幾何學原礎

三

譯語

Chord	弦	弧ノ両端ヲ連ヌル直線ナリ
Circumscribed	圍ム	
Concave	凹周	
Convex	凸周	
Inscribed	内ニ畫ク	
Point of contact	觸点	
Secant	割線	
Sector	扇形	
Similar	相應	形等クシテ其大サ異ナル者ヲ指テ云
Subtense	弦	

Tangent

觸線

符號

R 半徑の符に用ゆ

命名

第一 等き圏の中心より周に迄の直線即半徑は互に等き者なり

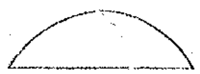
第二 若直線圏に會し是を引延して圏を切らざる直線は圏に觸るといふ而して其直線を觸線と名付其觸合所の点を觸点といふ

第三 二圏相會して切合ざる時は互に相觸るといふ

第四 圏の中心より二個以上の直線へ引く所の垂線等き時は直線へ中心より等き距離といふ

第五 圏の中心より二個以上の直線へ引所の一垂線大なる時は中心より遠しといふ

第六 缺圏は直線と切離したる周圍に因て成立所の圖をいふ且其直線を缺圏の底或は弦と名付其切離したる圏周を弧背といふ



第七 缺圏角は圏の周と直線とに因て保つ角をいふ

第八 缺圏の内角は其弧背中の或点へ弦の両端より引く所の二直線に有つ角なり

第九 前條に挙る角を指して其角を有も

線

の間に挿在し、圏周の上に止り、或は立といふ、
第十　扇形は、圏の中心より引く、二直線と、其間の弧背とに因て、成立圖なり、
第十一　相應缺圏は、缺圏の内角等き者をいふ、

幾何學原礎卷之三

亞國格拉克先生口授

山本正至
川北朝鄰　譯

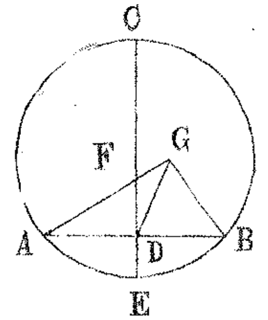
考定第一問題

定圏の中心を見出す事、

ABCを、定圏に命し、其中心を、見出す事を求む、

ABCの圏内へ、或る直線ABを引き、D点に於て、是を等分し、Dより1Cを、ABへ直角に引き、而して、CDをEへ引伸し、CEを、Fに於て等分す、此F点は、ABCの圏の中心なるべし、

第一図



AD＝BD	(1)
DG＝DG	(2)
AG＝BG	(3)
(1.8)	(4)
∟ADG＝∟BDG	(4)
∟BDG＝∟R	(5)
∟BDF＝∟R	(6)
∟BDG＝∟BDF	(7)
∟BDG＜∟BDF	(8)

(證)若圏の中心CEにありとせバ、其真中点Fハ、圏の中心にあらざるを得ざる事明かなり、然れども若CE中にあらずして、外にありと思ひなば、其中心と思ふ所へ、G点を設けGA GD GBを結ぶ、爰に於てADハ、BDと等く、GDハADG BDGの二ツの三角に、普通なり、且仮にGを、中心と定めし故に、AG BGハ半径に當るを以て、互に相等しければ、今ADG BDGの二ツの三角に於て、三辺相互に等き故に(1.8)に因て、ADG乃角ハ、BDGの角に等きなり、併直線か、他乃直線の上ニ立ちて、旁角互に等き時ハ、其角の各ハ、直角なり、故にBDGの角ハ、直角なり、併BDFの角ハ、又直角に組立たるを以て、BDGの角ハ、BDFの角に等しく、大小互に等きハ、理に非ず、故にGハ、ABCの圏の中心にあらざるなり、(7)より(8)に於る如し、同法を以てF点の外ハ、ABCの圏の中心ならざる證を續し得べし、此故に、Fハ圏の中心なり、即ABCの圏乃中心Fを、見出せし事を得たり、

(系證)圏内に於て一直線、若他の直線を、直角に等分を

ふ時ハ、圏の中心必、他の直線を等分せる所の直線中にある事明なり、

考定第二定理

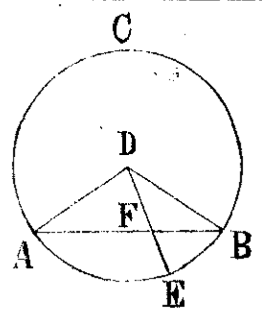
若圏の周中へ、随意に二点を取る時ハ、此二点を結ぶ所乃直線ハ、必圏内に落べし、

ABCを圏に命し、此周中へ、随意にA B乃二点を取り、AよりBに連引く直線ハ、必圏内に落べし、

AB中に或る点Fを取り、(3.1)に因て、ABCの圏の中心Dを見出し、AD DB DFを連ね、而してDFを伸し、Eに於て周に會せしむ、

(證)DAハDBと等き故に、(7.5)に因て、DABの角ハ、DBAの角と等しく、又(1.16)に因まれ、DAFの三角のAF辺を、Bへ引延せば、故に外角DFBハ是に對せる内角DAFより大なり、(1)より(3)に於る如し、併DAF DBFの二角、互に等きハ(2)式に因て明なり、故に又DFBの角ハ、DBFの角よりハ大なり、且(1.19)に因まれ、大なる角ハ大なる辺に對せ、故にDBハDFより大なり、又BDとDEとハ等き故に、DEハ

第二圖



先知 $DA = DB$ (1)

(1.5)

$\angle DAB = \angle DBA$ (2)

$\angle DFB > \angle DAF$ (3)

$\angle DAF = \angle DBF$ (4)

$\therefore \angle DFB > \angle DBF$ (5)

(1.19)

$DB > DF$ (6)

$BD = DE$ (7)

$\therefore DE > DF$ (8)

DFより大なり、(4)より(8)ニ於る如し、故ニF点ハ必圏内ニ落べし、同法ニ因て、AB線中へ允て識る所の諸点、皆圏内へ落る證ハ、顕し得べし、之ニ因て、直線ABハ、ABCの圏内ニ落るなり、夫故ニ若圏の周中へ云く

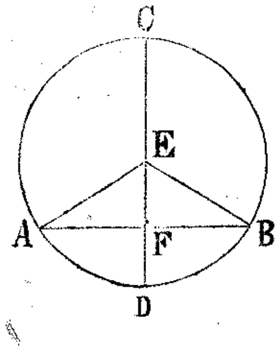
考定第三定理

若圏内ニ於て、中心を通ずる、直線径也ニ因て、中心を通せざる直線弦也を、等分する時ハ、直角ニ切るべし、若夫を直角ニ切る時ハ、夫ヲ等分となるべし、

ABCを圏ニ命し、其圏内ニ於て、中心通ずる直線CDニ因て、中心を通ぜざる直線ABを、Fニ於て、等分する時ハ、又CDカABを、直角ニ切るべし、

(3.1)ニ因て、ABCの圏の中心Eを見出し、EA EBを結ぶ、

第三圖



先知

$$\begin{cases} FA = FB & (1) \\ FE = FE & (2) \\ EA = EB & (3) \end{cases}$$

(1.8)

$$\angle AFE = \angle BFE \qquad (4)$$

$$EA = EB \qquad (3)$$

(1.5)

$$\angle EAF = \angle EBF \qquad (5)$$

$$\angle AFE = \angle BFE = \angle R \qquad (6)$$

(1.26)

$$AF = FB \qquad (7)$$

(證)AFハFBと等く、FEハ、二個の三角AFE BFEニ、普通ニして、底線EAハ、底線EBと等きを以て、(1.8)ニ因れハ、AFEの角と、BFEの角とハ、互ニ等し、(1)より(4)ニ於る如し、且直線カ、

他の直線上に立て、旁角互に等き時ハ其角の各々直角なり、故に AFE BFE の角の各々直角なるを知る、即中心を通ぜる CD に因て、中心を通ぜざる AB を、等分する時ハ AB を直角に切るなり、

次に CD を以て、AB を直角に切る時ハ、又 CD に因て、AB を等分するを為し、即 AF と FB と、等きを知るなり、

(證) 半徑 EA EB ハ、互に等き故に (1.5) に因て、EAF の角ハ EBF の角に等しく、而して直角 AFE ハ、直角 BFE と等しく、今二個の三角 AFE BFE に於て、二角各々各に等しく、又其一辺 EF ハ普通なる故に (1.26) 因て、AF と FB とハ等きなり、(3) (5) (6) (7) の如し、即中心を通する CD に因て、中心を通ぜざる AB を、直角に切る時ハ、又 AB を等分するを知る、夫故に、若圏内に於て云く

考定第四定理

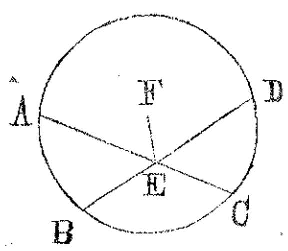
若圏内に於て、中心を通ぜざる、二直線切合時ハ、相互に等分せざる者なり、

ABCD を圏に命し、而して AC BD を、E に於て互に切合所乃、二直線に命を、此 AC BD ハ、相互に等分せざるを為し、若互に等分すと思ハゞ、先仮に AE と EC、BE と ED ハ、等き者と定め、且中心を通せざる直線に因て、中心を通ぜる直線を等分する能ハざる、一目して明かなり、併ながら若二線とも、中心を通せざる時ハ、(3.1) に因て、圏の

中心Fを取りEFを結ぶ、

(證)中心を通ずる直線FEに因て、中心を通せざる直線ACを、等分する故に、(3.3)に因て、夫ら直角ならざるを得ず、即FEAの角ハ直角なり、又FEに因て、中心を通せざる直線BDを、等分する故に、(3.3)に因て、夫ら直角ならざるを得ず、即FEBの角ハ直角なり、且FEAの直角なるハ、前に擧たり、故にFEAの角をFEBの角に等しく、小の大に等しきハ成難し、爰に於て、ACBD互に等分する能はざる判然たり、夫故に若圏に於て云く

第四圖



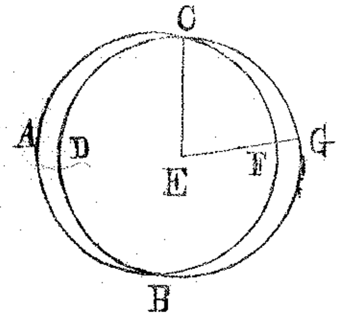
$\angle FEA = \angle R$ (3.3)　(1)
$\angle FEB = \angle R$ (3.3)　(2)
$\therefore \angle FEA = \angle FEB$　(3)
$\angle FEA < \angle FEB$　(4)

考定第五定理

二圏互に切合時ハ、各の中心を、一点に有する、能はざるなり、

ABC CDGの二圏をして、互にBC点に於て、切合しむる時ハ、各の中心、一点に有する能はざるなり、

第五圖



$CE = EF$　(1)
$CE = EG$　(2)
$\therefore EF = EG$　(3)
$EF < EG$　(4)

若各の中心一点にありと思ひ、Eをして其中心ならしめ、ECを結び、而してFG点に於て、二圏に會する、或る直線EFGを引く、

(證)EはABCの圏の中心なる故に、CEはEFと等し、又EはCDGの圏の中心なる故に、ECはEGに等し、故に又EFはEGと等し、(1)(2)(3)の如し小の大に等しといふ理はあらざるなり、爰に於てEはABC CDG二圏の中心にあらざるなり、夫故に二圏互に云々

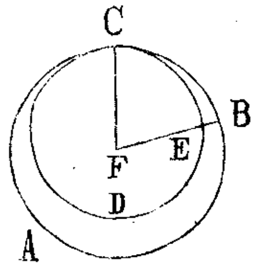
考定第六定理

二圏内部に於て、互に觸る時は、各の中心を、一点に有する、能はざるなり、

ABC CDEの二圏、内部のC点に於て、互に觸る時は、各の中心を、一点に有する、能はざるなり、

若各の中心を、一点に有すと思はゞ、其中心をFとし、FCを結び、而してEBに於て、二圏に會する所の、或る直線FEBを引く、

第六圖



$$CF = FB \quad (1)$$
$$CF = FE \quad (2)$$
$$\therefore FE = FB \quad (3)$$
$$FE < FB \quad (4)$$

(證)FはABCの圏の中心なるに因て、CFはFBと等し、又FはCDEの圏の中心なるに因て、CFはFEと等し、故に又FEはFBと等し、小の大に等しき、理に於てあらざるなり、即(1)より(4)に於る如し、是以てFは、ABC CDEの圏の中心にあらざるなり、夫故に二圏内部に於て云々

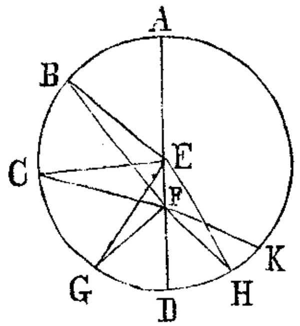
考定第七定理

若圏の徑中へ、中心を除けて、或る点を取り、此点より周へ引所の、凡て直線中、徑の一分隻にして、中心を有せる線は、最大なり、而して他の一分隻は、最小なり、此他中心を通せる線に、近き線は、夫より遠き線より、次第に大なり、而して一点より、最短線の雙方へ、一線宛、只二個の等き直線を、画き得る者なり、

ABCDを圏に命し、其中心をEとし、其徑をADとし、此AD中へ中心Eを除けて、F点を取り、Fより周へ、FB FC FG 等の諸線を引く、爰に於て、徑ADの一分隻AFは、最大なり、他の一分隻FDは、最小なり、又FB FC FG等の諸線中、FBはFCより大なり、FCはEGより大なり、

