

代數學教授書 第三

目 概

算術 第 二 號

門 學 部

數 學

漢 法

項 次

冊

第 一 號

4 1 9 1

0-49118

T1 A1
31
C 63

31

C 63

讀歧中修

代數學教授書第三

明治十二年
四月刻成
神港鳩居堂發兌

代數學教授書卷之三

讀歧

中條澄清

譯述

第十節

約法

(八十七) 某數量ノ約法。其數量ヲ殘リナク除キ得ル法即チ其商ニ分數ヲ有タサルモノヲ得ル時ノ法ヲ云フ

○(七十二)ノ(1)例(七十五)ノ(1)例(七十六)ノ(1)(2)等ノ諸例ニオイトテ其法ハ其實ノ約法ニ(七十六)ノ(1)例(七十六)ノ諸例ニオイトテ其法ハ其實ノ約法ニテ云フ

(八十八) 除算第一格即チ單項式ヲ以テ單項式ヲ除クニ云フ

ニ述ル三款ノ一ヲ知ル時ハ(七十四)ノ除算法則ニ依テ
其法ハ其實ノ約法ニアラス

第一 法ノ數係數實ノ數係數ノ約法ナラサル時

第二 法ノ字乘數ノ指數實ノ同乘數ノ指數ヨリ較
大ナル時

第三 實ニ法ノ某字乘數ヲ有タサル時

除算第二格即チ單項式ヲ以テ多項式ヲ除クニ其法ト
實ノ各項トヲ照シテ右ノ一款ヲ知レハ其法ハ其實ノ
約法ナラサルヲ自ラ顯カナリ

(八十九)除算第三格即チ多項式ヲ以テ多項式ヲ除クニ次
ニ述ル三款ノ一ヲ知ル時ハ(七十六)ノ除算法則ニ依テ

其法ハ其實ノ約法ニアラス

第一 諸文字中ノ一字ニ關係シテ列シタル法ノ第

一項同文字ニ關係シテ列シタル實ノ第一項
ノ約法ナラサル時

第二 法ノ第一項ヲ有タサル殘リヲ得ル時

(問)約法ハ如何○(八十八)ノ第一款ハ如何○全第二ハ○
全第三ハ○各其理ヲ述ヘヨ○(八十九)ノ第一款ハ如
何○全第二ハ○各其理ヲ述ヘヨ

(九十)實ハ二數ノ同乘積ハ代數和ニノ法ハ其二數ノ代數
和トル其法ハ實ノ約法ナルト否ハ左ノ諸式ニ依テ
容易ク決定スルヲ得ベシ

第一 法實俱ニ差ナル者

$$\begin{aligned}
 & \frac{a-b}{a-b} = 1 \\
 & \frac{a^2-b^2}{a-b} = a+b \\
 & \frac{a^3-b^3}{a-b} = a^2+ab+b^2 \\
 & \frac{a^4-b^4}{a-b} = a^3+a^2b+ab^2+b^3 \\
 & \frac{a^5-b^5}{a-b} = a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4 \\
 & \quad \quad \quad \text{等}
 \end{aligned}$$

第二 法ハ扣實
ハ差ニ
ノ其指數
ハ偶數
ナル者

$$\begin{aligned}
 & \frac{a^2-b^2}{a+b} = a-b \\
 & \frac{a^4-b^4}{a+b} = a^3-a^2b+ab^2-b^3 \\
 & \frac{a^6-b^6}{a+b} = a^5-a^4b+ab^2-a^2b^3+ab^4-b^5 \\
 & \frac{a^8-b^8}{a+b} = a^7-a^6b+a^5b^2-a^4b^3+a^3b^4 \\
 & \quad \quad \quad -a^2b^5+ab^6-b^7 \\
 & \quad \quad \quad \text{等}
 \end{aligned}$$

第三 法實俱二

和ニノ實ノ指數

奇數ナル者

$$\frac{a+b}{a+b} = 1$$

$$\frac{a^3+b^3}{a+b} = a^2 - ab + b^2$$

$$\textcircled{3} \left\{ \frac{a^5+b^5}{a+b} = a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 \right.$$

$$\frac{a^7+b^7}{a+b} = a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4$$

$$- ab^5 + b^6$$

等

右諸例ノ法ハ實ノ約法ナル理由ヲ一般ニ解説スレハ
 高尚ニ涉ルヲ以テ爰ニ解明セス然レモ除算ヲ以テ諸
 例ノ試ルルハ自ラ正當ナルヲ了解スヘシ
 此公法ヲ示セハ次ノ如シ

