く

第四十二圖

(5)なり夫故にFECGの平行辺形が定三角ABCに等しく且其CEFの一角を定角Dに等しく畫き得たり

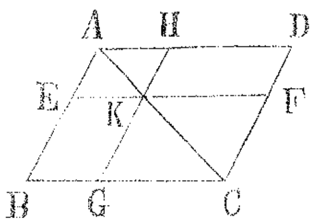
考定第四十三定理

或る平行辺形の徑に着て其上に成立所の二ッの平行辺形の餘りは互に等きなり

ABCDを平行辺形に命し其徑はACなり、EH FGの平行辺形がACに着て、ABCDの上に成立即ACは二ッの平行辺形を通過するを謂なり而してBK KDは全圖ABCDの上に成立所の平行辺形の、他の平行辺形なる故に、餘りと名付、而して餘りのBKが餘りのKDに等きなり、

(證)(1.34)に因きて、ABCDは平行辺形にして其徑ACは是を等分する

第四十三圖



$\triangle ABC = \triangle ADC$　(1.34)(1)

$\triangle AEK = \triangle AHK$　〃　(2)

$\triangle KGC = \triangle KFC$　〃　(3)

$\triangle AEK + \triangle KGC = \triangle AHK + \triangle KFC$　(4)

Com. BK = Com. KD　(5)

故に(1)なり及びAEKHは平行辺形にして其徑AKは是を等分する故に(2)なり同理に因て(3)なり、(2)(3)を集めて(4)なり今(1)より(4)を減ずる時は餘りのBKが餘りのKDに等きを知る(5)なり夫故に或る平行辺形の徑に着云云

考定第四十四問題

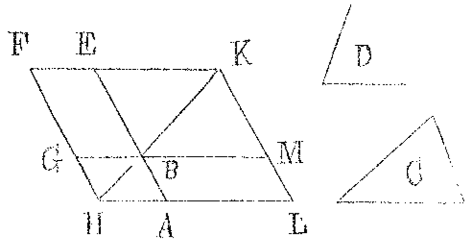
定直線を一辺となし定直線角に等き一角を有なしめ定

三角ニ等き、平行辺形を畫く事

ABを定直線ニ、Cを定三角ニ、及ひDを定直線角に命ス、而して直線ABを一辺となし、Dニ等き角を有たしめ、三角Cニ等き、平行辺形を畫くことを求む

(I.42)ニ因てDの角ニ等き、EBGの角を有つて三角Cニ等き、BEFGの平行辺形を畫く、而して BE とABを一直線なるしめ、FGをHニ引延し、Aより AHを、BG或ハEFニ平行ニ畫き、HBを結ぶ、然る時ハ直線HFニ、平行直線AH EFの上ニ落る故ニ、(I.29)ニ因て、AHF HFEの角を集めて二直角に等し、故ニ BHF HFEの角を集めて二直角より小なり、若直線を二直線の上ニ落し、其直線の一方ニ於て、相對する二ッの内角を集めたる是を集めて二直角より小なる時ハ、二直線の小なる角の方を引延ス時ハ終ニ會すべし(A.12)ニ畢たり、故ニHB FFを引延ス時ハ、終ニ會すべし、因てこれを引延し其會ス所ハKと名付け、KよりKLを、EA或ハFHニ平行ニ畫き、HA GBをL Mの点ニ迄引延ス

第四十四圖



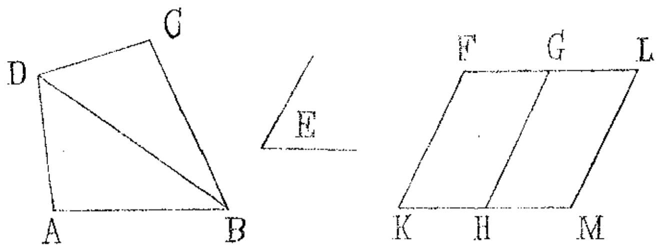
$$\text{Com}.LB=\text{Com}.BF\ (\text{I}.43)\qquad(1)$$