BE、CE、GEを結ぶ、

第七圖



$$BE+EF>BF \quad (1.20) \qquad (1)$$

$$AE=EB \qquad (2)$$

$$\therefore AE+EF=AF>BF \qquad (3)$$

$$BE=CE \qquad (4)$$

$$FE=FE \qquad (5)$$

$$BE+EF=CE+EF \qquad (6)$$

$$\angle BEF>\angle CEF \qquad (7)$$

$$(1.24)$$

$$BF>CF \qquad (8)$$

$$CF>GF \qquad (9)$$

$$GF+FE>EG \quad (1.20) \qquad (10)$$

$$EG=ED \qquad (11)$$

$$\therefore GF+FE>ED \qquad (12)$$

$$GF > FD \qquad (13)$$

$$GE = EH \qquad (14)$$

$$EF = EF \qquad (15)$$

$$GE + EF = HE + EF \qquad (16)$$

$$\llcorner GEF = \llcorner HEF \qquad (17)$$

$$(1.4)$$

$$GF = HF \qquad (18)$$

$$FK = FG \qquad (19)$$

$$FG = FH \qquad (20)$$

$$\therefore FK = FH \qquad (21)$$

(證)(1.20)に因れば、三角の二辺を集むれば、残る一辺より大なり、即BE EFの二辺を集めて、BFより大なり、併AEはEBに等し、故にAE EFの和、即AFは、BFより大なり、(1)より(3)に於る如し、又BEは、CEと等く、EFは、BEF CEFの二ツの三角に、普通なるを以て、BE EFの二辺各、CE EFの二辺各に等し、併BEFの角は、CEFの角より大なり、故に(1.24)に因れば、BFはFCより大なり、同理に因て、CFは、GFより大なり、(4)より(9)に於る如し、又(1.20)に因れば、GF FEの和は、EGより大なり、而して、EGは、EDと等し、故に又GF FEの和は、EDより大なり、普通の部分FEを消去して、残りGFは、残りFDより大なり、(10)より(13)に於る如し、故にFより周へ、引所の諸直線中、FAは最大にして、FDは最小なり、BFは、CFより大にして、CFは、GFより大なるを知る、

次に最短線FDの雙方へ、一線宛、只二個の等き直線を、引く事を得るなり、

直線EFの、E点に於て、FEHの角を、(1.23)に因て、GEFの角に等しく為し、而して、FHを結ぶ、

(證)GEハ、EHと等く、EFハ、GEF HEFの二ツの三角に、普通なる
故に、GE EFの二辺各、HE EFの二辺各に等く、GEFの角ハ、HEF
の角と等きを以て、(7.4)に因て、FGと、FHと亦等きなり、
(74)より(78)に於る如し、併FHの外に、FGに等き直線を、F
点より周へ、引能ハざるなり、若夫ゟ引るゝと思バ、FKを
其線とせよ、然る時にFKハ、FGと等く、FGハ、FHと等き故に
又FKハ、FHと等し、即中心を通過る線に、近き線と、遠き
線と、相等きなり、(19)(20)(21)の如し、其成難きを前證に擧
たり、夫故に若圏の徑中へ、云々

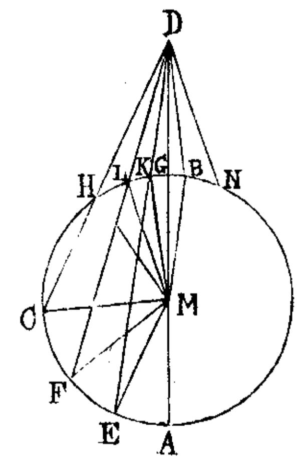
考定第八定理

若或る点を圏外に取り、夫より周へ、數直線を引く時
ハ、其圏の凹周へ、下せる所の諸直線中、何れかの一直線、
中心を通せ、其直線ハ最大なり、此他中心を通過る線
に、近き線ハ、夫より遠き線より、次第に大なり、而して
圏の凸周へ、下せる諸直線中、圏外の点と、徑との間なる、
線ハ最短なり、此他最短線へ、近き線ハ、夫より遠き線
より、次第に短なり、而して只二個の等き直線を、最短
線の双方に、一線宛引き得る者なり、

ABCを圏に命し、夫の外点をDとせよ、夫よりAEFC等の、周の
凹部へ下せる、DA、DE、DF、DC等の直線中、DAか中心通せ即最
大なる直線なり、此他ADに、近き線ハ、夫より遠き線よ
り、次第に大なり、即DEハDFより大なり、DFハDCより大

あり、併HLKG等の、周の凸部へ下せ、諸直線中D点と、徑AGの間なる、DGは最短なり、而して此線に近き線は、夫より遠き線より次第に短なり、即DKは、DLより短なり、DLは、DHより短なり、(3.1)に因て、ABCの圈の中心Mを取り、ME、MF、MC、MK、ML、MHを結ぶ、

第八圖



$AM = ME$ (1)

$AD = EM + MD$ (2)

$EM + MD > ED$ (1.20) (3)

$\therefore AD > ED$ (4)

$ME = MF$ (5)

$MD = MD$ (6)

$EM + MD = FM + MD$ (7)

$\angle EMD > \angle FMD$ (8)

(1.24)

$ED > FD$ (9)

$FD > CD$ (10)

$MK + KD > MD$ (1.20) (11)

$MK = MG$ (12)

$\therefore KD > GD$ (13)

$MK + KD < ML + LD$ (1.21) (14)

$MK = ML$ (15)

$\therefore DK < DL$ (16)

$DL < DH$ (17)

$KM = BM$ (18)

$MD = MD$ (19)

$KM + MD = BM + MD$ (20)

$\angle KMD = \angle BMD$ (21)

(1.4)

$DK = DB$ (22)

$DN = DK$ (23)

$DB = DK$ (24)

$DB = DN$ (25)

(證) AMは、MEと等しく、其各へ、MDを加へて、ADは、EM MDの和に等し、(1.20)に因きて、三角の或る二辺の和は残る一辺より大なるに因て、EM MDの和は、EDより大なり、故に又ADは、EDより大なり、(1)より(4)に於る如し、次に解くMEは、

MFと等く、MDは、EMD FMDの二ツ乃三角に、普通なるを以て、EM MDの二辺各は、FM MDの二辺各と等く、且EMDの角は、FMDの角より大なる故に、(124)に因りて、EDは、FDより大なり、同理に因て、FDは、GDより大なるを顕し得べし、(5)より(70)に於る如し、故にDAは、最大なり、而して、DEは、DFより大にして、DFは、DCより大なり、

爰にMK KDの和は、MDより大なる事、(120)に因て明なり、其各より互に等きMK MGを消去し、残りKDは、残りGDより大なり、即GDは、KDより小なり、(11)(12)(13)の如し、又MK DKは、三角MLDの内点Kへ、其一辺MD乃両端なる、M Dより、引たる直線なり、故に(121)に因りて、MK KDの和は、ML LDの和より小なり、其各より、互に等きMK MLを減し、残りDKは、残りDLより小なり、同法に因て、DLは、DHより小なる事を顕し得べし、(14)より(17)に於る如し、故にDGは、最短なり、DKは、DLより短く、DLは、DHより短し

又爰にD点より、周へ二個の等き直線を、最短線の双方へ、一線宛引き得べし

直線DMの、M点に於て、DMBの角を、DMKの角に等くなし、DBを結ぶ

(設)KMD BMDの両三角に於て、KMは、BMと等く、MDは、普通なり、又KMDの角は、BMDの角に等き故に、(7.4)に因て、DKは、DBに等し、併DBの外に、D点より、周へ、DKに等き、直線を引能ず

ざるなり、若夫ヶ引るゝと思へば、其線をDNとせよ、然る時に、DNは、DKに等く、DKは、DBに等し、故に又DBは、DNに等し、(23)(24)(25)の如し、即DGに近き線は、夫より遠き線と等きなり其成難きは、前證に詳解せり、夫故に若或る点を、圏外に取り、云ヽ

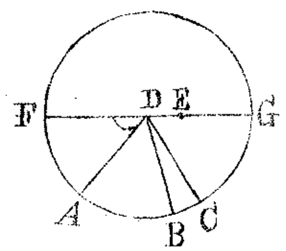
考定第九定理

若点を圏内に取り、夫より周へ、等き直線を、二個より多く、引得る時は、此点は、圏の中心なり、

D点を、ABCの圏内へ取り、夫より周へ、二個より多き、等直線、即DA、DB、DCを下せる時は、此D点は圏の中心なり

若Dを、圏の中心ならずと思へば、Eを以て中心と定め、DEを結び、是を周のF、G、へ引伸せし時は、FGは、ABCの圏の徑なり

第九圖



先知　$DC = DB = DA$　(1)
$DC > DB$　(3.7)　(2)
$DB > DA$　〃　(3)

(證)FGは、ABCの圏の徑にして、中心を除けて、D点を取る故に、(3.7)に因りて此点より、周へ引く、諸直線中、中心を通るDGは、最大なり、而してDCは、DBより大なり、DBは、DAより大なり、(2)(3)の如し、然るに其直線互に等きは先知なり、是理にあらざるなり、故にEは、ABCの圏の中心にあらざるなり、同法を以て、D点の外、決し

て中心ならざる、證を立る事を得べし、是を以てDハ、圏の中心なり、夫故に、若点を圏内に取り、云々

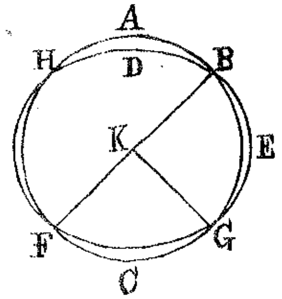
考定第十定理

一圏をして、二点より多く、他の圏を切る、能はざる者なり

若二点より多く、切るゝと思ふて、FABの周をして、DEFの周を、二点より多く、B、G、Fに於て、切合しめ、ABCの圏の中心、Kを取り、KB、KG、KFを結ふ

(證)DEFの圏内へ、K点を取り、夫より二個よりも多き等直線、即KB、KG、KFを、DEFの周へ下せし故に、(3.9)に因れば、K点は、DEFの圏の中心なり、併Kは、又ABCの圏の中心なり、爰に

第十圖



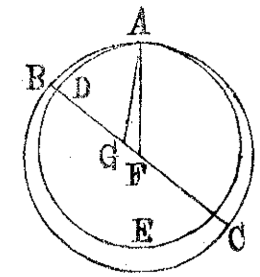
於て一点にして、互に切合二圏の中心なる其能はざるは(3.5)に於て、詳解せり、夫故に一圏をして、二点より多く云々

考定第十一定理

一、圏若、他の圏乃内部に觸き、其中心を連ぬる直線を、伸る時は、觸点を通るへし

ABC ADEを、二圏に命し、此ADEの圏、A点に於てABCの内部へ、觸しめ、而してFを、ABCの圏の中心とし、GをADEの圏乃中心としし、FGを結ぶ所の直線を伸る時はA点を通

第十一圖



$$AG+GF > AF \quad (1.20) \quad (1)$$
$$FA = FB \quad (2)$$
$$\therefore AG+GF > FB \quad (3)$$
$$AG > GB \quad (4)$$
$$AG = GD \quad (5)$$
$$\therefore GD > GB \quad (6)$$
$$GD < GB \quad (7)$$

を應し、若否をしくく、其外へ来るとあらば、FGDBの如くあらん、然る時は、AG、AFを結ぶ、

(證)(1.20)よ因まれば、AG GFの和は、AFより大あり、又FA FBは、圏の半径あるよ因て相等し、故よAG GFの和は、FBより大あり、其各よ普通ある、FGを消去し、残りAGは、残りGBより大なり、併AGは、GDと等き故よ、GDは、GBより大あり、(7)より(6)よ於る如し、然るふGDは、GBより小ある事、一目して知るへし、是理よあらざるあり、故よFGの二点を連ぬる、直線を伸る時は、A点の外へ下る能はざ、即A点上を、通ぜざるを得ざるなり、夫故よ一圏若他の圏へ云く

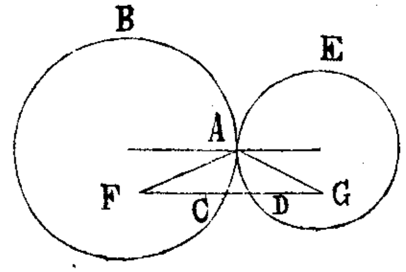
考定第十二定理

若二圏外部よ於て、觸合時は、其中心を結ぶ直線ハ、觸点を通ずを應し

ABC ADEの二圏、互よ外部のA点よ於て觸まして、而して Fを、ABCの圏の中心とし、Gを、ADEの圏乃中心とせ、此F G点を結ぶ直線は、A点を通ずを應し

若否をして、A点の外を過ると思はく、其中心を結ふ直線を、FODGあらしめは、FA AGを結ぶ、

第十二圖



$$AF = FC \quad (1)$$
$$AG = GD \quad (2)$$
$$\therefore FA + AG = FC + DG \quad (3)$$
$$FG > FA + AG \quad (4)$$
$$FA + AG > FG \ (1.20) \quad (5)$$

證 Fは、ABCの圏の中心なる故に、AFはFCと等しく、又Gは、ADEの圏の中心なる故に、AGは、GDと等し、故に又FA AG乃和は、FC DGの和と等しく、又直線FGは、FC DGの和より大なる事一目して知る、故にFGは、FA AGの和より大なる(1)より(4)に於る如し併(1.20)に因る時は、FA AGの和は、FGより大なり、是理に非ず、故にFGを結ぶ直線は、觸点Aの外を過る能はず、即A点を通るなり夫故に若二圏外部に於て云く

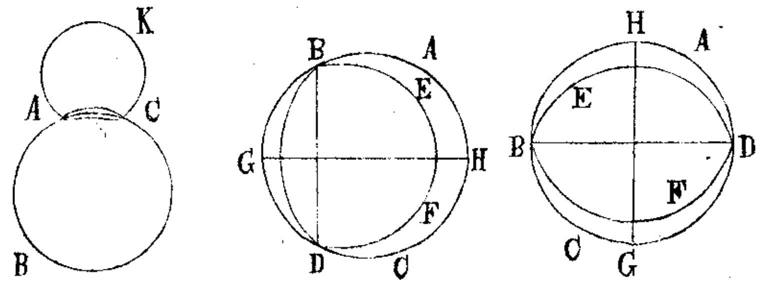
考定第十三定理

一圏は、他の圏へ内辺或は外辺の、何れに於ても、一点より多く、觸る能はざるなり

若一点より多く、觸るゝと思はゞ、EBFの圏をして、一点より多く、ABCの圏へ觸れしめ、而して始BD点に於て、内辺に觸れしめ、BDを結び、(1.10)(1.11)に因て、BDを直角に等分する所の、GHを引く

證 BD点は、二圏の周にある故に、(3.2)に因れば、BDは二圏の内へ落る故に、(3.1)系證に因れば二圏の中心は、BDを直角に等分する所の直線、GH中にあるなり、(3.11)に因る時は、GHは觸点を通れ、然るにBD点は、直線