ルヲ整数トスレハ $a - b$ ヲ以テ $a^n - b^n$ ヲ除キ得ヘシ

ルヲ偶數ノ整数トスレハ $a + b$ ヲ以テ $a^n - b^n$ ヲ除キ得ヘシ

ルヲ奇數ノ整数トスレハ $a + b$ ヲ以テ $a^n + b^n$ ヲ除キ得ヘシ

此三法ハ前ノ(1)(2)(3)ヲ順次ニ照考スレハ明瞭ナルヲ

以テ爰ニ〔法〕ヲ述ヘス學者此三公法ト前諸例ノ形象ヲ
記念スヘシ

尚ホ左ノ一法ヲ示ス

ルヲ偶數ノ整數トスレハ決テ $a+b$ 或ハ $a-b$ ヲ以テ a^2+b^2 ヲ除

キ能ハサルナリ

此理由モ高尚ナレハ爰ニ解明セス學者須ク

$$\frac{a^2+b^2}{a+b} = \frac{a^2+b^2}{a+b}$$

等ニ除算ヲ施シテ真實ナルコトヲ了解スヘシ

レ

〔問〕公法第一ハ如何○全第二ハ○全第三ハ○全第四ハ

〔答〕一學者右各法ニ於テ最モ單一ナル形象ノ者ニ注意
スレハ此法ノ記念スルノ補助トナルヘシ

例ハ $a+b$ 或ハ $a-b$ ヲ以テ a^2-b^2 ヲ除キ得ルヤ否ヲ決定セシ

ト欲スレハ○ハ奇數ノ整數ナルユヘ $a-b$ ノ種類ノ最モ

單一ナル者 $a-b$ ナリ然テ $a-b$ ヲ以テ除キ得ル者ニ $a+b$

ヲ以テ除キ能ハス故ニ $a-b^2$ ハ $a-b$ ヲ以テ除キ得ル者ニ

$a+b$ ヲ以テ除キ能ハス

又 a^2-b^2 ハ偶數ハ整數ナルニハ此種類ノ單一ナル者

a^2-b^2 ハナリ然テ a^2-b^2 ハ(七十七)ニ依テナルニハ此各乘數

ヲ以テ除キ得ヘシ故ニ a^2-b^2 ハト b 或 $a-b$ ヲ以テ除得ヘシ

(九十二)前ノ九十欸ニ示ス法ハ代數運算中最モ有益ノ者トレハ學者務メテ前欸ノ解説ノ記憶スハシヨク約法ヲ

看出シ之ヲ除キタル商ヲ心算シテ求ムルキハ代數除算ヲ簡短ニ為シ其有益最モ甚シ

例 a^2-b^2 ハ前説ニ依テ $a-b$ ヲ以テ除キ得ヘシ故ニ(九十)ノ

(1)ノ形象ニ依テ次ノ如ク心算ニテ其商ヲ求得ヘシ

$$a^2 + a^2b + a^2b^2 + a^2b^3 + a^2b^4 + a^2b^5 + a^2b^6 + a^2b^7 + a^2b^8 + a^2b^9 + a^2b^{10}$$

又 a^2-b^2 ハ前説ニ依テ $a+b$ 或 $a-b$ ヲ以テ除キ得ヘシ故ニ其

第一ノ商ハ(九十)ノ(2)ノ形象ニ依テ次ノ如シ

$$a^2 - a^2b + a^2b^2 - a^2b^3 + a^2b^4 - a^2b^5 + a^2b^6 - a^2b^7 + a^2b^8 - a^2b^9 + a^2b^{10}$$

第二ノ商ハ(九十)ノ(1)ノ形象ニ依テ次ノ如シ

$$x^7 + x^6y + x^5y^2 + x^4y^3 + x^3y^4 + x^2y^5 + xy^6 + y^7$$

又
前解ニ依リ

以テ除キ得ルキヲ知ル故ニ其

商ハ(元十)ノ(8)ノ形象ニ依テ次ノ如シ

$$x^{12} - x^{11}y + x^{10}y^2 - x^9y^3 + x^8y^4 - x^7y^5 + x^6y^6 - x^5y^7 + x^4y^8 - x^3y^9 + x^2y^{10} - xy^{11} + y^{12}$$

問題第卅一

(1) $x^6 - y^6 = (x - y)(x^5 + x^4y + x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4 + y^5)$ 以テ除キ得ルヤ且ソ

(2) 此約法ヲ以テ除キタル商ヲ心算ニテ記セ
 $x^{10} - y^{10} = (x - y)(x^9 + x^8y + x^7y^2 + x^6y^3 + x^5y^4 + x^4y^5 + x^3y^6 + x^2y^7 + xy^8 + y^9)$
 此約法ヲ以テ除キタル商ヲ心算ニテ記セ

此二題ノ如ク次ノ諸題ヲ答フヘシ

(10) $a^4 + b^4$ (13) $a^8 + b^8$

(11) $a^{10} - b^{10}$ (4) $a^2 - z^2$

(12) $G'' + H''$ (5) $a^2 - b^2$

(13) $a^6 + 1$ (6) $A^7 + B^7$

(14) $1 - x^9$ (7) $1 - a^7$

(15) $x^9 + y^{15}$ (8) $p^9 - 1$

(16) $E^7 + 1$ (9) $C^7 + D^7$

第十一節

自約

九十三。自約。ハ其數量ヲ成ス諸乘數ヲ看出スル者ヲ云フ
 代數學ノ數量モ算數學ノ如ク檢查ヲ以テ自約スル者
 ナリ然テ自約ニ熟達スレハ演算ヲ最モ簡約ニ為シ其
 裨益少カラサレハ學者須ク下説ヲ研窮スベシ