$$\text{Par}.BF=\triangle C\qquad(2)$$

$$\text{Par}.LB=\triangle C\qquad(3)$$

(證)HLKFハ平行辺形ニて其徑ハHKなり、而してLB BFハ餘なり、故ニ(I.43)ニ因てハ(1)なり、

第四十五圖



$$
\text{先知}\begin{cases} \llcorner FKH = \llcorner E & (1) \\ \llcorner GHM = \llcorner E & (2) \end{cases}
$$

$$\llcorner FKH = \llcorner GHM \qquad (3)$$

$$\llcorner FKH + \llcorner KHG = \llcorner KHG + \llcorner GHM \qquad (4)$$

$$\llcorner FKH + \llcorner KHG = 2R \quad (1.29) \qquad (5)$$

$$\therefore \llcorner KHG + \llcorner GHM = 2R \qquad (6)$$

$$\llcorner FGH = \llcorner GHM \quad (1.27) \qquad (7)$$

$$\llcorner FGH + \llcorner HGL = \llcorner LGH + \llcorner GHM \qquad (8)$$

$$\llcorner LGH + \llcorner GHM = 2R \quad (1.29) \qquad (9)$$

$$\llcorner FGH + \llcorner HGL = 2R \qquad (10)$$

---

(2)を先知ある故に(3)を得、而して(1.15)に因て GBE の角が ABM の角に等しく、且 GBE の角を D角に等く組立たるを以て、ABM の角も、D角に等きあり、夫故に直線 AB を一辺となし、D角に等き ABM の角を有て、三角Cに等き、LB の平行辺形を畫き得たり

考定第四十五問題

定直線角に等き角を有つ、定直線圖に等き、平行辺形を畫く事

ABCD を定直線圖に命し、E を定直線角に命して、今E角に等き角を有つ、ABCD に等き、平行辺形を畫く事を求む

DB を結ぶ而して(1.42)に因て E角に等き、HKF の角を有つ、ABD の三角に等き、FH の平行辺形を畫く、又(1.44)に因て直線 GH を一辺と

先知 $\begin{cases} Par.FH = \triangle ABD & (10) \\ Par.GM = \triangle DBC & (12) \end{cases}$

$Par.FKML = Tar.ABCD$ (13)

なし、E角ニ等きGHMの角を有つてDBCの三角ニ等き、GMの平行辺形を畫く

(證)(1)(2)ハ先知なるが故ニ(3)を得、(3)の兩節ニKHGの角を加へて(4)となる、(1.29)に因れば(5)なる故に、KHG GHMの角を集めて、二直角に等き(6)あり、(1.14)に因れば直線GHハ、二直線KH HMとH点ニ會し、GHに對せる方ニありて、隣角を集めて、二直角ニ等からしむ、故にKHハHMと一直線となるべし、次に(1.27)に因れバ、直線GHハ平行直線FG KMに會し代る角相等き(7)あり、(7)の兩節へHGLの角を加へ(8)あり、

(1.29)に因れば(9)あり、故にLGH GHMの角を集めて、二直角に等き(10)なり、(1.14)に因れば、FGハGLと直線となるべし、而してFKハGHに、GHハLMに平行に組立たる故に(1.30)に因ればFKハLMに平行なり、而してFL KMハ平行せる故に、FKMLハ平行辺形なり、(11)(12)ハ先知なる故ニ、FKMLの平行辺形ハ、ABCDの四辺圖ニ等き(13)なり、夫故にFKMLの平行辺形ハ定角Eに等き、FKMの角を有つて定直線圖ABCDに等く畫き得なり

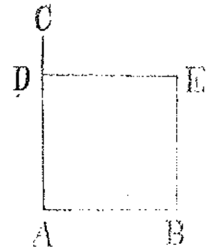
(系證)定直線角を有つ、定直線圖に等き平行辺形を、定直線ニ付合せ事る前法に因て明なり、題中一辺を定直線に、等くなる件ある時ハ定直線角に等き角を持したる最初の三角ABDに等き平行辺形の一辺を、定直線に等からしめて付合せを為し即(144)

に因て施し得べし

定直線上に方を畫く事　考定第四十六問題

ABを定直線に命し、夫の上に方を畫く事を求む

第四十六圖



$$AB = DE \quad (1.34) \quad (1)$$
$$AD = BE \quad 〃 \quad (2)$$
$$AB = AD \quad (3)$$

$$\angle BAD + \angle ADE = 2R \quad (1.29) \quad (4)$$
$$\angle BAD = R \quad (5)$$
$$\therefore \angle ADE = R \quad (6)$$
$$\angle ABE = R \quad (1.34) \quad (7)$$
$$\angle BED = R \quad 〃 \quad (8)$$