第十三圖



GH中にあらざるを以て、觸点を通ぜざるなり、是理に非ず、故に一圏の他の圏へ、内辺に於て、一点より多く、觸る能はざるなり

二圏互に、外辺に於て、一点より多く、觸る能はざるなり

若一点より多く、觸るとせれば先ACKの圏をして、AC点に於て、ABCの圏に觸れしめ、而して ACを結ぶ

(證)AC の二点は、ACK乃圏の周中に有る故に、(3.2)に因れば AC点を連ぬる直線ACは、ACKの圏内に落居し、而して ACKの圏は ABCの圏外にある故に、又直線ACも、ABCの圏外にある居し、併AC点は ABCの圏の周中にある故に、(3.2)に因れば、直線ACは、ABCの圏内にあらざるを得ず、是理に非ず、是以て圏の外辺に於て、一点より多く、觸る能はず、且圏の内辺に於ても一点より多く、觸る能はざるを前に詳解せり、夫故に一圏は、他の圏へ、云々

考定第十四定理

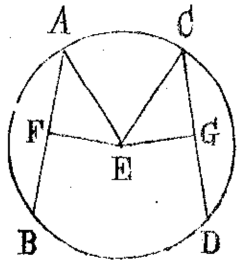
圏内の等き直線は、中心より等き距離あり、又中心より等き距離ある、圏内の直線は、互に等き者なり

ABDCの圏内の直線、AB DCをして、互に等からしむれば、此

二直線は、中心より等き距離なり

ABDCの圏の中心Eを取り、而して Eより、EF EGを、弦AB CDへ、垂線に引き、AE ECを連ぬ

第十四圖



$$AF = FB \quad (3.3) \quad (1)$$
$$\therefore AB = 2AF \quad (2)$$
$$CD = 2CG \quad (3)$$
$$然\ AB = CD \quad (4)$$
$$\therefore AF = CG \quad (5)$$
$$AE = CE \quad (6)$$
$$\therefore AE^2 = CE^2 \quad (7)$$
$$AF^2 + FE^2 = AE^2 \quad (1.47) \quad (8)$$
$$EG^2 + GC^2 = EC^2 \quad 《 \quad (9)$$
$$AF^2 + FE^2 = EG^2 + GC^2 \quad (10)$$
$$FE^2 = EG^2 \quad (11)$$
$$\therefore FE = EG \quad (12)$$

$$AF^2 + FE^2 = EG^2 + GC^2 \quad (10)$$
$$然\ FE = EG \quad (13)$$
$$\therefore FE^2 = EG^2 \quad (14)$$
$$AF^2 = GC^2 \quad (15)$$
$$AF = GC \quad (16)$$

(證)(3.3)に因れば、中心を通る所の直線EFは、中心を通さゞる直線ABを、直角に切る時は、夫を又等分す、故にAFは、FBと等し、是に因て、ABは、AFの二倍なり、同理に因て、CGは、CDの二倍なり今ABとCDの等きは、先知なる故に、又AFはCGと等き也、而して AE CEは、互に等き故に、AE²は、CE²と相等し、(7)より(1)に於る如し、且AFEは直角なるを以て、(1.47)に因り、AF² FE²の和は、AE²に等し、同理に因て、EG² GC²の和は、EC²に等し(8)(9)なり、之を以て(7)を解き、AF² FE²の和は、EG² GC²の和と等し、其等き各より、互に等き所の、AF² CG²を消去して、残り

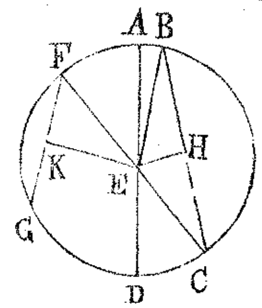
FE²は、残りEG²に等きを以て、又直線FEは、直線EGと等き
なり、併(D.4)に因れば、圏の中心より、二個以上の直線へ、
引く所の垂線等き時は、中心より等き距離といふ、是
を以て、AB CDは中心より等き距離あるなり
次に若AB CDの二直線、中心より等き距離ある時は、AB
はCDに等きなり
前と同じ組立をなせ
(證)前證同理なる故に、省略し(70)式AF² FE²の和は、FG² GC²の
和と等し、其等き各より、互に等きFE² EG²を消去し、AF²と
CG²は互に等きを知る、(73)(74)(75)(76)如し、併ABは、AFの二倍、
CDはCGの二倍なり、故にABは、CDに等し、夫故に圏内の

等き直線云く

考定第十五定理

圏内に於て、徑は最大なる直線なり、而して凡て他の
諸線中、中心へ近き者は、遠き者より常に大なり、而し
て大なる線は、小なる線より、中心へ近き者なり
ABCDを圏に命し、其經をADとし、中心をEとし、且BCを、FG
より、中心へ近からしむれば、ADは、徑にあらざる直線、
BCより大なり、BCは、FGより大なり
中心よりEH EKを、BC FGへ垂線に引き、EB EFを結ぶ
(證)AEは、EBと等く、EDは、ECと等き故に、ADは、又EB ECの和
に等し、今(7.20)に因れば、EB ECの和は、BCより大なり、故に

第十五圖



$AE=EB$ (1)

$ED=EC$ (2)

$\therefore AD=EB+EC$ (3)

$EB+EC>BC$ (1.20) (4)

$AD>BC$ (5)

ADを、BCより大なり、(1)より(5)に於る如し即ADの最大なるを知る

又(D.5)に因りて、BCを、FGより中心へ近き故に、EHを、EKより小なり、今前考定第十四に詳解せし如く、BCを、BHの二倍、FGをFKの二倍を得、故にEH^2 HB^2の和を、EK^2 KF^2乃和に等し、併EHを、EKより小なるに因て、EH^2を、又EK^2より小なり、故に又BH^2を、FK^2より大なる事明らなり、即BHを、FKより大なり、其各の二倍即BCを、FGより大なるを知る、(6)より(13)に於る如し

$EH<EK$ (6)

$BC=2BH$ (7)

$FG=2FK$ (8)

$EH^2+HB^2=EK^2+KF^2$ (9)

$EH^2<EK^2$ (10)

$\therefore BH^2>FK^2$ (11)

$BH>FK$ (12)

$BC>FG$ (13)

次にBCをして、FGより大ならしめば、BCを、FGより中心へ近きなり

前と同じ組立をなしく、EHを、EKより小なり

$EH^2+HB^2=EK^2+KF^2$ (9)

$BH>FK$ (14)

$BH^2>FK^2$ (15)

$\therefore EH^2<EK^2$ (16)

$EH<EK$ (17)

(證)前に解く如く、EH^2 HB^2の和を、EK^2 KF^2の和と等し、且BCを、FGより大なる故に、BHを、KFより大なり、而してBH^2を、KF^2より大なるを以て、EH^2を、EK^2より小なる事明らなり、故に又EHを、EKより小なるを知る、(14)より(17)に於る如し、

大故に、圏内に於て云く

考定第十六定理

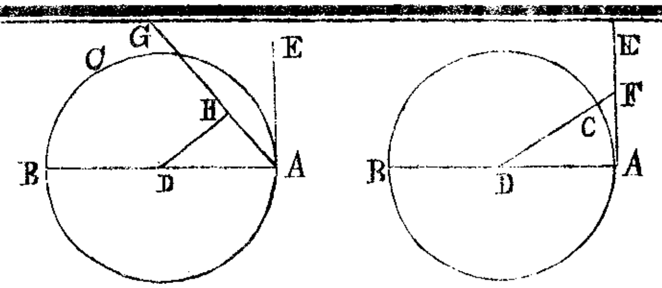
圏の徑へ直角に其端より、引く直線ハ圏外に降る、且徑の端より此直線と周圍の間へ、圏を切らざる直線を引く能ハざるなり

ABCを圏に命し、其中心をDとし、徑をABなり、AよりAEをABへ垂線に引時ハ、AEハ圏外へ降るべし

AE中へ、F点を取り、DFを結び、DFをして、C点に於て、圏に會せしむ

(證) DAFハ直角なる故に、(1.32)に因れバ、DAFの角ハ、AFDの角より大なり、(1.19)に因れバ、三角の大なる角ハ、大なる辺へ

第十六圖



$\angle DAF = \angle R$ (1)

$\angle DAF > \angle DFA$ (1.32) (2)

$DF > DA$ (1.19) (3)

$AD = DC$ (4)

$\therefore DF > DC$ (5)

$\angle DHA = \angle R$ (6)

$\angle DAH < \angle R$ (7)

$\angle DAH < \angle DHA$ (8)

$DH < DA$ (1.19) (9)

對す、故ニDFハ、DAより大なり、今DAハ、DCと等きに因て、DFハ、DCより大なり、(1)より(5)に於る如し、爰に於て、F点ハ圏外にあるなり、而してAE中へ、如何に諸点を設るとも、觸点Aを除く外、皆圏外にある論を需たず、故にAEハ、圏外に落るなり、次にA点より、直線AEと、周圍の間へ、圏を切らざる所

の直線ハ引く能さざる者なり

DAEの角内へAより或る直線AGを引きDよりDHをAGへ直角ニ引く

(證) DHAの角を直角ニしてDAHの角を直角より小なり故ニDAHの角をDHAの角より小なり(1.19)ニ因きてDAHの三角のDH邊をDA辺より小なり(6)より(9)ニ於る如し故ニH点を圏内ニあるを以て直線AGを圏を切るなり夫故ニ圏の徑へ直角ニ云く

(系證) 圏の徑へ直角ニ徑の端より引直線ハ圏へ觸る事明かなり而して觸る所只一点なり若二点圏ニ會去れバ(3.2)ニ因て其線圏内ニ落べし又一点ニ觸るを只一直線なる事明かなり

考定第十七問題

定圏の外或ハ周圏中の定点より定圏へ觸る處さ直線を引事

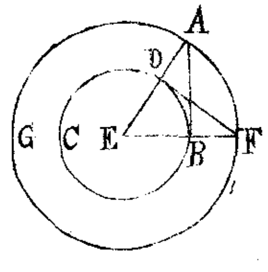
始定点Aを定圏BCDの外ニあらしむ今A点よりBCDニ觸る處さ直線を引事を求む

(3.1)ニ因り圏の中心Eを見出しAEを結び而して中心EよりEAの距離ニ於てAFGの圏を画きD点よりDFをEAへ直角ニひきEBFを結びABを引く此ABハBCDの圏へ觸るべし

(證) EハAGF BCDの圏の中心なる故ニAEハEFと等くEDハ

EBに等き故に、AE EBの二邊各を、FE EDの二邊各と等く、且直角を、AEB FEDの両三角に普通なる故に、(1.4)に因て、底線ABを、底線DFに等しくて、AEB FEDの両三角は同形なり、而して他の角各を各と等し、故にEBAの角は、EDFの角と等き也、併EDFの角を直角なり、故にEBAの角も又、直角なり、

第十七圖



$AE = EF$ (1)

$EB = ED$ (2)

$AE + EB = FE + ED$ (3)

$\angle E = \angle E$ (1.4) (4)

$AB = FD$ (5)

$\triangle AEB = \triangle DEF$ (6)

$\angle EBA = \angle EDF$ (7)

先知 $\angle EDF = \angle R$ (8)

$\therefore \angle EBA = \angle R$ (9)

(1)より(9)に於る如し、(3.16)(系證)に因れば、徑の端より夫へ直角に引直線は、圏に觸る、夫故にABを、圏に觸るなり、而して定点Aより引得たり、

若圏の周中にD点の如き定点ある時は、中心EへDEを引きDFをDEへ直角に引く即DFが圏へ觸るなり

考定第十八定理

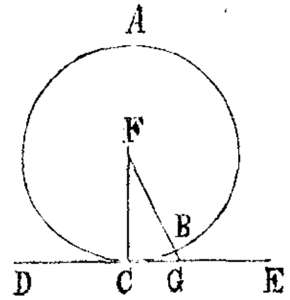
若圏へ觸る直線の觸点へ、中心より引直線は、圏へ觸る所の直線へ、垂線なり

直線DEをしてC点に於て、ABCの圏へ觸しめ、且中心Fを取り、直線FCを引時は、FCは、DEへ垂線なる證し、

若否むと思ひて、F点よりDEへ垂線FBGを引く

(證)FGCを直角なる故、(1.17)に因れば、GCFを、鋭角ならざるを得ず、而して(1.19)に因れば、大なる角を、大なる辺に對す、

第十八圖



$\llcorner FGC = \llcorner R$ (1)

$\llcorner GCF < \llcorner R$ (1.17) (2)

$FC > FG$ (1.19) (3)

$FC = FB$ (4)

$FB > FG$ (5)

$FB < FG$ (6)

即FCは、FGより大なり、併FCとFBは等き故に、FBはFGより大なり、(1)より(6)に於る如し、小なるを大とりみ、是理に非ず、故にFGはDEへ垂線なりとも同法に因て、只FCの外、他の線は決してDEへ垂線なりさるを顕し得属し、即FCはDEへ垂線なり、夫故に若圏へ觸る云々

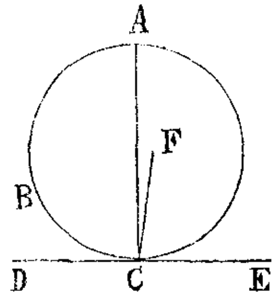
考定第十九定理

若直線、圏へ觸まそ、其觸点より、觸る所の線へ、直角に直線を引時は、圏の中心は此線中にある者なり、

直線DEをして、ABCの圏へ、C点に於て觸しめ、CよりDEへ直角に、CAを画く時は、圏の中心必、CA線中にある者なり、

若否ずして、Fが中心なりんと思て、FCを結ぶ属し、

第十九圖



$\llcorner FCE = \llcorner R$ (3.18) (1)

先命 $\llcorner ACE = \llcorner R$ (2)

$\llcorner FCE = \llcorner ACE$ (3)

$\llcorner FCE < \llcorner ACE$ (4)

證 (3.18)に因まで、DEは、ABCの圏へ觸まそ、中心より觸点へ引FCは、DEへ垂線なる故に、FCEは直角なり、併ACEは又直角なり、故にECEの角は、ACEの角と等し、(1)より(3)に於る如し、

小の大に等き理ならざるなり、是に因てFなる、ABCの圏の中心に非を同法に於て、CA中にあらざる他の諸点皆中心にあらざる證を立るを得、即中心CA中に有なり、夫故に若直線、圏へ觸まて云く