九十四。例

$$12a^2b^3x^4y$$

ハ自約スレハ左式ノ如ク先ツ係數ヲ自約

シ順次ニ字乘數ヲ自約スヘシ

式算

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$a^2 = a \times a$$

$$b^3 = b \times b \times b$$

$$x^4 = x \times x \times x \times x$$

$$y = y$$

$$2 \times 2 \times 3 a a b b x x x y$$

此運算ハ法ヲ述ヘス學者宜ク
 此算式ト解説ニ依テ次ノ諸題
 ヲ自約スベシ

問題第卅二

- (1) $6a^2b^3$ ヲ自約セヨ
- (2) $10x^4y^2z^5$ ヲ自約セヨ
- (3) $2^3a^2b^3c^4d^5$ ヲ自約セヨ
- (4) $75m^4x^3y^2z^5$ ヲ自約セヨ

$$(4) \quad 8x^2y + 4xy^5$$

$$(5) \quad 9a^2b^3 - 8a^3b^4$$

$$(4) \quad 8x^2z^5 + 7z^8$$

$$5) \quad a^2b^3x + a^3b^2x^3 - ab^3x^5$$

$$6) \quad 8mn^3n^4 - 8mnn + 6n^2n^3$$

$$7) \quad 14x^3y^8 - 7x^3yz + 91$$

$$8) \quad 5AB^3 + 10AB - 8A^2B^3$$

$$9) \quad 6x^2y^4 + 27ax^3y^3 - 15x^4y^3$$

$$10) \quad 8a^3b^2x^4 - 4ax^3 + 6a^2x^3 - 10ax^3$$

$$(1) \quad ax + ay$$

$$(2) \quad bm + cm$$

$$(3) \quad 2x^2 - 4xy$$

問題第卅三

此還算「法」ヲ述ヘス學者前例ニ依テ次ノ諸題ヲ自約
スハシニ以下之

$$\text{又} \quad 3a^2x^3 - 6ax^5 + 9a^2x^4$$

$$3ax^3$$

ノ通乘數アルニハ自約スレハ

$$3ax^3(a - 2x^2 + 3ax)$$

ナリ

標ヲ用テ括レハナリ

$$\text{例ハ} \quad ab + 3acd$$

ハaノ通乘數(即チ各項ニ共有スル乘數)ニハ括

ハ次ノ如シ

九十五) 單項ト多項ノ乘數ニ自約シ得ル者ノ例ヲ示セ

九十六乗算公積ニ依テ容易ニ自約スルヲ得ヘキ數量アリ
今順次ニ解説スヘシ

七十七第一式ニ依テ

$$(a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

又

$$(2x+3y)(2x+3y) = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

ナルユヘ

$$(2x+3y)(2x+3y) = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

ヲ自約スレハ

$$(2x+3y)(2x+3y)$$

全第二式ニ依テ

$$(a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

故

$$(a-b)(a-b)$$

ナルユヘ

$$25x^2 - 10xz + z^2$$

$$(5x-z)(5x-z)$$

ヲ

全第三式ニ依テ

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

故

$$(a+b)(a-b)$$

$$(2x^2-3y^2)(2x^2-3y^2)$$

$$(5x-z)(5x-z) = 25x^2 - 10xz + z^2$$

ナルニハ
ヲ自約スルハ
ナリ

$$(x^2 - y^2)$$

$$(x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$$

前款ト右例ニ依テ
ヲ自約スルハ左ノ如シ

$$x^6y^2 - y^6x^2 = x^4y^2(x^2 - y^2) = x^4y^2(x - y)(x + y)$$

$$= x^4y^2(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$= x^4y^2(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$$

$$= x^4y^2(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x - y)(x + y)$$

$$= x^4y^2(x - y)^2(x + y)^2(x^2 + y^2)$$

此諸例ニ倣ヒ左ノ諸題ヲ答フヘシ

問題第川四

6) $4m^2 - 4m + 1$

7) $x^2 - 4x^2$

8) $25m^2 - 1$

9) $x^2 - 2x^2 + 2^2$

10) $a^2 - 2ab^2$

11) $a^2c^2 - 2ac + 1$

12) $9x^4 + 12x^2y^2 + 4y^4$

13) $x^4y^4 - 2x^2y^2z^2 + z^4$

14) $x^2 - y^2$

(15) $81a^2c^2 - 9b^2c^2$

16) $36x^4 - 24x^2y^2 + 4y^4$

17) $1 - 81x^4$

(18) $16 - x^2y^2$

19) $4x^6 - 4x^3z^3 + z^6$

1) $a^2 + 2ad + d^2$

2) $x^2 - 2xy + y^2$

3) $z^2 - 2z + 1$

4) $x^2 - y^2$

5) $4a^2 - 9b^2$

(九十七)

(七十一) 第一式ニ依テ
ヲ自約スレハ
ナリ

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)(a+b)(a+b)$$

全第二式ニ依テ
ヲ自約スレハ
ナリ

$$x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 - y^2)(x^2 - y^2)$$

$$19) \frac{1}{9} + 2y + 4y^2$$

$$20) 16x^4 - 8x^2y^2 + y^4$$

$$21) m^6 - 1 \quad (22) x^{32} - y^{32}$$

$$23) x^{3n} - 2x^ny + y^3$$

$$24) a^{2n}b^{2n} + 4a^nb^nx^n + 4x^{2n}$$

$$25) x^{4m} - y^{4n} \quad (26) (x+y)^2 - 1$$

$$27) a^2 - b^2 + 2bc - c^2$$

$$28) x^4 - 9x^2y^2 - 6xy^3 - 8^4$$

$$29) x^4 + x^2y^2 + \frac{1}{4}y^4$$

$$30) 1 - 4a^{2n} - 4a^nb^4x^3 - 4b^6x^6$$

$$31) x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 - x^6 + 2x^3y^3 - y^6$$

$$32) m^6 - 2n^6 + 1 - n^2 + 3nm^2 - m^4$$

仁東書才三六三

全第三式ニ依テ
 $a^3 + b^3$
 ヲ自約スレハ
 $(a^3 - ab + b^3)(a + b)$
 ナリ

全第四式ト(七)ト、第四式ニ依テ
 $x^{12} - y^{12}$
 ヲ自約スレハ左、
 如シ

$$\begin{aligned} & x^{12} - y^{12} = (x^4 - y^4)(x^8 + x^4y^4 + y^8) \\ & = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4) \\ & = (x - y)(x + y)(x - y)(x + y)(x^2 + x^2y^2 + y^2) \\ & = (x - y)^2(x + y)^2(x^2 + x^2y^2 + y^2) \end{aligned}$$