(1.11)に因て、A点よりACをABに直角に畫き、ADをABに等くなし、而してD点よりDEをABに平行に畫き、B点よりBEをADに平行に畫く

(證) ADEBを平行辺形なる故に(1.34)に因きて(1)(2)あり、又(3)は先知なる故に、AB DE AD BEの四直線互に等きに因て、ADEBの平行辺形は等面なり、而して(1.29)に因きて直線ADの平行二直線AB DEの上に落る故に(4)あり、(5)は先知なる故(6)を得、(1.34)に因る時は平行辺形の相對せる角は等きなり、故に(7)(8)を得、爰に於て BAD ADE ABE BED の各の直角なるに因て、ABEDの圖は矩形なり、且其等面なるを前に擧たり、(D.30)に因て方形なり、而して定直線AB上に畫き得たり

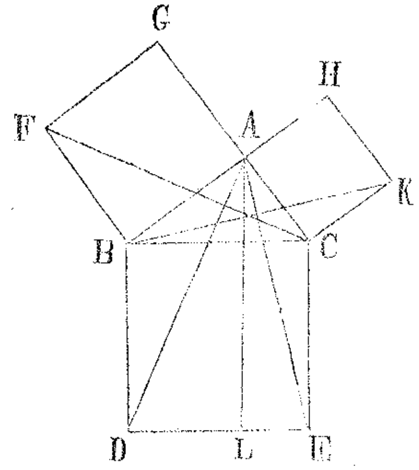
(系證) 一直角を持平行辺形は其角凡て直角なり

考定第四十七定理

或る直角三角ふ於て直角ふ對せる辺上の方ハ直角を有せる二辺各の上ふ畫く方の和ト等きあり

ABCを直角三角ふ命しBACの直角を有つBC上ふ画く方ハBA AC各の上ふ画く方の和ふ等きあり

第四十七圖



$\llcorner DBC = \llcorner FBA$　(1)

$\llcorner DBA = \llcorner FBC$　(2)

$AB = BF$　(3)

$BD = BC$　(4)

$AB + BD = FB + BC$　(5)

(1.4)

$AD = FC$　(6)

$\triangle ABD = \triangle FBC$　(7)

$\mathrm{Par.}BL = 2\triangle ABD$ (1.41)　(8)

$\square.GB = 2\triangle FBC$ 《　(9)

$\mathrm{Par.}BL = \square GB$　(10)

$\mathrm{Par.}CL = \square HC$　(11)

$\therefore \square BDEC = \square GB + \square HC$　(12)

(1.46)ふ因てBC上ふBDECの方を畫き及ひBA AC各の上ふGB HCの方を画く而してA点よりALをBD或ハCEふ平行ふ画きAD FCを結ぶ

(證) BAC BAGの角の各直角なるか故ふ二直線AC AGか直線ABと共ふA点ふ會しABふ對せる方ふ於て隣角を集めて二直角ふ等きか故ふ(1.14)ふ因てCAとAGの一直線とあるを知る同理ふ依り因てABとAHか一直線とあるを知る而してDBC FBAの角の各直角ある故ふ(1)あり(1)の両節ェABCの角を加ふる時ハ(2)を得且(3)(4)(5)ハ先知なる故ふ(1.4)ふ因ていハ底線の等きハ(6)二ツの三角同形ある(7)あり且BLの平行辺形及ひABDの

三角の平行線BD ALの間に於て一底線BDの上にある故に、(1.41)に因まで(8)なり又GBの方及びFBCの三角の、平行線FB GCの間に於て一底線FBの上にある故に(9)なり而して等き物の二倍は互に等き故に(10)を得同法に於てAE BKを結び(11)を顕し得べし爰に於てBDECの全方はBLの矩形とCLの矩形の和なる故に、GB HCの二方の和り等きを知る(12)なり併BDECの方は直線BC上に畫きし方なる故に、GB HCの二方は直線BA AC各の上に畫きし方なる故に、BC辺上の方は、BA AC各の上の方の和り等きなり夫故に或る直角三角に於て云云