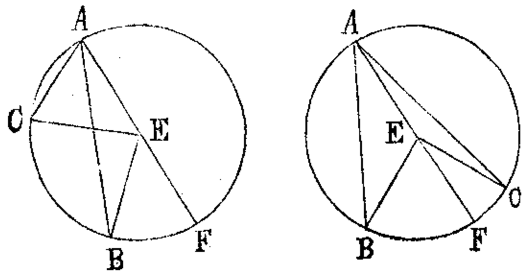
考定第二十定理

圏の中心に於る角が周圍に於る角の二倍なり、且此兩角へ同し弧背上にある者なり、

ABCを圏に命し、中心に於る角をBECとし、周に於る角をBACとし、此兩角各底に向て、BCの弧背を持時な、BECの角な、BACの角の二倍なり、

始圏の中心Eを、BACの角の内にあらしめ、AEを結び、夫をFへ引延も、

第二十圖



$$\overline{AE}=\overline{EB} \quad (1)$$

(1.5)

$$\angle EAB=\angle EBA \quad (2)$$

$$\angle EAB+\angle EBA=2\angle EAB \quad (3)$$

$$\angle BEF=\angle EAB+\angle EBA \ (1.32) \quad (4)$$

$$\therefore \angle BEF=2\angle EAB \quad (5)$$

$$\angle FEC=2\angle EAC \quad (6)$$

$$\angle BEC=2\angle BAC \quad (7)$$

$$\angle FEC=2\angle FAC \quad (6)$$

$$\angle FEB=2\angle FAB \quad (5)$$

$$\angle BEC=2\angle BAC \quad (7)$$

(證)EAは、EBと等き故に、(1.5)に因きて、EABの角は、EBAの角と等しく、而してEAB EBAの二角の和は、EABの角の二倍なり、併(1.32)に因きて、BEFの角は、EAB EBAの角に等し、故に又BEFの角は、EABの角の二倍なり、同法に因て、FECの角は、EACの角乃二倍なり、故に全角BECは、全角BACの二倍なり、(1.より)に於る如し、

次に圏の中心Eをして、BACの角乃外にあらしめ、AEを結び、夫をFへ引延も、

(證)始の場合に於る如く、FECの角は、FACの角の二倍なり、前の一部分FEBの角は後の一部分FABの角の二倍なり、故に殘角BECは殘角BACの二倍なり、(6)(5)(7)の如し、夫故に圏の中心に於る角云ゝ

考定第二十一定理

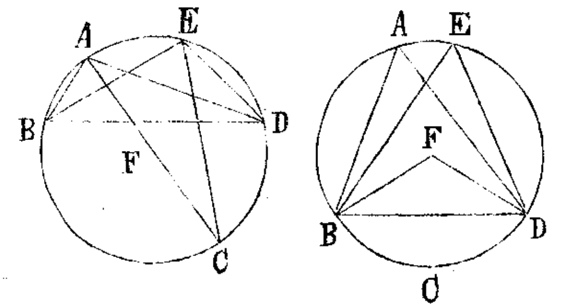
同し缺圏の内に於る、諸角は、互に等き者なり、

ABCDを圏に命し、BAD BEDを、同し缺圏の内角とせ、此BAD BEDの角は、互に等きなり

ABCDの圏の中心、Fを取り、而して始BAEDの缺圏をして、半圏より大ならしめ、BF FDを結ぶ、

(證)中心に於るBFDの角と、周に於るBADの角と、共に其底に向て、周の一分隻BCDを持故に、(3.20)に因きて、BFDの角は、BADの角乃二倍なり、同理に因て、BFDの角は、BEDの角の二倍なり、故にBADの角は、BEDの角に等し、(1)(2)(3)の如し、

第二十一圖



$\angle BFD = 2\angle BAD$ (3.20) (1)

$\angle BFD = 2\angle BED$ 〃 (2)

$\therefore \angle BAD = \angle BED$ (3)

$\angle BAC = \angle BEC$ (4)

$\angle CAD = \angle CED$ (5)

$\therefore \angle BAD = \angle BED$ (6)

次に缺圈BAEDを、半圈より大ならざらしめ、夫の内角をBAD BEDとも、又互に等きなり、Aより中心へ、、を引き、Cへ引延を、而してCEを結ふ、(證)缺圈BADCは、半圈より大なり、而して始の場合に因て、夫の内角BAC BECは、互に等し、同理に因て、缺圈CBEDは半圈より大なるを以て、CAD CEDの角は互に等し、故に全角BADは、全角BEDと等きなり、夫故に同じ缺圈の内に於る、云々

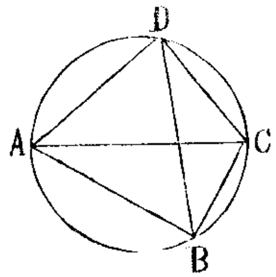
考定第二十二定理

圈内に畫く、或る四辺圖の、相對せる角を集て、二直角に等き者なり、

ABCDを、ABCDの圈内に畫く、四辺圖に命せ、夫の相對せる、或る二角を集て、二直角に等きなり、

(證) AC BDを結ぶ、(3.27)に因きて、同じ缺圈BADCの内に於る、CABの角は、CDBの角と等し、又同じ缺圈、ADCBの内に於る、ACBの角は、ADBの角と等し、故に全角ADCは、CAB ACBの二角の和に等し、其等き

各へ、ABCの角を加へて、ABC ADCの角の和を、ABC CAB BCAの角の和に等し、併(1.32)に因りて、ABC CAB BCAの角乃和を、二直角に等し、故に又ABC ADCの角の和を、二直角に等きあり、同理に因て、BAD DCBの角の和を、二直角に等き事を顯し得へし、(1)より(7)に於る如し、夫故に圏内に画く、或る四辺圖に云く



第二十二圖

$\angle CAB = \angle CDB$ (3.21) (1)

$\angle ACB = \angle ADB$ 〃 (2)

$\therefore \angle ADC = \angle CAB + \angle ACB$ (3)

$\angle ABC + \angle ADC = \angle ABC + \angle CAB + \angle BCA$ (4)

$\angle ABC + \angle CAB + \angle BCA = 2\angle R$ (1.32) (5)

$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 2\angle R$ (6)

$\angle BAD + \angle DCB = 2\angle R$ (7)

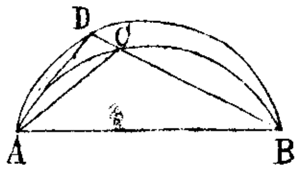
考定第二十三定理

一直線の一方に於て、互に一致せずして、其形相應せる、二個の缺圏は、有能はざる者あり、

若夫ゝ有りと思ひて、互に一致せずして、相應せる缺圏ACB ADBをして、一直線ABの一方にあらしむ、然る時は、ACB ADBの二圏、A B点に於て、互に切合故に、(3.10)に因りて、他の点に於て、切合能はざるあり、故に一ツの缺圏、他の缺圏の内に落ざるを得ず、今ACBをして、ADBの内へ落し、直線BCDを引き、AC ADを結ぶ、

(證)ACBの缺圏は、ADBの缺圏と其形相應して且相應せる缺圏は、等き角を保つ故に、ACBの角は、ADBの角と等し、又(1.76)

第二十三圖



$\angle ACB = \angle ADB$ (D.11) (1)

$\angle ACB > \angle ADB$ (1.16) (2)

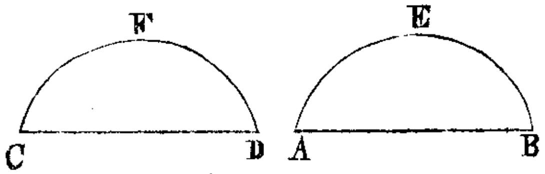
に因りて、三角の外角は、是に對せる、内角より大なり、即ACBの角ハADBの角より大なり、(1)(2)の如し、是理に非ず、故に一直線ABの一方に於て、相應せる缺圈ACB ADBは、一致せざる能はざる也、夫故に一直線の一方云々

考定第二十四定理

其形相應せる缺圈、等き直線上にある時ハ、互に等き者なり、

相應せる缺圈AEB CFDをして、等き直線AB CDの上にあらしめバ、AEBの缺圈ハ、CFDの缺圈と、等きなり、

第二十四圖



$AB = CD$ (1)

(3.23)

Arc. AEB = Arc. CFD (2)

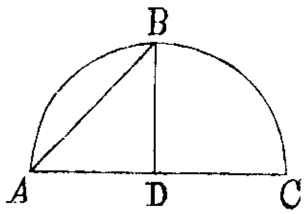
(證)AEBの缺圈とCFDの缺圈と、重るときハ、先A点を、C点の上へ置き、而して直線ABを、直線CD上へ、来らしむれバ、ABとCDと等き故に、B点とD点と一致し、直線ABと直線CDと一致するを以て、(3.23)に因りて、AEBの缺圈と、CFDの缺圈とハ、一致せざるを得ず、夫故に其形相應せる、云々

考定第二十五問題

定缺圈に準して、其全圖を畫く事、

ABCを定缺圏に命し、之に準して、其全圏を畫くを求む」、
ACを、D点に於て等分し、D点よりDBをACへ直角に引、
ABを結ふ、
(證)始にDAB DBAの二角、互に等き圖を解く、

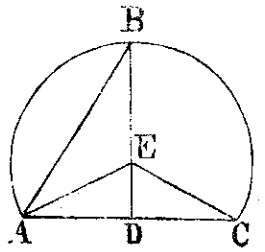
第十五圖

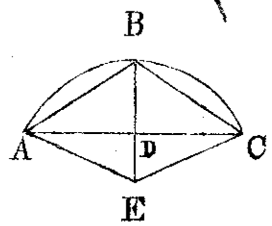


$$\angle DBA = \angle DAB \quad (1)$$
(1.6)
$$DA = DB \quad (2)$$
$$DA = DC \quad (3)$$

DBAの角は、DABの角と等き故に、(1.6)に因れば、DAはDBと等し、又DAはDCと等く、組立るを以て、DA DB DCの三直線、互に等き(1)(2)(3)の如し、故に(3.9)に因れば、Dは圏の中心なり、其内一線を、半径となして、圏を畫く時は、其周、他の直線の端を通さ為し是以て、ABCは此圏の缺圏なる明なり、且D点は直線AC中に有故に、ABCの缺圏は、半圏也

次にDAB DBAの二角、等からざる圖を解く
(1.23)に因り、直線ABのA点に於て、BAEの角を、ABDの角と等くなし、而してBDを伸して、Eへ達せしめ、ECを結ぶ、「若BAEの角、BAD





$$\angle EAB = \angle EBA \ (1.23) \quad (4)$$
(1.6)
$$EA = EB \quad (5)$$
$$AD = DC \quad (6)$$
$$DE = DE \quad (7)$$
$$AD + DE = CD + DE \quad (8)$$
$$\angle ADE = \angle CDE = \angle R \quad (9)$$
(1.4)
$$AE = CE \quad (10)$$
$$\therefore EB = EC \quad (11)$$

の角より小なる時ハ、直線AEのE点に於て、BDに會せしむ」

(證) EABの角ハ、EBAの角と等き故に、(1.6)に因まで、EAハ、EBと等し、且ADハ、CDと等く、DEハ、ADE CDEの両三角に普通なるに因て、AD DEの二辺各、CD DEの二辺各に等く、又ADE CDEの角の各ハ、直角なるを以て、相等し、故に(1.4)に因て、底線AEハ、底線CEと等し、併EAと、EBと等きハ、前に解より、故に又EBハ、ECと等きを以て、此EA EB ECの三直線、互に等き故に、(3.9)に因まバ、Eハ圏の中心なり、即中心Eより、EA EB ECの内、一ツを半徑となして、圏を畫く時ハ其周他の二直線の端を通るべし、是以て、ABCハ、此圏の缺圏

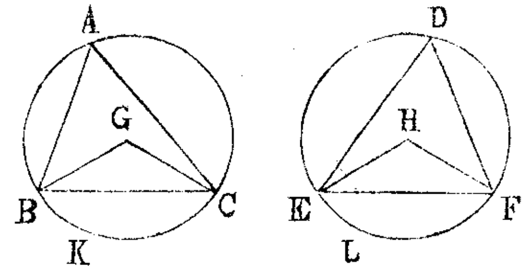
なる明らなり、且DABの角ら、DBAの角より小なら不、中心Eハ、缺圏ABCの外にある故に、半圏より小なり、若DABの角ら、DBAの角より大なら不、中心Eハ、缺圏ABCの内に有故に、半圏より大なる事明なり、夫故に、定缺圏に準して、其全圏を畫き得より、

考定第二十六定理

等き圏内に於て、中心或ハ周圍の何きらに於る、等き角ハ、等き弧上に、立者なり、

ABC DEFを、等き圏に命し、BGC EHFを、其中心に於る等き角とし、而して BAC EDFを其周圍に於る、等き角となる時ハ、BKCの弧ハ、ELFの弧に等き者なり

第二十六圖



$$BG+GC=EH+HF \quad (1)$$

$$\text{先知} \quad \angle BGC=\angle EHF \quad (2)$$

$$(1.4)$$

$$BC=EF \quad (3)$$

$$\text{先知} \quad \angle A=\angle D \quad (4)$$

$$Arc.BAC=Arc.EDF \quad (5)$$

$$\therefore Arc.BKC=Arc.ELF \ (3.24) \quad (6)$$

(證)BC、EFを結ぶ、ABC、DEFの二圏、互よ等き故よ、其半徑ハ、又互よ等し、即BG、GCの二辺、各EH、HFの二辺各よ等く、且其中心ふ於るBGC角ハ、EHF角と等き故よ、(1.4)よ因りて、BCハ、EFと等く、而してA角と、D角と等きハ、先知るりて、BACハ、EDFの缺圏と、相應形あり、而して其缺圏各、等き直線上よ、有を以て、同形あり、爰よ於て、BACの缺圏ハ、EDFの缺圏ふ等きを知る、併全圏ABCと、全圏DEFとハ、等き故ふ、殘りBKCの缺圏ハ、殘りELFの缺圏と、等きを以て、又BKCの弧ハ、ELFの弧と等きあり、夫故よ等き圏内よ於て云く

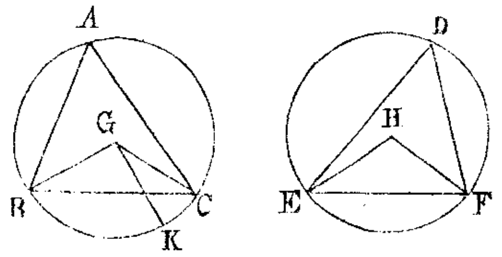
考定第二十七定理

等き圏内よ於て、等き弧上よ立所の、中心、或ハ周圍ろ何まろふ於る角ハ、互よ等き者あり、

等き圏ABC、DEFの周圍よ於る角を、BAC、DEFとし、中心よ於る角を、BGC、EHFとし、其角の各ろ、等き弧BC、EF上よ立時ハ、BACの角ハ、DEFの角よ等く、BGCの角ハ、EHFの角よ等き者あり、