右諸例ニ準ヒ次ノ諸題ヲ自約スヘシ

問題第卅五

1) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

2) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

3) $x^3 + y^3$ (4) $c^3 - d^3$

5) $1 - 3x + 3x^2 - x^3$

6) $a^2b^3 + a^3$

7) $a^5b + 3a^4b^2 + 3a^3b^3 + a^2b^4$

8) $8a^3 - c^3$ (9) $1 + 64x^3$

10) $x^7y^4 - 64xy^4$

11) $27x^3 - 135x^2 + 225x - 125$

12) $x^6 - y^6$ (13) $m^6n^6 - n^6$

14) $a^6b^6 - 3a^4b^4xy^2 + 3a^2b^2x^4y^4 - x^6y^6$

全
第
二
式
=
依
テ

$$x^2 - 9x + 20$$

$$= x^2 + (-5-4)x - 5 \times -4$$

$$= (x-5)(x-4)$$

ナ
ル
エ
ハ

$$x^2 - 9x + 20$$

ヲ
自
約
ス
レ
ハ

$$(x-4)(x-5)$$

ナ

$$(x+5)(x+4)$$

ト
リ

(七
十
九)
、
第
一
式
=

依
テ

$$x^2 + 9x + 20$$

$$= x^2 + (5+4)x + 5 \times 4$$

$$= (x+5)(x+4)$$

ナ
ル
エ
ハ

$$x^2 + 9x + 20$$

ヲ
自
約
ス
レ

(九
十
八)

$$15) \frac{1}{8}x^3 + 1$$

$$(16) \frac{1}{27}y^3 - 729$$

$$17) x^{3m} + 3x^{2m} + 3x^m + 1$$

$$18) x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6$$

$$19) a^{3x} + b^{3x}$$

$$(20) x^9 - y^9$$

$$21) a^9 + 3a^6b^3 + 3a^3b^6 + b^9$$

$$22) x^{3m} - y^{3n}$$

$$(23) x^{12}y^6 - a^{12}b^6$$

$$24) x^6z^2 - 2x^3y^3z^2 + y^6z^2$$

$$25) a^9b^6 - 3a^7b^4 + 3a^5b^2 - a^3b^0$$

$$26) 4A^4B^2 + 4A^2B^4 - 8A^3B^3$$

$$27) x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 + z^3$$

$$28) x^4y + 3x^3y^2 + 3x^2y^3 + 3xy^4$$

全第三式ニ依テ

$$(y + \delta)(y - \frac{1}{4})$$

$$y^2 + \frac{19y}{4} - \frac{\delta}{4}$$

$$= y^2 + (\frac{20}{4} - \frac{1}{4})y - \frac{1}{4} \times \delta$$

$$= (y + \delta)(y - \frac{1}{4})$$

ナルニハ

$$y^2 + \frac{19y}{4} - \frac{\delta}{4}$$

ヲ自約スレ

全第四式ニ依テ

$$(a - 9b)(a + 8b)$$

$$a^2 - ab - 72b^2$$

$$= a^2 + (8 - 9)ab - 9 \times 8b^2$$

$$= (a - 9b)(a + 8b)$$

ナルニハ

$$a^2 - ab - 72b^2$$

ヲ自約スレ

此諸例ニ準ヒ左ノ諸題ヲ自約スヘシ

$$1) \quad x^2 + 6x + 9$$

$$2) \quad x^2 - 13x + 40$$

$$3) \quad x^2 + x - 20$$

$$4) \quad x^2 - x - 20$$

$$5) \quad x^4 + 10x^3 + 9x^2$$

$$6) \quad a^2 + 9ab + 20b^2$$

$$7) \quad x^2 - 13xy + 42y^2$$

$$8) \quad x^2 - \frac{23x}{3} + \frac{14}{3}$$

$$9) \quad x^2 - \frac{37x}{5} - \frac{24}{5}$$

$$10) \quad 27 + 12x + x^2$$

$$11) \quad x^2 + (z-y)x - yz$$

$$12) \quad a^2 - (a+b)m + m^2$$

$$13) \quad a^2 - (b^2 - c^2)a^2 - b^2c^2$$

$$14) \quad x^4y^2 + (z^2 + y^2)y^2x^2 + y^4z^2$$

$$15) \quad a^6b^6 + (1-x^3)a^3b^3 - x^6$$

$$16) \quad 256 - 16x^2y^2(x^2 + y^2) + x^6y^6$$

$$17) \quad x^6y^6 - \left(\frac{7}{8} - y^3\right)x^3y^3 - \frac{7}{8}y^6$$

$$18) \quad (x+y)^2 - 11z(x+y) + 30z^2$$

$$19) \quad a^2 + 2ab + b^2 + (c+a)(a+b) + cd$$

$$20) \quad a^4y^4 + \frac{7}{2}a^2y^2 - \frac{7}{2}$$

$$21) \quad (a+b)^2 - 17(a+b)x + 72x^2$$

$$22) \quad (a^2 - b^2)^3 + 2b(a^2 - b^2) - (a^2 - b^2)$$

十九前ノ諸款ハ皆一定ノ法ヲ以テ自約ヲ為シ得ル者
ノミヲ示セリ今直ニ前諸法ヲ旋シ能ハサル者或ハ各
種ノ方法ヲ以テ自約スルトモ同一ノ答ヲ得ル者等ノ
數例ヲ解説スヘシ

$$(7) \quad a^3 + 4a^3x^2 - 8bx$$

$$a^3(1 + 4x^2) - 8bx$$

ヲ自約スルニ通乘數ナキユヘ先ツ此ノ第一第二
兩項ノ通乘數 a^3 ニ着目シテ(九十五)ニ依テ自約ス
ル
得ル或ハ第二第三兩項ノ通
乘數 $4x$ ニ着目シテ自約スレハ