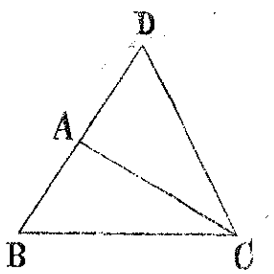
考定第四十八定理

若三角の一辺の上に畫く方の他の二辺各の上に畫く方の和と等き時は其二辺に因て有つ角は直角なり、

ABCの三角の一辺BCの上に畫く方の他の辺BA AC各の上に畫く方の和と等き時はBACの角は直角なるべし

(1.11)に因てA点よりADをACに直角に畫きADをABに等くなし、DCを結ぶ

第四十八圖



先知 $AD = AB$ (1)

$AD^2 = AB^2$ (2)

$DA^2 + AC^2 = BA^2 + AC^2$ (3)

先知 $\angle DAC = R$ (4)

(1.47)

$DC^2 = DA^2 + AC^2$ (5)

先知 $BC^2 = BA^2 + AC^2$ (6)

$DC^2 = BC^2$ (7)

$DC = BC$ (8)

$DA = BA$ (1)

$DA + AC = BA + AC$ (9)

$DC = BC$ (8)

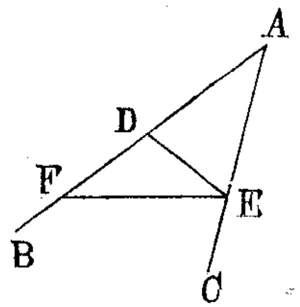
$$(1.8)$$
$$\angle DAC = \angle BAC \quad (10)$$
$$\angle DAC = R \quad (4)$$
$$\angle BAC = R \quad (11)$$

證(1)は先知なるが故に、其各の上に畫く方も相等き(2)なり、其両節へACの上の方を加へ(3)を得、且DACの角を直角に組立たる故(4)なり、(1.47)に因て(5)を得、又(6)は先知なるが故(3)(5)(6)を考定して(7)を得、故に(8)なる事明なり、(1)(9)(8)を知るときは、(1.8)に因て(10)を得、(4)を以て交換して、BACの角は直角なるを知る(11)なり、夫故に若三角の一邊 云云

第一卷用法

第一　定頂角を有せる、三角を畫き、其底角の一つを他の底角の三倍と為ん事を欲せば

ABCを定角に命し、AB中にD点を設け、ACよりAEを、ADに等しく切り、DEを結び、DBよりDFを、DEに等しく切り、FEを結ぶ、爰に於て AFEの三角は、欲せる所の三角なり

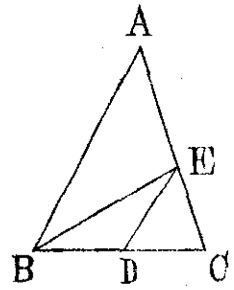


$$AD = AE \quad (1)$$
$$(1.5)$$
$$\angle ADE = \angle AED \quad (2)$$
$$FD = DE \quad (3)$$
$$\angle DFE = \angle DEF \quad (4)$$
$$(1.32)$$
$$\angle DFE + \angle DEF = \angle ADE \quad (5)$$
$$\angle DFE + \angle DEF = \angle AED \quad (6)$$
$$2\angle DFE = \angle AED \quad (7)$$
$$3\angle DFE = \angle AEF \quad (8)$$

(證)(1)は先知なる故に(1.5)に因て(2)を得(3)は先知なる故(1.5)に因て(4)を得又(1.32)に因れバ三角の外角ハ是に對せる二ッの内角に等きを以(5)を得追て(6)(7)(8)を得AFEの三角ハ定頂角BACを有してFEの底に於て其一角AEFハ他の一角AFEの三倍を得あり

第二　ABCの三角乃底線BCに於てD点を設けDEをACに迄ABに平行に畫きBDに等く為を欲す

BよりABCの角を等分しEに於てACに會して直線BEを畫き又ABに平行してDに於てBCに會する所のEDを畫く時はBDハDEに等かるべし



$\angle ABE = \angle DEB$　(1)

先知　$\angle ABE = \angle DBE$　(2)