若BGCの角と、EHFの角と、等き時ハ、BACの角ハEDFの角と、等からざるを得ざる(3.20)ニ因て明ゥなり、併BGC EHFの二角、等ゥらざるときれバ、何きゥ乃一角、大なうざるを得ざ、

第二十七圖



今BGCの角を、大と定めて、BGKの角を、EHFの角と等くなすを、

$\angle BGK = \angle EHF$ (3.26)	(1)
$Arc.BK = Arc.EF$	(2)
〃 $.EF =$ 〃 $.BC$	(3)
〃 $.BK =$ 〃 $.BC$	(4)
〃 $.BK <$ 〃 $.BC$	(5)
$\angle A = \frac{1}{2}\angle BGC$	(6)
$\angle D = \frac{1}{2}\angle EHF$	(7)
$\angle A = \angle D$	(8)

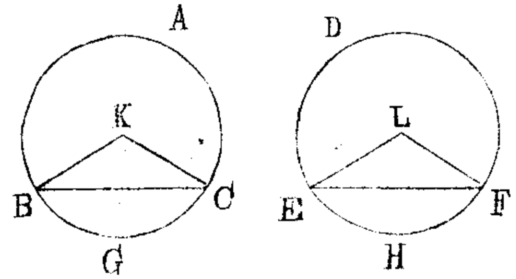
(證)(3.26)ニ因まバ、等き角ハ、等き弧上ニ立、今BGK EHFの角を、等しと定むる故ニ、BKの弧ハ、EFの弧と等し、併EFの弧と、BCの弧と等きハ先知なる故ニ、又BKハ、BCと等し、(1)より(5)ニ於る如し小の大ニ等き理ニ非ず、是以てBGCの角ハ、EHFの角と、等からざる能ざれバ、即等きなり、而してA角ハ、BGC角の半なり、D角ハ、EHF角の半なる故ニ、A角と、D角と等き(6)(7)(8)の如し、夫故ニ等き圏内ニ於て、云々

等定第二十八定理

等き圏内の、等き直線ハ、等き弧を切なり、即大弧ハ大弧、小弧ハ小弧と、等きなり、

ABC DEF を等き二圏に命し、此圏内の等き直線を、BC EF とし、此直線に因て切る所の、二個の大なる弧を、BAC EDF とし、二個の小なる弧を、BGC EHF とし、即大なる BAC は、大なる EDF と等く、小なる BGC は、小なる EHF と等き也、

第二十八圖



$$BK+KC=EL+LF \quad (1)$$
$$BC=EF \quad (2)$$
$$(1.8)$$
$$\angle BKC=\angle ELF \quad (3)$$
$$\text{Arc.}BGC=\text{Arc.}EHF\ (3.26) \quad (4)$$
$$\therefore \angle BAC=\angle EDF \quad (5)$$

(3.1)に因り、圏の中心 K L を取り、BK、KC、EL、LF を結ぶ、

(證)二圏等き故に、其半徑は又等し、即 BK KC の各は EL、LF の各と等く、

底線 BC は、底線 EF と等きを以て、(1.8)に因りて、BKC の角は、ELF の角と等し、(3.26)に因りて、中心に於る等き角は、等き弧上に立故に、BGC の弧は、EHF の弧と等し、且全圏 ABC は、EDF と等きに因て、其周圍の殘る部分即 BAC は、殘る部分 EDF に等し、(1)より(5)に於る如し、夫故に等き圏内の、等き直線云々

考定第二十九定理

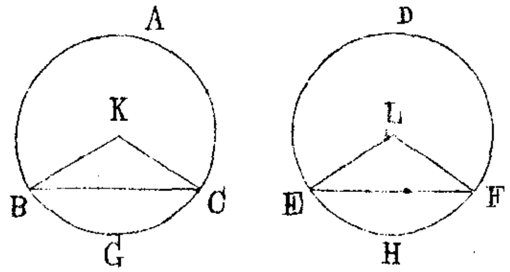
等き圏に於て、等き弧線は、等き直線丈ヶ廣かるものなり、

ABC DEF を、等き圏に命し、BGC EHF を、等き弧線とし、而して BC EF を結ぶ時は、直線 BC は、直線 EF と等かる可し、

圏の中心K、L、を取り、BK KC EL LFを結ぶ

(證) BGCの弧と、EHFの弧とは、等きを以て、(3.27)に因まて、BKCの角は、ELFの角と等し、且ABC DEF乃の圏、互に等き故に、中心よりの直線は凡て等きあり、是以てBK KCの二辺各、EL LFの二辺各と等て、其各へ挟む角、等きを以て、(1.4)に因まて、底線BCは、底線EFと等きあり夫故に等き圏に於る、云々

第二十九圖



$BK+KC=EL+LF$ (1)

$\llcorner BKC=\llcorner ELF$ (3.27) (2)

(1.4)

$BC=EF$ (3)

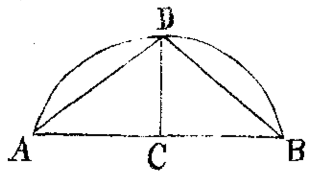
考定第三十問題

定弧線を、等分する事、

定弧線へ、ADBを命し、是を等分することを求む、

ABを結び、是をCに於て等分し、CDをして、ABへ直角に引、AD BDを結ぶ時は、ADBの弧線は、D点に於て、等分となるべし

第三十圖



先知

$AC=CB$ (1)

$CD=CD$ (2)

$AC+CD=BC+CD$ (3)

$\llcorner ACD=\llcorner BCD=\llcorner R$ (4)

(1.4)

$AD=BD$ (5)

(3.28)

$Arc.AD=Arc.BD$ (6)

(證) ACは、CBと等く、CDは、ACD BCDの両三角に普通あるを以てAC CDの二辺各、BC CDの二辺各に等く、且ACD BCDの角の各は、直角あるを以て互に

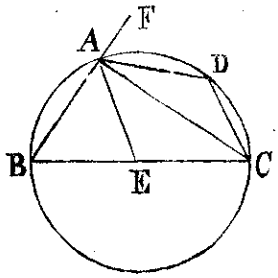
等き故に(1.4)に因りて、底線ADと、底線BDとは等きなり、今(3.28)に因りて、等き直線は、等き弧を切なり、即大弧は大弧、小弧は小弧と等し、而して(3.1)系證に因りてCDは中心を通るを故に、AD DBは半圏より小なるを以て、即AD DBは、其小なる弧の各なり、故にADの弧線は、DBの弧線と等し、(1)より(6)に於る如し、夫故に定弧線を、D点に於て、等分なるを得より

考究第三十一定理

或圏に於て、半圏の内ある角は直角なり、半圏より大なる、缺圏の内の角は直角より小なり、又半圏より小なる、缺圏の内の角は直角より大なり、

ABCDを圏に命し、其徑をBCとし、中心をEとせ、而して直線ACを引て、圏をABC ADCの両缺圏に分ち、BA AD DCを結ぶ、爰に於て、半圏BADCの内の角は、直角なり、半圏より大なる缺圏ABCの内の角は、直角より小なる處し、又半圏より小なる缺圏ADCの内の角は、直角より大なる處し、

第三十一圖



$EA=EB$ (1)

(1.5)

$\angle EAB=\angle EBA$ (2)

$EA=EC$ (3)

(1.5)

$\angle EAC=\angle ECA$ (4)

$\therefore \angle BAC=\angle ABC+\angle ACB$ (5)

$\angle FAC=\angle ABC+\angle ACB\ (1.32)$ (6)

$\therefore \angle BAC=\angle FAC=\angle R$ (7)

$\angle ABC+\angle BAC<2\angle R\ (1.17)$ (8)

$\angle BAC=\angle R$ (7)

$\therefore \angle ABC<\angle R$ (9)

$\angle ABC+\angle ADC=2\angle R\ (3.22)$ (10)

$\angle ABC<\angle R$ (9)

$\angle ADC>\angle R$ (11)

AEを結び、BAをFへ引延して、

(證) EAとEBとは等き故に、(1.5)に因て、EABの角は、EBAの角と等し、又EAはECと等き故に、EACの角は、ECAの角と等し、是以て、全角BACは、ABC ACBの二角乃和に等し、且FACは、三角ABCの外角なるを以て、(1.32)に因れば、ABC ACBの二角の和に等し、故に又BACの角は、FACの角と等し、(1)より(7)に於る如し、而して BAC FACの両角は、隣角なるを以て、其各々直角なり、夫故に半圏の内の角BACは、直角なり、

次に(1.17)に因れば、三角ABC中の二角、ABC BACを集て、二直角より小なり、其BACは直角なる故に、ABCは直角より小ならざるを得ず(8)(7)(9)の如し、是以て半圏より大なる

缺圏ABCの内の角ABCは、直角より小なり、

又ABCDは、圏内乃四辺圖なり、(3.22)に因れば、其相對せる角を集めて、二直角に等し、故にABC ADCの二角を集て、二直角に等し、併ABCは、直角より小なるを、前に解なり、是以てADCは、直角より大なり、(10)(9)(11)の如し、即半圏より小なる缺圏ADCの内乃角は直角より大なり、夫故に或圏に於て、云々

(系證) 此理に因て、若三角の一角、他の二角の和と等き時は、其角は直角なる事明なり、即其隣角も同じく二角に等き故に、又隣角互に等し、是を以て其角の各は直角なり、

考定第三十二定理

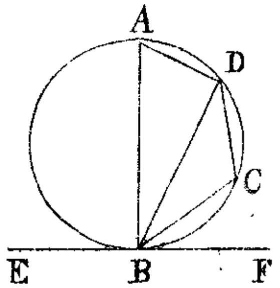
若直線圏へ觸て、其觸点より、圏を切て、直線を引時ハ此直線と、圏に觸ある直線に因て保つ角ハ、代る缺圏の内乃角に、等かる應し、

EFの直線、ABCDの圏へ、B點に於て觸き、此點より、圏を切て直線BDを引時ハ、BDと觸線EFに因て保つ角ハ、代る缺圏の内乃角と、等かる應し、即FBDの角ハBADの缺圏の内乃角と等く、EBDの角ハ、BCDの缺圏の内乃角と、等かる應し、

B點より、BAを、EFへ、直角に引き、BDの弧中へ、或C点を取り、而して AD DC CBを結ぶ、

證 直線EFハ、ABCDの圏へ、B點に於て觸き、其觸点Bより、BAを、觸線へ、直角に引故に、(3.19)に因きバ、圏の中心ハ、AB中に有あり、是以て(3.31)に因きハ、ADBの角ハ、直角あり、故に又他の二角DAB ABDの和ハ、直角あり、併ABFの角ハ、直角に組立ある に因て、ABFの角ハ、DAB ABD乃二角の和に等し、其等き各より普通乃角ABDを消去して、殘角

第三十二圖



$$\llcorner ADB = \llcorner R \ (3.31) \qquad (1)$$
$$\therefore \llcorner DAB + \llcorner ABD = \llcorner R \qquad (2)$$
先知 $$\llcorner ABF = \llcorner R \qquad (3)$$
$$\llcorner ABF = \llcorner DAB + \llcorner ABD \qquad (4)$$
$$\llcorner FBD = \llcorner DAB \qquad (5)$$

$$\llcorner DAB + \llcorner DCB = 2\llcorner R \ (3.22) \qquad (6)$$
$$\llcorner FBD + \llcorner DBE = 2\llcorner R \ (1.13) \qquad (7)$$
$$\therefore \llcorner FBD + \llcorner DBE = \llcorner DAB + \llcorner DCB \qquad (8)$$
$$\llcorner FBD = \llcorner DAB \qquad (5)$$
$$\therefore \llcorner EBD = \llcorner DCB \qquad (9)$$

FBDは、代る缺圏の内乃角DABと等し、(1)より(5)に於る如し、
又ABCDは圏内の四辺圖なる故、(3.22)に因まる、相對せる角DAB DCBを集て、二直角に等し、併(1.13)に因まる、FBD EBDの角を集て、二直角に等し、故にFBD EBDの二角の和は、DAB DCBの二角の和と等し、且FBD、DABの二角互に等きは、前に擧たり、故に殘角EBDは、代る缺圏の内乃角DCBと、等きなり、夫故に若直線圏へ觸て云く

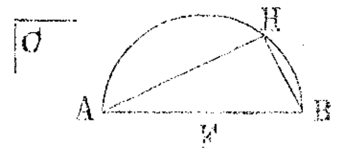
考定第三十三問題

定直線上へ、定直線角と、等き角を保つ所の、缺圏を画く事、

ABを定直線へ命し、Cを定直線角へ命ず、今C角と等き角を保つ缺圏を、直線AB上へ、画く事を求む、

始めC角を、直角ならしめ、ABをFに於て等分し、Fを中心となして、FBの距離にて、AHBの半圏を画く、

(解)(3.31)に因まる、半圏の内乃角AHBは、直角Cに等きなり、



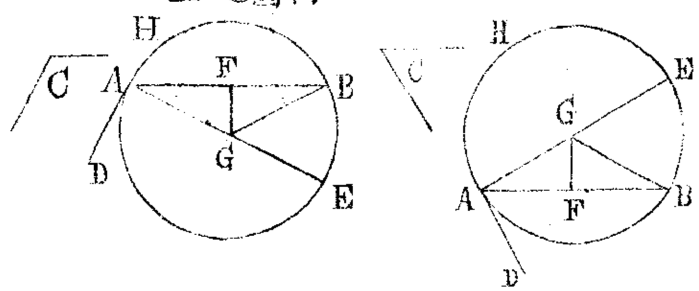
∠AHB = ∟R (3.31)　(7)

第三十三圖之一

若C角が、直角ならざれば、直線ABのA点に於て、BADの角を、C角と等くし、A点よりAEを、ADへ直角に引、ABをFに於て等分し、FよりFGを、ABへ直角に引、GBを結ぶ、