$$a^3 + 4x(a^3x - 2b)$$

$$(2) \quad ax^3 + ay^3 + bx^3 + by^3$$

此第一第二兩項ノ通乘數 a ト第三第四
兩項ノ通乘數 b ニ着目シテ自約スレハ
其兩項

$$a(x^3 + y^3) + b(x^3 + y^3)$$

通乘數

$$x^3 + y^3$$

ナルニハ

$$(x^3 + y^3)(a + b)$$

即チ

$$(x - y)(x^2 - xy + y^2)(a + b)$$

ヲ得ル

或ハ第一第二

第三第四

兩項

ノ通乘數

第二ト第四ノ兩項ヲ一對ト爲シ x^3 ト y^3 ノ通乗數ニ着

目ノ自約スレハ

$$\begin{aligned} x^3(a+b) + y^3(a+b) &= \\ (x^3 + y^3)(a+b) &= \\ (x+y)(x^2 - xy + y^2)(a+b) \end{aligned}$$

ヲ得ル

二様ノ方法ヲ以テ自約シ (1) 例ハ答ノ形象ニ様ヲ得タ
 ヲトモ此例ハ同一ノ形象ヲ得タリ
 尚二様ノ方法ヲ以テ自約シテ同一ノ答ヲ得ル一例ヲ
 示ス

$$x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 \quad (8)$$

ヲ先
 取ツ
 テ順次ニ
 自約スレハ二項宛

$$\begin{aligned} x^2(x-y) + y^2(x-y) &= \\ -(x-y)(x^2 + y^2) \end{aligned}$$

ヲ得ル或ハ第一ト第四
 第二ト第三ノ兩項ツ

ヲ自約スレハ

$$\begin{aligned} (x^3 - y^3) - xy(x-y) &= \\ -(x-y)(x^2 + xy + y^2) - xy(x-y) &= \\ -(x-y)(x^2 + xy + y^2 - xy) &= \\ -(x-y)(x^2 + y^2) \end{aligned}$$

ヲ得ル

$$(4) \quad x^4 - y^4$$

ヲ兩乘數ニ自約セント欲スレハ(九十六)ニ依テ
ナリ然テ法ト商ノ積ハ實ニ等シキ者ニハ(九十八)ノ
(1) $(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$

ト(2)ニ依テ自約スレハ
或ハナルヲ顯カナリ

$$(x-y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)$$

$$(x+y)(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)$$

此例ハ兩乘數ニ自約スルヲ要スルニハ答ノ形象第一
一ハ各々二項式第二第三ハ何レモ二項式ト多項式ノ
兩乘數トトテ此數量ヲ三個ノ乘數ニ自約スレハ此
何レノ方法ヲ用キトモ同シ形象ノ答ヲ得ヘシ左圖ノ
如シ

答第一ノ左乘數
ヲ自約スレハ

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$$

$$= (x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$$

全第二ノ右乘數
ヲ自約スレハ

$$(x-y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)$$

$$= (x-y)\{x^2(x+y) + y^2(x+y)\}$$

$$= (x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$$

(3) 前
例

ニ依テ答第三ノ右乘數ヲ自約スレハ何レモ同一ノ形
象ニノ三個ノ乘數ナルヘン

問題第卅七

- (1) $3x^2 - ax + by$ ヲ二項式ノ者ト爲シ其一項ヲ單項ト
二項ノ相乘ナラヌムヘシ
- (2) $a^2x - a.x.x^2 + y^2x^2$ ヲ前題ノ如クスヘシ
- (3) $mx^2 + 3m^2x + a.x^2 + 3a^2x$ ヲ二項式ノ者ト爲シ各項
ヲ單項ト二項ノ相乘ニスヘシ
- (4) $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$ ヲ二項ノ者ト爲シ其一項ヲ單項
ト多項ノ相乘ニスヘシ
- (5) $x^3 + y^3$ ヲ兩乘數ニ自約スヘシ

- (6) $x^6y^2 - x^3y^3 + x^2y^4 + xy^5$ ヲ各二項式ノ兩乘數ニ自
約スヘシ

- (7) $ax^2 - by^2 + ay^2 - bax^2$ ヲ各々二項式ナル三個ノ乘
數ニ自約セヨ

- (8) $x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 - y^5$ ヲ二項式ト多項式ノ
兩乘數ニ自約セヨ

- (9) $x^9 - x^8y + x^7y^2 + x^6y^3 + x^5y^4 + x^4y^5 + x^3y^6 + x^2y^7$
 $+ xy^8 - y^9$ ヲ二項式ト多項式ノ兩乘數ニ自約スヘシ