$\angle DEB = \angle DBE$　(3)

(1.6)

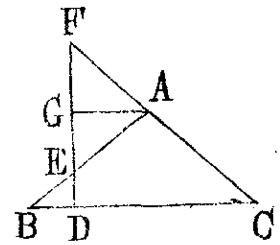
$DE = DB$　(4)

(證)ABとDEは平行に畫きたる故に、(1.27)に因て代る角相等き故に(1)あり、(2)は先知なる故り(3)を得、(1.6)に因て三角の底角等き時は二等辺あり故(4)あるを知る

第三　二等辺三角の底線BDCに、垂線FDを畫き而してAB辺をEに於て切り、CA辺をFに迄引延して然る時はEAFの三

角ハ二等辺なるを詳解すへし

FD線ニ迄、AGをBCニ平行ニ畫く



$$\llcorner FGA = \llcorner FDC \ (1.29) \quad (1)$$

$$\llcorner FGA = R \quad (2)$$

$$\llcorner EGA = R \quad (3)$$

$$\llcorner GAE = \llcorner ABC \quad 〃 \quad (4)$$

$$\llcorner GAF = \llcorner BCA \quad 〃 \quad (5)$$

$$\llcorner GAE = \llcorner GAF \quad (6)$$

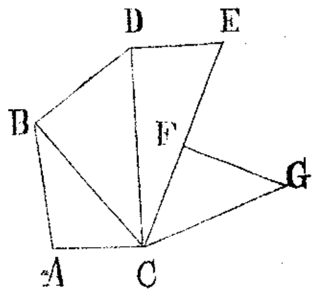
$$\overline{}\ (1.26)$$

$$AF = AE \quad (7)$$

(證)AG BCハ平行線なり、FDハ是と會す故ニ内角外角相等き(1)なり、FDCハ直角なる故ニ(2)(3)を得又平行線ハABと會す故ニ代る角等き(4)なり、平行線ハFCと會す故ニ内角外角ニ等き(5)なり、二等辺三角の底角等き故ニ(6)なり、今FGA EGAの二ツの三角ニ於て、AG線ハ普通なり、(2)(3)(6)を先知とする時ハ、即二ツの三角ノ於て二角一辺各相等し、故ニ(1.26)ニ因て他の辺各ツ、各ニ等きを知る(7)なり、爰を以てEAFの三角ハ二等辺なり

第四　直角の二等辺三角を畫く、其三辺各の自乘の和を定三角ABCの、各辺自乘の和ニ等からしめん事を欲す

BDをBCニ垂線ニ畫き、ABニ等くなし、CDを結ぶ又DEをCDニ垂線ニ畫き、ACニ等くなし、CEを結び、CEをFニ於て等分し、FGをCEニ垂線ニ畫き、CFニ等くなして、CGを結ぶ、爰ニ於てCFGハ、望む所の三角なるへし



$$AB^2+BC^2=BD^2+BC^2=CD^2 \quad (1.47) \quad (1)$$

$$AB^2+BC^2+AC^2=CD^2+DE^2=CE^2 \quad (2)$$

$$CE^2=4CF^2=CF^2+FG^2+CG^2 \quad (3)$$

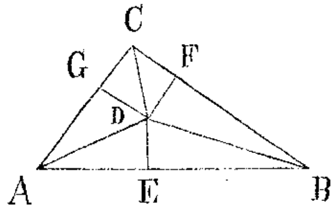
$$AB^2+BC^2+AC^2=CF^2+FG^2+CG^2 \quad (4)$$

（證）ABはBDに等しき故に、(1.47)に因りて(1)あり、ACはDEに等しき故に(2)あり、CEをFに於て二分せし故に(3)あり、(2)(3)交換して(4)を得、即直角の二等辺三角の各辺上の方の和は、ABCの三角の各辺上の方の和に等しきなり