(證)AFは、FBと等く、FGは、AFG BFGの両三角に普通なる故に、AF FGの二邊各、BF FGの二

第三十三圖之二



$$AF = FB \qquad (2)$$
$$FG = FG \qquad (3)$$
$$AF + FG = BF + FG \qquad (4)$$
$$\llcorner AFG = \llcorner BFG \qquad (5)$$
$$(1.4)$$
$$AG = BG \qquad (6)$$

$$\text{先知}\ \llcorner DAB = \llcorner C \qquad (7)$$

辺各と等く、又AFGの角も、BFGの角と等き故に、(1.4)に因きを、底線AGも、底線BGと等し(2)より(6)に於る如し、今AGを半径とし、Gを中心として、圏を画く時も、B点を通るを屢し、此圏をAEBとし、而して径AEの端なる、A点よりADを、AEに直角に畫きし故なり、(3.16)(系證)に因れバ、ADハ圏へ觸線なり、觸点Aより、ABを引て圏を切る故に、(3.32)に因れバ、DABの角ハ代る

缺圏AHBの内の角に等し、併DABの角を、C角と等く組立なり、夫故に定線AB上へ、定直線角Cに等き角を保つ所の、缺圏AHBを画き得たり、

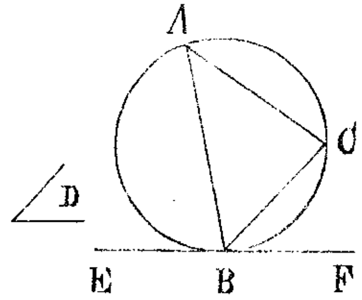
考定第三十四問題

定圏より、定直線角に等き角状保つ所の、缺圏を切る事

ABCを定圏へ命し、Dを定直線角へ命も、今ABCの圏より、定直線角Dに等き角を保つ所の、缺圏を切事を求む

(3.17)に因て、ABCの圏へ、B点に於て觸る所の、直線EFを画き又(1.23)に因て、直線BFのB点に於て、FBCの角を、D角と等くなし、

第三十四圖



$\angle FBC = \angle BAC$ (3.32) (1)

$\angle FBC = \angle D$ (2)

$\therefore \angle BAC = \angle D$ (3)

(證)直線EFカ、ABCの圈へ觸て、其觸点Bより、圈を切てBCを引故ニ、(3.32)ニ因きバ、FBCの角ハ代る缺圈BACニ於る角ニ等し、併るFBCの角ハ、D角と等くなれる故ニ、缺圈BACニ於る角ハ、D角と等し、(1)より(3)ニ於る如し、夫故ニ定圈ABCより、定直線角Dニ等き角を保つ所の、缺圈BACを切事を得たり、

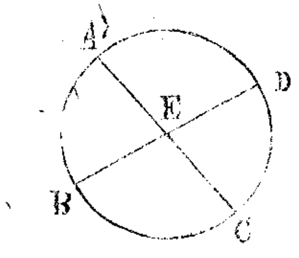
考定第三十五定理

圈内ニ於て、二直線切合時ハ、一直線の、両分線ニ因て成矩形ハ、他の直線の、両分線ニ因て成矩形と、等き者なり、

AC BDの二直線、ABCDの圈内ニ、E点ニ於て、互ニ切合時ハ、AE ECの矩形ハ、BE EDの矩形と、等かる應し、

AC BDの二直線、共ニ中心を通過を時ハ、Eハ圈の中心なり、共AE、EC、BE、EDハ、凡て等き故ニ、AE ECの矩形ハ、BE EDの矩形と等きなり、

第三十五圖之一

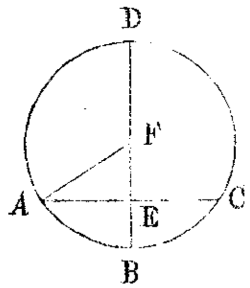


然共若直線BDをして、中心を通きしめ之を以て他の中心を通さゞる直線ACを、直角ニ切しむる時ハ、BDをFニ於て等分し、AFを結ぶ、其のF点ハABCD

の圏の中心ならざるを得ざるなり、

(證)中心を通るBDに因て、中心を通さゞるACを、直角に

第三十五圖之二



$$BE.ED+EF^2=FB^2 \ (2.5) \quad (1)$$
$$BE.ED+EF^2=AF^2 \quad (2)$$
$$AE^2+EF^2=AF^2 \ (1.47) \quad (3)$$
$$\therefore BE.ED+EF^2=AE^2+EF^2 \quad (4)$$
$$BE.ED=AE^2=AE.EC \quad (5)$$

E点に於て切故に(3.3)に因れば、ACは、Eに於て、等分となるなり、又直線BDを、F点に於て等分し、E点に於て不等に分つ故に、(2.5)に因れば、BEEDの矩形へ、EF²を加へて、FB²と等く、又同じ半径なるAF²とも等きなり、(1)(2)の如し、

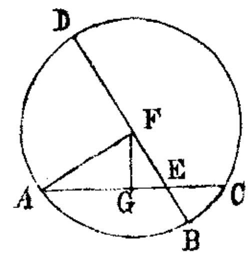
併(1.47)に因れば、AE²EF²の和は、AF²に等し故にBEEDの矩形と、AF²の和は、AE²EF²の和と等し、其等き各よりEF²を消去して、残りBEEDの矩形は、残りAE²と等し、此AE²は即AEECの矩形なり、(3)(4)(5)の如し

次に中心を通るBDをして、中心を通さゞる他のACを、E点に於て切しむ、併直角ならざる時は、如前BDを、圏の中心Fに於て等分し、AFを結び、FよりFGを、ACへ垂線に引く、

(證)(3.3)に因れば、中心を通るFGに因て、中心を通さゞるACを、直角に切る故に、ACはG点に於て、等分となれり、

(2.5)に因れば、AEECの矩形へ、EG²を加へて、AG²に等し、其等

第三十五圖之三



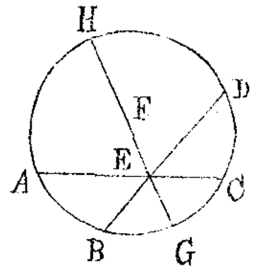
$$AE.EC+EG^2=GC^2=AG^2 \quad (2.5) \qquad (6)$$
$$AE.EC+EG^2+GF^2=AG^2+GF^2 \qquad (7)$$
$$EG^2+GF^2=EF^2 \qquad (8)$$
$$AG^2+GF^2=AF^2 \qquad (9)$$
$$\therefore AE.EC+EF^2=AF^2=BF^2 \qquad (10)$$
$$BE.ED+EF^2=BF^2 \quad (2.5) \qquad (11)$$
$$AE.EC+EF^2=BE.ED+EF^2 \qquad (12)$$
$$AE.EC=BE.ED \qquad (13)$$

き各へGF^2を加ふれば、AE ECの矩形と、EG^2 GF^2の和は、AG^2 GF^2の和と等し、且(7.47)に因れば、EC^2 GF^2の和は、EF^2と等しく、AG^2 GF^2の和は、AF^2と等し、是故にAE ECの矩形と、EF^2の和は、BF^2に等き所の、AF^2に等し、(6)より(10)に於る如し、併(2.5)に因れば、BF^2は、BE EDの矩形へ、EF^2を加ふる者に等し、故に又AE ECの矩形へ、EF^2を加へて、BE EDの矩形へ、EF^2を加ふる者と等し、其等

き各より、EF^2を減し、残りAE ECの矩形は、残りBE EDの矩形と等き、(11)(12)(13)の如し、

終にAC BDの両直線、各中心を通せざらしむ、然る時は、GEFH圏の中心Fを求め、二直線AC BDの交点Eを通して、の徑を引く、

第三十五圖之四



$$GE.EH=AE.EC \qquad (14)$$
$$GE.EH=BE.ED \qquad (15)$$
$$\therefore AE.EC=BE.ED \qquad (16)$$

(證)前法に因れば、GE EHの矩形は、AE ECの矩形と等く、又BE EDの矩形と等し、是以てAE EC乃矩形は、BE EDの矩形と等きを知る、(14)(15)(16)の如し、夫故に圏内に於て云く、

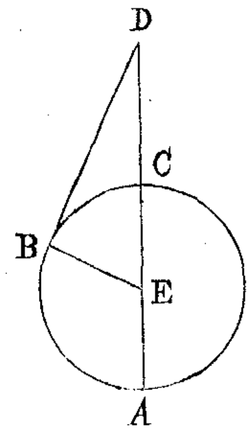
考定第三十六定理

若圏外の或点より、二直線を引、其一線は圏を切、他の線は圏へ觸る時は、圏を切る所の全直線と、圏外ある、其一分隻に因て成矩形は、圏に觸る直線上の方と、等かるべし、

ABCの圏外ある、或点をDとし、此点より引二直線を、DCA DBとし、其DCAは圏を切、DBは圏へ觸る時は、AD DCの矩形は、DB²に等かるべし、

(證)始め直線DCAをして、中心Eを通せしめて、EBを結ぶ、(3.18)に因まで、EBDの角は直角あり、且ACをEに於て等分し、Dへ引伸も故に、(2.6)に因まで、AD DCの矩形へ、EC²を加へてED²に等し、併ECは、EBと等きを以て、AD DCの矩形へEB²を加へて、ED²と等し、且EBDは直角ある故に、ED²は、EB² BD²の和と等し、是以てAD DCの矩形へ、EB²を加へて、EB² BD²の和と等し、今両率普通のEB²を消去し、残りAD DCの矩形は、BD²と等きを知る(1)より(7)に於る如し、

第三十六圖之一



$\angle EBD = \angle R$ (3.18) (1)

$AD.DC + EC^2 = ED^2$ (2.6) (2)

$EC = EB$ (3)

$AD.DC + EB^2 = ED^2$ (4)

$ED^2 = EB^2 + BD^2$ (5)

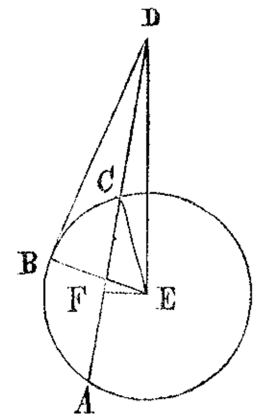
$AD.DC + EB^2 = EB^2 + BD^2$ (6)

$AD.DC = BD^2$ (7)

次に直線DCAをして、ABCの圏の中心を通ぜざらしめ、而

して中心Eを取り、EFをACへ垂線に引、EB FC EDを結ぶ、

第三十六圖之二



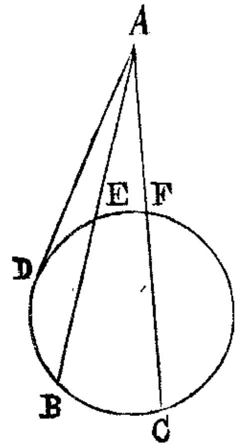
$$AD.DC+FC^2=FD^2\ (2.6) \qquad (1)$$
$$AD.DC+CF^2+FE^2=DF^2+FE^2 \qquad (2)$$
$$\angle CFE=\angle R \qquad (3)$$
$$CE^2=CF^2+FE^2 \qquad (4)$$
$$DE^2=DF^2+FE^2 \qquad (5)$$
$$AD.DC+CE^2=DE^2 \qquad (6)$$
$$CE=BE \qquad (7)$$
$$AD.DC+BE^2=DE^2 \qquad (8)$$
$$\angle DBE=\angle R \qquad (9)$$
$$DE^2=DB^2+BE^2 \qquad (10)$$
$$AD.DC+BE^2=DB^2+BE^2 \qquad (11)$$
$$AD.DC=DB^2 \qquad (12)$$

(證)中心を通る直線EFか、中心を通らざる直線ACを、直角に切故に、(3.3)に因りて、EFはACを等分す、是以てAFはFCと等し、されはACをFに於て等分し、Dへ引延も故に、(2.6)に因りて、AD DCの矩形へ、FC^2を加へてFD^2と等し、其等き各へ、FE^2を加へて、AD DCの矩形へ、CF^2 FE^2を加へて、DF^2 FE^2の和と等し、且CFEは直角なるを以て、(1.47)に因りて、CE^2は、CF^2 FE^2の和と等く、DE^2は、DF^2 FE^2の和と等し、(7)より(5)に於る如し、(4)(5)を(2)に容れ、AD DCの矩形へ、CE^2を加へて、DE^2と等し、又CEはBEと等き故に、AD DCの矩形へ、BE^2を加へて、DE^2と等し、且DBEは直角なるを以て、(1.47)に因りて、DE^2は、DB^2 BE^2の和と等し、故に又AD DCの矩形へ、BE^2を加へて、DB^2 BE^2の和と等し、其両率普通のBE^2を去て、殘りAD DCの矩形

は、DB²と等し(6)より(12)に於る如し夫故ニ若圏外の或点云々

(系證)若圏外の或点より、AB AC の如き圏を切所の、二直線を引時ハ、全線と、圏外なる、其分線に因て成矩形ハ、互に等き事明かなり、

即 AD か圏へ觸る故に、前法に因て、BA AE の矩形ハ、AD² に等く、CA AF 乃矩形ハ AD² に等し故に又 BA AE の矩形ハ、CA AF の矩形と等し、(1)(2)(3)の如し、



$$BA.AE = AD^2 \quad (1)$$
$$CA.AF = AD^2 \quad (2)$$
$$\therefore BA.AE = CA.AF \quad (3)$$

考定第三十七定理

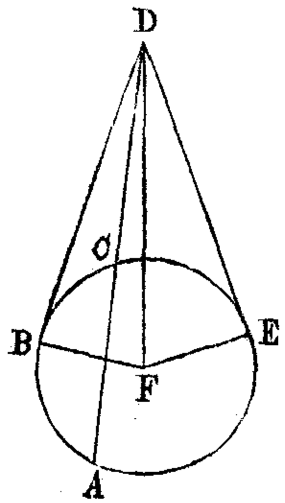
若圏外の或点より、二直線を引、其一直線ハ、圏を切、他の直線ハ、圏へ會も、爰に於て、圏を切所の全線と、其圏外の部分とに因てある矩形と、圏へ會せる線上の方と等き時ハ、其圏へ會せる所乃直線ハ、圏へ觸為し、

或点 D を、ABC の圏外へ取て、夫より、二直線 DCA DB を引、其 DCA ハ圏を切、他の DB ハ圏へ會も、爰に於く、AD DC の矩形と DB² と等き時ハ、DB ハ、ABC の圏へ觸為し、

(3.17)に因て、ABC の圏へ觸る所の、直線 DE を引、(3.7)に因て、圏の中心 F を得て、FB FD FE を結ぶ、

(證)DE ハ ABC の圏へ觸て、DCA ハ圏を切故に、(3.36)に因きて、AD

第三十七圖



$AD.DC=DE^2$ (3.36) (1)