- (10) $a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$ ヲ二個ノ乘乘數ニ自
約スヘシ

(百) 差ニ自約ヲ用テ代數式ノ兩邊相シキヲ證スル數
例ヲ示スヘシ

(7)

$$(x \ y \ (y-z)(z-x) - x^2(z-y) + y^2(x-z) + z^2(y-x))$$

乘此セシキノ兩邊相
ス左邊ヲ先ツ證等
シニ先ツ證等

$$zxy - zy^2 - xz^2 + yz^2 - x^2y + xy^2 + x^2z - xyz$$

ハス置項此
レ換ヲ諸

$$x^2z - x^2y + xy^2 - zy^2 + yz^2 - xz^2$$

括項ニ順
ハヲシニ次

$$x^2(z-y) + y^2(x-z) + z^2(y-x)$$

トノ本故
シゴ式ニ

右ハ題シタル式ノ左邊ヲ化シテ證ヲ求メタルト右邊ヲ化スルモ其證ヲ得ヘシ今次ニ其例ヲ示ス

原式
右邊ノ
邊ノ
位ノ
求ハ
ハ

$$x^2z - x^2y + xy^2 - zy^2 + yz^2 - xz^2$$

公理第五ニ依
テ此式ニ同數
量ヲ加減ス
ハ其值變セス
故ニ
スレハ
xyz
ヲ加減

$$xyz + x^2z - x^2y + xy^2 - zy^2 + yz^2 - xz^2 - xyz$$

此第二
項ヨリ
第六項
迄ヲ置
換スレ

$$zxy - zy^2 - xz^2 + yz^2 - x^2y + xy^2 + x^2z - xyz$$

順次
ニ
項
自
約

$$\begin{aligned} & (x^2y + y^2z - z^2x - xy + xz) \\ & = (x-y)\{z(y-z) - x(y-z)\} \\ & = (x-y)(y-z)(z-x) \end{aligned}$$

故ニ本式ノ如シ
右 x^2y / 如ク加減スル數量ヲ補數ト名ク然
テ補數ハ必ス其前ニ加減ノ兩号ヲ有ツ
此例ノ補數 x^2y / 看出シ又補數ヲ爲シ二項
決定スル者ニ素ヨリ一定ノ法則ニテ
ス唯學者ノ熟練ニ在ルノミ

ノ證ヒニ先ツ此左邊ノ積ヲ求ハ次ノ如シ
(2) $(x^2 + y^2)(z^2 + u^2) = (xz + yu)^2 + (xu - yz)^2$ / 相等

$$\begin{aligned} & x^2z^2 + y^2z^2 + x^2u^2 + y^2u^2 \\ & = x^2z^2 + y^2u^2 + x^2u^2 + y^2z^2 \end{aligned}$$

數ヲ爲セハ
此式ニ
 $2xyzu$
ノ補

$$x^2z^2 + 2xyzu + y^2u^2 + x^2u^2 - 2xyzu + y^2z^2$$

テ自約スレハ
(九十六)ニ依

$$(xz + yu)^2 + (xu - yz)^2$$

ノ如シ
故ニ本式

或ハ右邊ノ積ヲ求ムレハ

之ヲ二項ニ自約スル

故ニ本式ヲ如シ

$$x^2 z^2 + y^2 z^2 + x^2 u^2 + y^2 u^2$$

$$x^2(z^2 + u^2) + y^2(z^2 + u^2) = (x^2 + y^2)(z^2 + u^2)$$

(1) 例ノ運算ハ左邊ヲ化スレハ右邊ヲ化スルヨリ最モ簡易ニシテ(2) 例ハ右邊ヲ化スレハ左邊ヲ化スルヨリ較容易ナルヲ知スヘシ

(8)

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 2(y-z)(z-x) + 2(x-y)(y-z) + 2(x-y)(x-z)$$

此兩邊ノ證ト相等トシテ左邊ノ和ヲ求ム

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(y-z)^2 = y^2 - 2yz + z^2$$

$$(z-x)^2 = z^2 - 2xz + x^2$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2xz$$

此通數ヲ自約ス

$$2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz) \quad \text{①}$$

此標内ノ諸項ノ置換ス

$$z^2 - yz - xz + y^2 + x^2 - xy$$

最下式ノ
三項ノ係
數ハ

代數學教授書 卷之三

$$2(z-y)(z-x)$$

$$= 2z^2 - 2yz - 2xz + 2xy$$

$$2(y-x)(y-z)$$

$$= 2y^2 - 2xy - 2yz + 2xz$$

$$2(x-y)(x-z)$$

$$= 2x^2 - 2xy - 2xz + 2yz$$

$$2z^2 - 2yz - 2xz + 2xy + 2y^2$$

$$- 2xy - 2yz + 2xz + 2x^2$$

$$- 2xy - 2xz + 2yz$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2$$

$$+ z^2 - 2xz + x^2$$

九十六
三依
順次
三
括
ハ
次
如

或ハ右邊ノ和ヲ求ムレハ左ノ如シ

$$z^2 - yz - xz + xy + y^2 - xy - yz + xz$$

$$+ x^2 - xy - xz + yz$$

九十八
依テ順次
ニ四項ツ
ヲ括レハ

$$(z-y)(z-x) + (y-x)(y-z)$$

$$+ (x-y)(x-z)$$

式ニテ通
來數ルヲ自
約シタル故
之ヲ乘スレハ

$$2(z-y)(z-x) + 2(y-x)(y-z) + 2(x-y)(x-z)$$

故ニ
本題
如

此レニ
xz
ト
xz
ト
yz
ノ補數ヲ為セハ次ノ如シ

代數學教授書 卷之三

$$5) (x^2 - y^2 + z^2 - u^2)(x + y^2 - z^2 - u^2) \\ = (x^2 - u^2)^2 - (y^2 - z^2)^2.$$