第五　三角の角を等分する所の直線は凡て一点に會する者なり

ABCを三角に命し、A及びBに於る角を直線AD BDに因て等分する時は、Dに於て會す、而してCDを結ぶ、爰に於てCDは又ACBの角を等分すべし

DよりDE DF DGを、AB BC CAに垂線に畫く



$$\angle EBD=\angle FBD \quad (1)$$

$$\angle DEB=\angle DFB \quad (2)$$

(1.26)

$$DE=DF \quad (3)$$

$$DE=DG \quad (4)$$

$$DF=DG \quad (5)$$

$$DF^2+FC^2=CD^2 \quad (1.47) \quad (6)$$

$$DG^2+GC^2=CD^2 \quad 〃 \quad (7)$$

$$DF^2+FC^2=DG^2+GC^2 \quad (8)$$

$$FC=GC \quad (9)$$

(1.8)

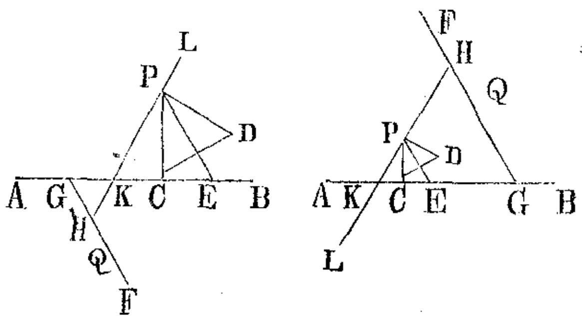
$$\angle FCD=\angle GCD \quad (10)$$

(證)BDE BDFの二ッの三角に於て、(1)(2)を先知にして、DB線を普通なり、故に二角一辺の各等しきを知る時ハ、(1.26)に因れバ(3)を得、同法に因て(4)を得、故に(5)あるに明あり、(1.47)に因れバ(6)(7)を得、故に(8)なり、爰に於て(5)を知れバ(9)あらざるを得べし、今CGD CFDの三角に於て、CDを普通あり、(5)(9)を已に知る時ハ、三辺皆等しきを知るを以て、(1.8)に因れバ(10)を得、故に直線CDハACBの角を二分せるなり、

第六　二定点を通して、二直線を畫き、位置を定めし直線と、等辺三角形を為さんを欲せ

PQを二定点に命し、ABを位置を定めし直線に命せ、PQを通して二直線を畫き、ABと等辺三角形を為さことを求む

PCをABに垂線に畫き、PCの上より、PDCの等邊三角を畫き、而して直線PEに因て、CPDの角を等分し、ABにEに於て會せしめ、Qを通して直線FQGを、PEに平行に畫き、ABにGに於て會せしめ、Pを通して直線LPHを、PDに直角に畫き、Hに於



$\angle CPD = \frac{2}{3}R$　(1.32)　(1)

$\angle CPE = \frac{1}{3}R$　(2)

$\angle DPK = R$　(3)

$\angle KPE = \frac{2}{3}R$　(4)

$\angle CEP = \frac{2}{3}R$　(5)

$\angle HGK = \angle KEP$　(1.29)　(6)

$\angle GHK = \angle KPE$　〃　(7)

てFGに會し、LHおよびFGの求る所の直線なる應し
(證)PCDの三角の角は、互に等き故に、(1.32)に因て(1)なり、其半をとて(2)なり、(3)は先知なり、因て(1)(2)(3)比較すれば、(4)なる明なり、又PCEは直角三角にあれて(2)なる故に、(5)あらざるを得ず、今(4)(5)に因てKPEの三角は、等面なるを知る、而してFGとPEは、平行するを以て、(1.29)に因きを(6)(7)を得、故にPQを通す二直線と、ABとに因て、GHKの等辺三角形を、為す事を得たり

第一巻例題

第一　定直線の上に、二等辺三角を畫き、其等しき辺の各を、底線の二倍となさんと欲す

第二　二圈互に切合時は、其交点を結ぶ直線は、其中心を結ぶ直線に因て直角に平分せらるる者なり

第三　垂線は最短なる直線なり、定点より畫き得べし、且垂線に近き直線は遠き直線より次第に短なり、而して垂線の両邊に於て只二個の等き直線を畫き得る者なり

第四　定直線より迠、定点より直線を畫き、定直線角に等き角を為さんと欲す

第五　二邊及び、其一邊に對する角を定むる時は、三角形書き得べし、併其定めある邊の長短に從て、書き能はざることあるを便解すべし

第六　中心を定直線に有て、二個の定点を通過する、圏を書く形求む

第七　定直線を斜線となし方を書くを求む

第八　ABC の三角の、AC 邊に直角にして、底線 AB に、D 点に於て會するを應記、DC を書き、DC に於て DE を、AC に等くなし、CE を F に於て等分する然る時は其 DF BF を集めて「F 点なる ABC の三角の内に書かれ、D 点なる底を外る事ならしむ」AC BC より大なり