先知 $AD.DC=DB^2$ (2)

$\therefore DE^2=DB^2$ (3)

$DE=DB$ (4)

$EF=BF$ (5)

$DE+EF=DB+BF$ (6)

$DF=DF$ (7)

(7.8)

$\angle DEF=\angle DBE$ (8)

$\angle DEF=\angle R$ (3.18) (9)

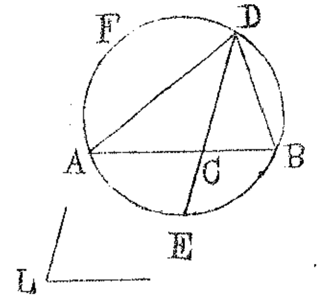
$\therefore \angle DBF=\angle R$ (10)

DCの矩形ハ、DE^2と等し、併ADDCの矩形と、DB^2と等きハ、先知なるを以て、DE^2ハDB^2と等く、即直線DEハ直線DBと等し、又EFBFハ半徑なる故に、互に等きを以て、DEEF二辺各ハ、DBBF二辺各と等く且底線DFハ、DEFDBFの両三角ニ普通なる故に、(7.8)ニ因ては、DEFの角ハ、DBFの角と等し、併(3.18)に因ては、DEFの角ハ直角なり故に又DBFの角も直角なり、(1)より(10)に於る如し、而してBFを引延ぜ時ハ徑なり、故に(3.16)に因ては、若徑へ直角に其端より引直線ハ、圏へ觸るを以て、DBハ、ABCの圏へ觸るなり、夫故に若圏外の或點云々

第三巻用法

第一　三角の一角と此角を等分する直線に因て、此角へ對する辺を両隻となせ、其各分線ゝを定めて、三角を畫くを求む、

ABを三角の一辺へ命し、其両隻AC CBを定むる所の分線とし、Lを定角となせ、(3.23)に因て、AB上へLと等き角を有する、缺圏AFBを畫き、其全圏をAFEとし、而してABの弧を、Eに於て等分し、ECを結び、是をしてDに於て周圍へ會する迄引延し、DA DBを結ぶ、此DABの三角は求むる所の三角なり、

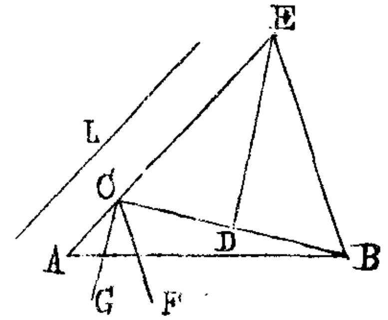


(證)ABへ對するADBの角は、Lと等く、又(3.27)に因れバ等き弧上へ立所の、ADE BDEの角は等きなり

第二　三角の一角と、是に對する辺及此角を挾む二辺の差を定めて、三角を畫くを求む、

ACFを定角とし、此角へ對する辺をLと定め、此角を挾む二辺の差を、AOと定む、

ACFの角を、直線OGに因て等分し、OBを、OGへ、直角に引而してAを中心とし、Lを半徑となして、OBを、Bに於て切所の弧を畫き、ABを結び、OBを、Dに於て等分し、DEを、CBへ直角に引、AOを引延し、Eに於てDEへ會せしめ、而してBEを結ぶ、此AEBは求むる所の三角なり、



$$\angle ACD = \angle CED + \angle CDE \ (1.32) \qquad (1)$$
$$\angle CDE = \angle GCD = R \qquad (2)$$
$$\therefore \angle ACG = \angle CED \qquad (3)$$
$$\angle ACF = \angle CEB \qquad (4)$$
$$CE = EB \qquad (5)$$
$$\therefore AC = AE - EB \qquad (6)$$

(證)CEBの角ハ、EDニ因て等分となるハ(1.4)の理ニ因て解得べし、又(1.32)ニ因れバ、ACD乃角ハ是ニ對せる内角CED CDEの和と等し、併CDE GCDの二角各ハ直角なり、故ニACGの角ハ、CEDの角と等く、此二角各を倍しACFの角ハ、CEB乃角と等し、而しCEハ、EBと等き故ニ、ACハ、ACFの角ニ等き角を挾む、二辺の差なり、(1)より(6)ニ於る如し、且Lニ等きABハ、ACFの角と等き、AEBの角ニ對せ、故ニAEBハ、求むる所の三角なり

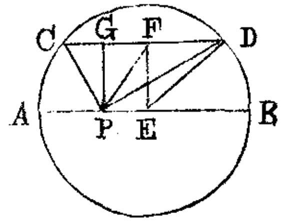
第三　圈の徑中なる或点より、此徑へ平行せる弦乃両端へ引二直線各の上乃方の和ハ、徑の両分隻、各の上の方的和と等きなり

ABDの圈ニ於て、CDハ、徑ABと平行せる弦とし、今AB中へ、或点Pを取り、PC PDを結ぶ時ハ、PC^2 PD^2の和ハ、AP^2 PB^2の和と等しかるべし

Eを圈の中心ならしめ、EF PGを、弦へ垂線ニ引、PF EDを結ぶ

(證)(2.9)ニ因れバ、CG^2 GD^2の和ハ、GF^2 FD^2の和、二倍と等し、其各

へPG²或ハEF²の二倍を加へ、CG² GD² 2PG²の和ハ、GF² FD² EF²の和二倍と等し、故よ(747)よ因て、PC² PD²の和ハ、GF² ED²の和乃二倍と等き所の、PE² EB²の和二倍と等し、且(2.9)よ因きゞ、AP² PB²の和ハ、PE² EB²乃和二倍と等し、故よ又PC² PD²の和ハ、AP² PB²の和と等きを知る、(7)より(7)よ於る如し、

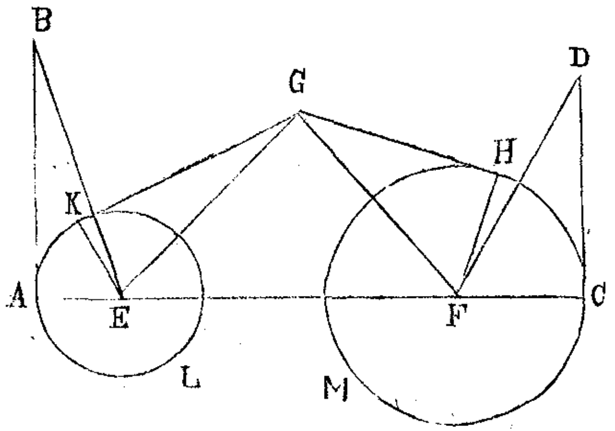


$$CG^2+GD^2=2(GF^2+FD^2) \quad (2.9) \quad (1)$$
$$2PG^2=2EF^2 \quad (2)$$
$$CG^2+GD^2+2PG^2=2(GF^2+ED^2+EF^2) \quad (3)$$
$$\therefore PC^2+PD^2=2(GF^2+FD^2) \quad (4)$$
$$PC^2+PD^2=2(PE^2+EB^2) \quad (5)$$
$$AP^2+PB^2=2(PE^2+EB^2) \quad (2.9) \quad (6)$$
$$\therefore PC^2+PD^2=AP^2+PB^2 \quad (7)$$

第四　二個の定直線よ等き觸線を、二個の定圏へ、一点より引んと欲も、其点の位置を求む、

幾何學原礎巻之三

AKL CHMを、二個乃定圏へ命し、此二圏の中心、E Fを通しく、ACり迠直線ACを引き、而しく二個の定直線AB CDを、ACへ直角よ畫きをり、今一点よりAKL CHMの二圏へ引觸線をしく、AB CDの各と等からしめんと欲も、其点の位置を求む



BE DFを結び、(122)よ因り、EFを底とあし、EB FDと等き、EG FGの二辺を有もる、GEFの三角を畫く、此項角

$$EB = EG \quad (1)$$
$$EB^2 = EG^2 \quad (2)$$
$$EB^2 = AB^2 + AE^2 \quad (3)$$
$$EG^2 = KG^2 + KE^2 \quad (4)$$
$$\therefore AB^2 + AE^2 = KG^2 + KE^2 \quad (5)$$
$$AE^2 = KE^2 \quad (6)$$
$$AB^2 = KG^2 \quad (7)$$
$$AB = KG \quad (8)$$
$$CD = HG \quad (9)$$

点Gを、求むる所の、一点ある為し

(證) EB乃、EGと等く、其各の上乃方も又等し、且EB^2を、AB^2 AE^2の和と等く、EG^2を、KG^2 KE^2の和と等し、故に又AB^2 AE^2の和を、KG^2 KE^2の和と等し、其等き各より、互に等きAE^2 KE^2を消し、残りAB^2を、残りKG^2と等きを以て、ABを、觸線KGと等きあり、(1)より(8)に於る如し、同理に因て、CDを、觸線HGと等きを知る、故にAB CDの各と等き、觸線KG HGを、Gの一点より、引得より

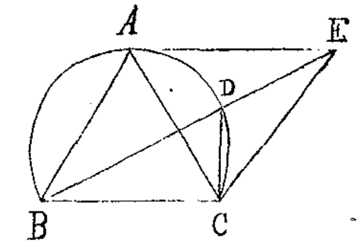
第五 一底線上に於て、同頂角を持所の、諸三角中、二等辺三角を、最大なる者あり、又一底線上に於て同し平行線の間ある、諸三角中、二等辺三角を、最大ある頂角を、持者あり

(3.33)に因り、底線BC上へ、定頂角を持つ所の、缺圏BDCを画き、BDCの弧を、Aに於て等分し、BACの角を画き、又同し缺圏内へ、或他の三角BDCを画く、然る時に、二等辺三角BACを、BDCの三角より、大なる為し

Aより、AEを、BCと平行に引、BDを、Eに於て、AEに會せ為く引伸し、CEを結ぶ

(證) (1.37)に因まべ、BACの三角を、BECの三角と等き故に、BACの

三角ハ、BDCの三角より大なり、(1)(2)(3)の如し



$\triangle BAC = \triangle BEC$ (1.37) (1)

$\triangle BEC > \triangle BDC$ (2)

$\therefore \triangle BAC > \triangle BDC$ (3)

$\angle BAC = \angle BDC$ (3.21) (5)

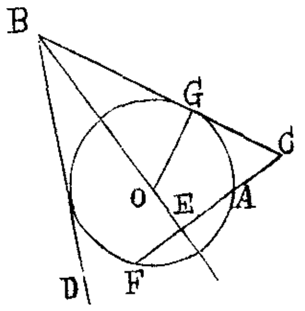
$\angle BDC > \angle BEC$ (1.16) (6)

$\therefore \angle BAC > \angle BEC$ (7)

次ニ一底線の一方なるBAC BECの兩三角をして、同し平行線の間ニあらしめハ、二等辺を有せる所乃、BACの角ハ、BECの角より、大なるべし

證 (3.21)ニ因れハ、同し缺圏内の角BAC BDCハ、互ニ等きなり、又(1.16)ニ因れハ、CDEの三角乃外角BDCハ、是ニ對せる、内角BECより大なり、故ニBACの角ハ、BECの角より大なり、(4)(5)(6)の如し、

第六 定点を通して、二個乃平行せざる、定直線へ、觸る所の、圏を画くを求む、



$FC.CA = CG^2$ (2.14)

BC BDを、定直線へ命し、其中間の定点をAとせ、今A点を通して、BC BDへ觸る所乃圏を画くを求む

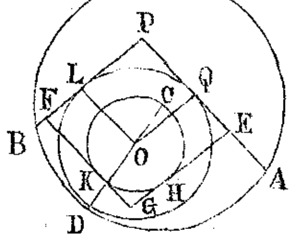
CBDの角をBE線ニ因て等分し、AEをBEへ垂線ニ引、之をFニ迄引伸し、EFをAEと等くせ、又EAをCニ於てBCへ、會すべく引延し、(2.14)ニ因て、CB中へ、取る所のCGをして、FC CAの矩形ニ等き方の辺と

等からしめOに於て、BEへ會する所の、GOを、BCへ直角に引、変
に於て、Oを求むる所の、FAGの圏の中心なり、
(證)(3.37)に因まる、FC CAの矩形と、CG^2と等き時は、F A Gの
三点を通る所の圏は、G点に於て、BCへ觸座し、而して
OBに因て、CBD此角線等分して、OGは、BCへ垂線なる故に
OGは、BDへ觸る所の圏の半徑なり

第十　圏内の或点より周に迄二直線を引るあり、
此二直線と、其間の弧へ觸る、圏を画くを求む

ADBの圏の中心はCなり、此圏内の或点Pより、PA PBの
二直線を、ADBの周中なる、A B点へ引るあり、今PA PB
及、ADBの弧へ觸る所の、圏を画く事を求む、

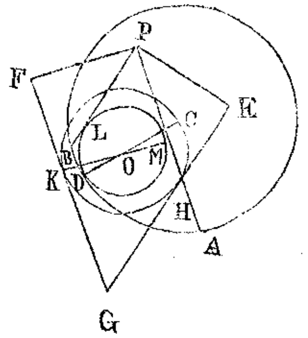
PA PB中へ、PE PFの各を、定圏の半徑に等く[illegible]、EG FGを、PF
PEと、平行に引き、Cを通して、K及Hに於て、EG FGへ觸
る所の、CHKの圏を画き「前の第六の問題據る」中心Oを
通し、Dに於て、定圏へ會する、直線CODを引き、Oを中心
とし、ODを半徑となして画くDLQは、求むる所の圏なる
可し

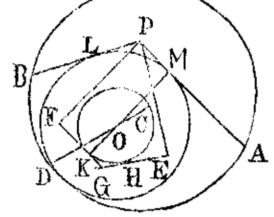


(證)OL OQは、BP APへ垂線なり、ADB CHK二
圏の半徑の差を、ODと等く組立た
るに因て、DLQの圏は、PA PBとADBの弧
へ、觸る事明なり

右は泰西紀元一千八百四十六年、英國倫頓府に於て、出板「ユークリット」幾何學書、百三十一葉に載る所の圖解にして敢て之を補正せず、然れども右圖解に據る時は、APBの角、直角にあらざれは、適當せず、又題意に據る時は、APBの角は直角に限らざる也、若之を補正せざれば、初學の童子、誤謬を生せんを恐る、故に愚意を加へて、更に圖解を改る事、左の如し、

(七十七)に因り、直線PAへ直角に、PFを引、又直線PBへ直角に、PEを引き、而して PE PF の各を、ADBの圏の半徑と等からしめ、PE PF へ直角に、EG FG を引て、G點に於て會せしめ