$$6) (a-b)(b-c)(c-a) \\ = bc(c-b) + ca(a-c) + ab(b-a).$$

$$7) (b^2 - c^2)(2a^2 + b^2 + c^2) \\ = (a^2 + b^2)^2 - (a^2 + c^2)^2$$

$$8) (a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 \\ = 3(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$9) a^6 - b^6 =$$

$$(a^3 + 2a^2b + 3ab^2 + b^3)(a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3)$$

$$10) a^3(a-2b) + b^3(b-2a) = (a-b)^3(a+b)$$

$$11) a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$ 故に本題ノ如ク

此例ハ左邊ヨリ右邊ヲ化スルハ最ト簡易ナリ

右諸例ニ準ヒ次ノ諸題ノ相等ノ證ヲ求ムルニ必ス其

左邊ヲ化テ證スル者トス

問題第卅八

$$(1) (x^2 + y^2)^2 - 4xy^2 = (x^2 - y^2)^2$$

$$(2) 2x^2 - 2y^2 = \{(x-y)(x+y) + 2xy\}(x-y)$$

$$(3) (x+y+z)^2 + x^2 + y^2 + z^2 = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$$

$$(4) (x-y)^3 + y^3 - x^3 = 3xy(y-x)$$

第十二節

最大公約法

百二 二個或ハ二個以上ノ數量ノ公約法ハ其各數量ヲ殘リナク除キ得ル數量ヲ云フ

○公約法ハ即チ通乘數ト相等シ

百三 二個或ハ二個以上ノ數量ノ最大公約法ハ其諸數量ノ最大ナル公約法ヲ云フ

百三 代數學ノ最大公約法ヲ求ムルモ算數學ノ如ク三様ノ方法アリ其第一ハ自約ヲ用中ル者其第二ハ互除ヲ用キル者ナリ今次ニ其第二法ノ例ヲ示スヘシ然レ此法ノ原理ハ算數學ノ第一法ニテ數ト爰ニ代數數量ヲ

$$13) 2(x+y)^2 - 7(x+y)(a+b) + 3(a+b)^2$$

$$= (2x^2 + 2y^2 - a - b)(x + y - 3a - 3b)$$

$$14) 4(ab+cd)^2 - (a^2+b^2-c^2-d^2)^2$$

$$= (a+b+c-d)(a+b-c+d)$$

$$\times (a-b+c+d)(b+c+d-a)$$

$$14) a(a-2b)^3 - b(b-2a)^3 = (a-b)(a+b)^3$$

$$15) (a+b+c)(ab+bc+ca) - abc$$

$$= (a+b)(b+c)(c+a)$$

用ニテ運算スルトノ別アルノミナ目ハ學者算數學ノ
最大公約法第一法ト代數學ノ自約ノ理ニ明晰ナルハ
左ノ算式ハ解説ヲ待タスシテ顯カナルヘシ

$$\begin{aligned} (1) \text{ 設如ハ} \\ 3a^3b^4c \\ 24a^3b^5c^2d \\ 12a^4b^3c^5x \end{aligned}$$

ノ最大公約法ヲ求ムヘシ

此 算

$$3a^3b^4c = 3 \times a^3 \times b^4 \times c$$

$$24a^3b^5c^2d = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times a^3 \times b^5 \times c^2 \times d$$

$$12a^4b^3c^5x = 3 \times 2 \times 2 \times a^4 \times b^3 \times c^5 \times x$$

$$\therefore 3 \times a^3 \times b^3 \times c = 3a^3b^3c \quad \text{最大公約}$$

(2) 設如ハ

$$\begin{aligned} 5x^2(a-b) \\ 36xy(a^2-b^2) \\ 42x^2y(a^2-b^2) \end{aligned}$$

ノ最大公約法ヲ求ムヘシ

此 算

$$5x^2(a-b) = 2 \times 3 \times x^2 \times (a-b)$$

$$36xy(a^2-b^2) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times x \times y \times (a+b)(a-b)$$

$$42x^2y(a^2-b^2) = 2 \times 3 \times 7 \times x^2 \times y \times (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$\therefore 2 \times 3 \times x \times (a-b) = 6x(a-b) \quad \text{最大公約}$$

(3) 設如ハ

$$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$$

ノ最大公約法

ニ求ムヘシ

式 算

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 \\ &= x^3 + x^2y + x^2y + y^3 \\ &= x(x^2 + y) + y(x^2 + y) \\ &= (x^2 + y)(x + y) \\ & x^4 - y^4 \\ &= (x^2 + y)(x^2 - y) \\ & \therefore (x^2 + y) \end{aligned}$$

以上三例ハ學者ノ明了
トヲシメシメタメ有約ノ
運算ヲ詳記シタレドモ
可及的心算ヲ以テ簡易
ニ運算スヘシ且此法ハ
學者ノ了解スル処ナレ
ハ更ニ〔法〕ヲ述ス

此例ニ準ヒテ次ノ諸題ノ最大公約法ヲ求ムヘシ

〔問〕公約法ハ如何○最大公約法ハ如何○〔答〕算式ヲ詳

問題第卅九

- 1) $16a^2b^3x^4, 4a^5b^6x^8$
- 2) $12x^5y^2z^3, 18x^2y^4z$
- 3) $9a^4x^2, 27b^4x^3, 3x^2y$
- 4) $91a^4b^2x^3y^4, 26a^2b^3x^3y^5$
 $52a^3b^4x^5y^3, 39a^3b^4x^3y^4z$
- 5) $a^2 - b^2, a^3 - b^3$
- 6) $a^4 - b^4, (a + b)^2$
- 7) $4x(x + y), 6xy(x^2 + y^2)$
- 8) $x^2 - 2xy + y^2, x^3 - y^3$
- 9) $8(a^2 - b^2), 12(a + b)^2, 20(a + b)^3$
- 10) $6(x + 1)^3, 9(x^2 - 1), 27(x^3 + 1)$
- 11) $12(x^2 + y^2)^2, 8(x^4 - y^4), 4(x^5 - y^5)$