第九　三角の二邊の差は殘る一邊より小なり

第十　AB をして CD を B に於て直角に等分し、或る E 点より、C 点に迄、EC を書き是を引延し、AB に F に於て會せしむ、而して EF DF の差は、AB 線に於て會する應く、E 及び D より書く、或る他の二線の差よりも、大なる事を解明すべし

第十一　四邊圖の斜線の和は、四邊の和より小なり

第十二　一邊と是より隣たる一角及他の二辺の和、或は差を定めて、三角を書くを求む

第十三　一点より、定三直線を長なり不等書き其端の距離を互に等くなして、一線上にあらしめん事を求む

第十四　三角の頂角を等分せる線ハ、又底線を等分せる
時ハ、此三角ハ二等辺なり
第十五　定点を通して、二個の定直線ヲ會し、互ヲ相
等しき角をなさしむる、直線を畫く事を求む
第十六　定点より畫く直線ハ、他の二個の定点より畫
く垂線をして等からしめん事を求む
第十七　二個の底角、及び周圍を定めて、三角を畫く事を
求む
第十八　三角の邊を、直角に等分せる直線ハ、凡て一点
ニ會せ
第十九　平行二直線の間ニ畫く直線ハ、平行線ニ會せ
時ハ、其線を等分せし点を通して、平行線ニ會せ他の
線ハ、又其点ニ因て等分となる者なり
第二十　平行辺形の斜線ハ、互ニ等分せる者なり
第二十一　菱形ハ、平行辺形の斜線直角ニ等分せるもの
なり
第二十二　袴腰形或ハ梯形の、斜邊の中央の点を結ぶ線
ハ、二個の平行線の和を、半斷せる者ニ等し
第二十三　平行邊形の、斜線等しき者ハ、矩形なり
第二十四　二等邊三角より、是と底線を等ふせる、袴腰形
を切て、其三邊を等ふせん事を欲す
第二十五　互ニ斜線ニ因て等分となる四邊圖ハ、平行辺

形なり
第二十六 ABCの三角の底線BCに、平行にDE線を畫き、DEに於てAB ACに會せしめ、今DE線をしてBD CEの和、或は差に等くなるを求む
第二十七 C点に於て折半なる、直線ACBの、A C Bより三個の平行線を畫き、D F Eに於て他の直線に會せる時は、直線ABCの一方、或は相對する方に於て、CFはAD BEの和の折半、或は差の折半に等き者なり
第二十八 ABCDの平行辺形あり、A点を通して、随意に畫く直線へ、C点よりの距離 距離は斜線と 等き者あり は其線に平行辺形の外或は内を通過するに随て、B Dよりの距離の
和、或は差に等き事を、詳解すべし
第二十九 許多の三角の、頂角を共にし、是に對して中央に位置する点を、各底線通過する時は、其点に因て二分となる底線は最小なり
第三十 方形の斜線を延し、其端より方の一邊に、平行に直線を畫き、又他の一邊を延し、是に會して三角をなせ、此三角をして方形に等からしめん事を欲す
第三十一 考定第五圖に於て、BG CFはHに於て切合、FBG ABCの角、相互に等き時は、BHFの角はBACの角の二倍なり
第三十二 直角を三分することを求む
第三十三 直角三角の一鋭角を、他の鋭角の三倍となさん