「前の問題に因て」中心C と、EG FG の二線へ、H K の點に於て觸る所の、CKH の圏を畫き、ADB CKH 二圏の中心、C O を結び、是を引延し、D 點に於て、ADB の弧へ會せしめ、O を中心となして、OD 乃半徑を以て、DLM の圏を畫く時は、D 點におゐて ADB の圏へ觸き、L M の點に於て、PA PB の二線へ觸る、即求むる所の圏を畫き得るなり、

KO を結び、是をMへ引延も

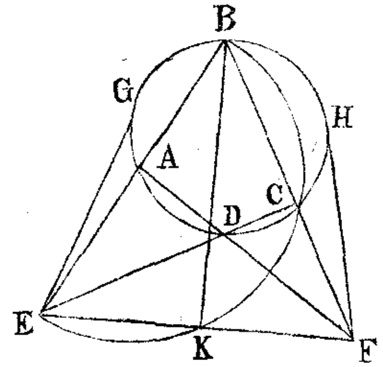
(證)(3.78)ニ因りて、OKFの角ハ直角なり、且KFPの角ハ、直角ニ組立たるを以て、(7.28)ニ因りて、KMハ、FPと平行モ、是以てKFPMハ、平行辺形なり、其相對する角、并辺、互ニ等きハ(7.34)ニ詳なり、是故ニKFPMハ、矩形なりして、KMハ、FPと等く、而してFPハ、ADBの圏の半径と、等くなりしある故ニ、又KMハ、CDと等きを知る、其等き各より、互ニ等き、OK OCを取り、殘りOMハ、殘りODと等く、即DLMの圏乃半径なり、且OMPの角ハ、直角なるを以て、(3.75)(系證)ニ因りて、PAハ、DLMの圏へ觸るなり、同理ニ因て、PBも、同し圏へ觸る屢し、又(3.77)ニ因れハ、ADB DLMの二圏、互ニ内部ニ於て觸る時ハ、其中心を結ぶ直線を、伸る時ハ、觸点を通モ、即Dニ於て觸る事明なり

第八　若圏内なる四辺圏の、相對する辺各を引延し、互ニ會せしめ、其會する二点より、圏へ二個の觸線を引時ハ、其觸線、各の上乃方の和ハ、會する二点を連る所の、直線上の方ニ、等き者なり

ABCDハ、圏内の四辺圏なり、其二辺BA CDを引延し、Eニ於て會せしめ、又他の二辺AD BCを引延し、Fニおゐて會せしめ、E Fを結び、EG FHの二觸線を、圏ニ迚引、爰ニ於て、EG^2 FH^2の和ハ、EF^2と等しかる屢し

三角ECBの周圍へ、Kニ於てEFを切る所の圏を画き、BKを結ぶ

(證)(3.36)ニ因りて、EF FKの矩形ハ、BF FCの矩形と、等き所の



FH²と等し、今同し缺圏内の、EKB ECBの二角ハ、等きあり、(3.22)に因きを、DOB DAB乃二角の和を、二直角ニ等し、(1.13)に因きを、EKB FKBの二角を、二直角と等し、故又DAB FKBの二角ハ、互に等きあり、而して此二角ハ、一個の缺圏内に有事を得為し、即其缺圏の周を、BAKFの四点を通を事、一目して知る為し、故に(3.36)に因て、FE EKの矩形を、BE EAの矩形と等き所乃、EG²と等し、是以てEF FKの矩形と、FE EKの矩形の和へFH² EG²の和と等し、又(2.2)に因る時ハ、EF FKの矩形と、FE EKの矩形の和ハ、EF²と等し、故FH² EG²の和を、EF²と等しきを知る、(1)より(10)における如し、

$$EF.FK = BF.FC = FH^2 \quad (3.36) \qquad (1)$$
$$\angle EKB = \angle ECB \quad (3.21) \qquad (2)$$
$$\angle DCB + \angle DAB = 2R \quad (3.22) \qquad (3)$$
$$\angle EKB + \angle FKB = 2R \quad (1.13) \qquad (4)$$
$$\angle DCB + \angle DAB = \angle EKB + \angle FKB \qquad (5)$$
$$\angle DAB = \angle FKB \qquad (6)$$
$$FE.EK = BE.EA = EG^2 \quad (3.36) \qquad (7)$$
$$EF.FK + FE.EK = FH^2 + EG^2 \qquad (8)$$
$$EF.FK + FE.EK = EF^2 \quad (2.2) \qquad (9)$$
$$\therefore FH^2 + EG^2 = EF^2 \qquad (10)$$

第三卷例題

第一　二個の定点あり、今半徑を定めて、画く所の圏の周をして此二点を通過せしむるを求む、

第二　等き二圏、互に切合、其交点を通して、圏周に於て終る所の、平行なる、二直線を引時は、此平行二直線は、互に等かる可し

第三　二圏互に切合、其交点の一ッを通して、二圏の周に止る、直線を引き、且其交点を以て、此直線の中央に、あらしむる線を求む、

第四　PAQの弦の、A点に於て、圏の徑と切合、其角、直角の半なる時は、AP^2 AQ^2の和は、半徑上の方、二倍に等き事を、詳解すべし

第五　圏内に平行なる二弦あり、其長六寸、及び八寸にして、小弦は、大弦より、中心を距る事、一寸多し、因て圏の徑幾何寸を問

第六　圏内に於て、二弦互に切合時は、其二弦各の上の方及差は其分線の差、各の上の方の差と、等しかる可し、

第七　中心を共にせる、大小二圏を切所の、直線を画き、大圏の周間の線を、小圏の周間の線の二倍と為事を求む、

第八　二圏互に切合時は、其交点を通して引く直線

の最大なる者は、其中心を結ぶ直線に平行なり、
第九　既に畫ける、一圏一点あり、又其圏周に一点あり、今此二点を過して、圏へ觸る所の、圏を畫くを求む、
但其二点を結んで、圏へ觸線となる時は、圏を畫く能はず
第十　定圏と、定直線あり、今定圏の周中の定点と、定直線へ觸る所の、圏を畫くを求む、
第十一　圏外の或点より、二直線を畫き、此中間の角を、其点と圏の中心を通して引直線に因て、等く割時は、其二直線は、圏より等き弧形を切截し、
第十二　二圏内部に觸合、其外圏の周に終り、内圏の周へ觸る、諸直線中最大なる直線は、普通の觸線へ、平行なる者なり、
第十三　圏外の一點より引、二個の觸線は、互に等き事明なり、此理に因て、圏の周圍に畫く、四邊圖の相對する二邊の和は、互に等く、又圏の中心より、相對する二邊へ向ふ所の二角の和は、二直角に等き者なり、
第十四　圏の觸線の交点と、或徑の兩端を連ぬる、二直線は、中心へ向て、直角をなす者なり、
第十五　圏の徑を、或点へ引延し、其點より圏へ觸線を引、之をして徑と、等からしむるを求む、
第十六　定點を通して、定直線へ觸き、且他の定直線

と等き、半径を有せる所の、圏を画くを求む、

第十七　圏の中心、定直角三角の、周圍にありて、圏周直角点を通して、弦へ觸る所の、圏を畫くを求む、

第十八　圏の径中、或は径を引延せし中に、A点あり、O は圏の中心、BO は、径へ直角なる半径なり、若 AB なる直線、P に於て圏周を切、P へ接せる觸線に因て、AO を、C に於て切る時は、AC と CP の等き事を、詳解すべし、

第十九　半径を定め、中心を定直線中にあらしめ、他の定直線へ觸る所の、圏を画くを求む、

第二十、　定圏と、定直線中の定點へ、觸る所の圏を、画くを求む、

第二十一　定圏へ觸し、定直線へ會して、定角と、等き角をなせる所の、直線を引事を求む、

第二十二　定直線上へ、定りある、二個の半径を以て、互に觸合所の、二圏を畫くを求む、

第二十三　二圏互に觸合、其二圏の径、平行せる時は、其径の端を連る直線は、觸点を通を為し、

第二十四　等邊三角の頂角より、其周圍へ畫く、圏の周中なる、或点へ會を為く、引直線は、其底線を切か、或は切らざるに隨て、底の兩端より、其点へ引、二直線の和、或は差に等き者なり、

第二十五　AB AC は、圏内の二弦なり、DE は AB AC の弧を、

等分せる點あり、今DEに因て、AB ACを、F Gに於て切る
時は、AFは、AGと、等き事を顯すべし、

第二十六　ABCDは、平行辺形あり、其對角線BDへ、垂線CEを引、且AB ADの各辺に於る、B Dの各点より、相對せる辺へ引、垂線は、CEと、凡て一点に會せる事を、詳解すべし、

第二十七　二圏互に、A B点に於て切合、其一圏の中心、他の圏乃周中に有て、ACDの弦に因て、此二圏を切る時は、CDと、CBとは、相等きを、詳解すべし、

第二十八　圏の周中に於る、或二点より圏の觸線中の、一点へ二直線を引時は其觸線の、觸点へ引、二直線へ狭む角は、最大ある者あり、併二線若圏を切ざる時は、此例

にあらん、

第二十九　四邊圖の、角乃各綫、等分せる各直線を、伸る時は、互に切合べし、其四個の横切点を通して、圏を画き得る者あり、

第三十　ABCの圏乃半周と、ADCの圏乃四分周と、共に直線ACの一方に有て、而してB点より、BA. BDCの二直線を引時は、ABは、BDと等くして、AB BC何れもの、長き直線に因て、ADCの四分周を切事を、詳解すべし、

第三十一　若圏の弦と、他乃直線に因て等分し、其直線の両端より於て、圏へ觸る二線を引、此二觸線を切べて、弦を引伸る時は、其切合点と、周の間乃部分は、互に等きもの

なり

第三十二　等き二圏互に切合、其交点の一ッを通して、二圏を切直線を引、此直線は二圏普通の弦を、徑となしたる、圏周に因て、等分と成して、畫く事を求む、

第三十三　圏の或徑の両端より或弦へ二垂線を引、弦と垂線の切合点と、周の間なる、弦の部分は、互に等かるべし、又大なる垂線を、周に迄引延せし時は、其引延したる部分は、小なる垂線と、等き者なり、

第三十四　平行せざるは、二個の定直線へ觸しめんと欲する、圏の半徑を定め、其中心の位置を求む、

第三十五　定圏の徑を伸し、夫へ設る一点より、定圏へ

觸る、二直線を引、其觸合点に因て分つ、凹周を、凸周の二倍となさん事を求む、

第三十六　若圏の或る弧の一端より、引なる徑へ此弧を等分なる点より、垂線を下せし時は、其等分の点と、徑の他の端を連ぬる、直線に因て切なる、弦の一分隻を、等分すべし、

第三十七　二個の等き圏周、互に其中心、A Bを通して切合、此ABへ平行なる、普通の弦CEFDを引時は、ACEB AFDBの圖の各は、平行辺形なる事を、詳解すべし、

第三十八　ABCは、圏内に畫きし三角なり、徑DEFは、Eに於て、BCを直角に切時は、B角とC角の差はAFD角の二倍也

第三十九　ACB ADBは一直線ABの一方に於る、等き圈の弧形なり、此二弧を切る所の弦、BCDを引時は、ACとADの等き事を、詳解すべし

第四十　圈内の二弦、互に切合時は、此二弦へ狭む角は、其切合点、圈内に有り、或は圈外に有るに従て、二弦の間なる弧の和、或は差に因て廣かる中心に於る角の半なるに等し、又二弦直角に切合時は、相對する弧の和は、圈の半周なるを、詳解すべし、

第四十一　三角ABCの、角点各より、相對する辺へ、垂線Aa Bb Ccを下す時は、此垂線を以て、abcの三角形の、角の各を、等分すべし、

第四十二　若圈の半径を、径となして、圈を畫き、其二圈の觸点より、大圈の周へ引、諸直線、凡て小圈の周に因て、等分となるべし、

第四十三　或三角の各邊を径となして、畫く圈の各は、三角の各邊上、或は辺を引延しある上にありて、切合べし、

第四十四　引伸る能はざる、直線の一端より夫へ垂線を引事を求む、

第四十五　圈の半径を、径となして、圈を畫き、他の二條の半径を以て、此圈を切時は、其切ある点の間なる弦は、二條の半径の内、一ッの一端より、殘る半径へ引垂線

と、等き者なり、

第四十六　二圏相觸る点を通して、二直線を引時ハ、此二直線の間の弦ハ、互に平行を爲し、

第四十七　象限の辺上へ、半圏を畫き、且象限の弧中なる、或一点へ、半徑を引時ハ、半徑の一分隻、即象限と、半圏の間の線ハ、前乃一点より、普通の觸線へ引、垂線に等き者なり、

第四十八　底線頂角、及他の二辺の和を定めて、三角を画くを求む、

第四十九　直角三角の積と、弦とを定めて、三角を画くを求む、

第五十　底線、頂角、及高を定めて三角を画くを求む、

第五十一　二圏互に切合、其交点の一ッを通し、二圏を切て引、直線をして、定直線と等からしむる事を求む、

第五十二　三角の各辺乃端より三角の内へ三直線を引て、一点に會せしめ、此點に有する角を、互に等からしむるを求む、

第五十三　ABハ圏の徑なり、CDハABへ垂直なる弦なり、若CD中なる、或点Pを通して、直線APQを引時ハ、CD中、P点何にあるも、APAQの矩形の積、變する事なし、

第五十四　積一角、及他の一角より、相對する辺を、等分する所の、直線を定めて、三角を畫くを求む、

第五十五　定直線へ觸し且定直線の一方にある二個の定点を通る圏を畫く事を求む、

第五十六　定直線中に於る定点と他の定点へ觸る圏を畫くを求む、

第五十七　定圏と其圏内か或は圏外にある二個の定点へ觸る圏を画く事を求む、

第五十八　二個の定直線と定圏へ觸る圏を画く事を求む、

第五十九　二等邊三角の底角と此角より相對する辺上への垂線を定めて三角を畫くを求む、

第六十　頂角と此角を挾む二辺の差及頂角より引たる垂線に因て底線を分つ其分線の差を定めて三角を画く事を求む、

幾何學原礎巻之三終

書肆

東京芝神明前　和泉屋市兵衛
同　大傳馬町三丁目　袋屋亀次郎
西京寺町四条上ル　田中治兵衛
大坂心齋橋南壹丁目　敦賀屋九兵衛
同所　秋田屋市兵衛
静岡江川町　浪花屋市藏
發兌