事を求む
第三十三　二等辺三角の底線を引延し、二ッの外角の和ハ、二直角より、頂角丈け大なり
第三十四　二等邊三角と、等辺三角と共に一底線上に有て、其各の頂角点の距離、頂角点と底角点との、距離に等き時は、其底角は頂角の四分一、或ハ二倍半なる可し
第三十五　或る三角に於て、頂角を等分せる、一直線を画き、又頂角より垂線を底線に迄畫く時は、底角の差は、頂角より画く、二直線の間の角乃二倍なり
第三十六　二等辺三角の底線BCヲ、D点を取りCAをEに延し、CEをCDに等くなし、ED ABヲFに於て切合時は、AEFの角の三倍は、AFEの角丈け二直角より大なり、
第三十七　多邊圖の代る辺を、延して會せしめ、此直線に有つ角の総計ハ、尚八直角を加ふる時は、其辺數丈けの、二倍の直角に等き者なり
第三十八　ABCの三角に於て、A角は直角にして、B角はC角の二倍なる時は、CBの辺は、ABの辺の二倍なり
第三十九　方形の角点各より、同距離に、各辺に点を設けて、是を結ぶ時は、又新に方形をなすを為し
第四十　ABCの直角三角の、二辺上の方形と、AD AEと命し、弦BCに引延し、是に垂線DF EGを畫く時は、BCはDF EGの和よ等く、ABCの三角は、DBF ECGの三角の和に、等き者なり

第四十一　平行邊形の、相對する邊を等分する点より、是に對する角を結ぶ線は、斜線を三分す
第四十二　頂角より底に迹の垂線と、二邊の差、及底の分線の一ツを定めて、三角を畫す事
第四十三　ADをしてABCの三角の底線BCに、垂線に畫き、B角をC角の二倍となし、B角は直角より小、或は大に随て、ABを引延し、或はABに於て、BEをBDに等く取り、而してEDFの直線を畫き「若B角は直角より大なる時はEDFの直線はDECFに變を為し」ACをFに於て切る、然る時はFA FC FDは互に等く、ABCの三角は、AEFの三角と等角なる者なり
第四十四　前第四十三の題に於て、B角は直角より大或は小に随て小なる邊ABは底の分線の和、或は差に等き事を、詳解すべし
第四十五　定直線を平面三角の二辺に會せしめ、他の一辺に平行に畫くを求む
第四十六　平行辺形の斜線を等分する直線は、邊に會する時は、平行邊形を等分すべし
第四十七　直角三角の直角より、二直線を畫き、其一線は底線を等分し、一線は底線に垂線なり、此二直線の間の角は、三角の二鋭角の差に等きなり
第四十八　三角の底線に一点を求む、此点より二邊に平行する、等き二直線を畫きて辺に止る者なり

第四十九　定直線の上に、定三角に等しき、二等辺三角を畫くを求む

第五十　二等辺三角の周圍は、是に等き底線を有せる同積の凡ての三角の周圍より小なり

第五十一　同し底、同し周圍を有せる、諸三角の最大なる者は、二等辺三角なり

第五十二　ABCの三角の、ABの線にD点を設け、ABCの三角に等き、ADBの三角を画き、其A角を等くせよ

第五十三　或る四邊圖の辺を等分し、而して等分せし点を結ぶ時は、新に平行辺形をなせ、而して其積は原圖の積の半はなり、又相對せる等分の点を結ふ線は、互に等分せる

こと明なり

第五十四　三角の一辺上の定点より、直線を畫き、是を等分せる事を求む

第五十五　平行邊形の、徑の或る一点より、角に迄二直線を画く時は、二雙の等しき三角に割得る者なり

第五十六　ABCDの野に、十字にACBDの縄を引き、ACBDとCDと等き角をなし、而してACADとBCBDと等き角をなせ、之に因てADとCDと、平行なるを詳解すべし

第五十七　考定第四十七の圖に於て、BGCHを結ぶ時は、此二線は、平行せる事明なり

第五十八　同圖に於て、DBECをFGKHに、MNに於て會せる

く引延せる時ハ、BFM CKMの三角ハ等角なり、而してABCの三角ニ
等し

第五十九　同圖ニ於てGH KE FDを結ぶ時ハ、各三角形をなして
ABCの三角ニ等し

第六十　ABCの三角ニ於て、A点を通る線へ、垂線BE CFを畫き、且D
を以てBCを等分せる時ハ、DEをむすぶ線ハ、DFを結ぶ線
ニ等き者なり

幾何學原礎巻之一　終

書肆

東京芝神明前　和泉屋市兵衛

同　大傳馬町三丁目　袋屋亀次郎

西京寺町四条上ル　田中治兵衛

大坂心斎橋南壹丁目　敦賀屋九兵衛

同所　秋田屋市兵衛

静岡江川町　本屋市藏　發兌