- 13) $x^2 + 8x + 15, x^2 + 9x + 20,$
 13) $x^2 - 9x + 14, x^2 - 11x + 28,$
 14) $a^3 + 8a^2b + 8ab^2 + b^3, a^6 - b^6,$
 $a^2x + 2abx + b^2x, a^3y^3 + b^3y^3,$
 15) $x^2 + 2x - 120, x^2 - 2x - 80,$
 16) $5a^2b^4(x^2 - x + 1), 10a^3b(x^6 - 1)$
 17) $x^3 - 10x^2 + 26x - 8,$
 $x^3 - 4x^2 + 28x - 12,$
 18) $2x^2 + 3x + 1, x^3 - x - 2,$
 19) $x^4 + x^2 - 6, x^4 - 8x^3 + 2,$
 $x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2,$

百四) 第二法ハ互除ヲ用テ最大公約法ヲ求ル者ニ此法

ハ學者其數學最大公約法第二法

其學教書ニ熟練ナ

レハ代數學ニ於テモ其法ノ根理ハ運算ハ明瞭ナルハ

然レバ更ニ代數ノ公式ヲ以テ根理ヲ詳説スヘシ

例ハA、Bヲ以テ二個ノ代數式ヲ頭シ其兩式何レモ

同シ文字ノ累乘積關係シテ列スル者トス然テBノ其

文字ノ最高乘積ハAノ其最高乘積ヨリ較小ナル者ト

ス

其ツBヲ法トシAヲ實トシ除算ヲ施シ得ル商ヲPト

シ其殘リヲCトス然テ此Cハ諸項ヲ結合スル者ニメ

Cヲ其單項ノ乘數トス故ニCハBノ中ニ有ナルナリ

次ニBヲ實Oヲ法トナシ得ル商ヲQトシ其残りヲDc
 ス然テ此Dハ諸項ヲ結合スル者ニシテ其單項ノ
 乘數トス故ニdハOノ中ニ有タサルナリ
 次ニOヲ實Dヲ法トシRノ商ヲ得テ残り無キ者トス
 レハDハ今求ナル最大公約法ナリ
 此運算ヲ記セハ左ノ如シ

$$\begin{array}{r}
 B) \quad A \quad (P \\
 \underline{PB} \\
 Oc \\
 C) \quad B \quad (Q \\
 \underline{QC} \\
 Dd \\
 D) \quad C \quad (R \\
 \underline{RD} \\
 0
 \end{array}$$

右式ニ依テ
 ナルヲ知ルヘシ

$$\begin{aligned}
 C &= RD \\
 B &= QC + Dd \\
 A &= PB + Oc
 \end{aligned}$$

是ヲ以テDハCノ約法ナルニヘDハQCノ約法ニシテ

尚テノ約法ナリ
 算術學最大公約
 法第二法第二理

$$QC + Dd$$

故ニDハBノ約法ニノ尚ホPBノ約法ナリ故ニDハ

$$PB + Oc$$

ノ約法即チAノ約法ナリ
 前全

故ニDハA及Bノ約法ナルエハABノ公約法トリ

AトBノ最大公約法ハ其AトBヲ殘リナク除キ得ル者ニハ尚ホ
 $A - PB$ 即チ Cc ヲ殘リナク除キ得ヘシ 其數學最大公約法

第二法 故ニ此最大公約法ハ QC 即チ Dd 及ヒ D ヲ殘リト
 第三法 故ニ此最大公約法ハ B 即チ Dd 及ヒ D ヲ殘リト

ノ除キ得ヘシ 故ニDハAトBノ最大公約法ナルハシ
 此根理ニ依テ次ニ其例ヲ示ス

(1) 設如ハ $a^3 - 5ab + 4b^3, a^3 - a^2b + 3ab^2 - 3b^3$ ノ

最大公約法ヲ求ムハシ

$$\begin{cases} A = a^3 - a^2b + 3ab^2 - 3b^3 \\ B = a^3 - 5ab + 4b^3 \end{cases}$$

$$a^3 - 5ab + 4b^3 - (a^3 - a^2b + 3ab^2 - 3b^3)(a + 4b) = P$$

$$a^3 - 5ab + 4b^3$$

$$4a^2b - ab^2 - 3b^3$$

$$4a^2b - 20ab^2 + 16b^3$$

$$19ab^2 - 19b^3 = Qc$$

然テ $19ab^2 - 19b^3 = 19b^2(a-b)$ ナリ 然テ前ノ公式

$$\begin{aligned} & \text{ニテ } a-b=0 \\ & 19b^2=c \\ & \text{ナルユハ } 19b^2 \text{ヲ以テ } A \text{ト } B \text{ヲ残リナク除キ能} \end{aligned}$$

ハサレナリ故ニ試ミニニ $a-b$ ヲ以テ B ヲ除ケハ次ノ如シ

$$c = (a-b) \cdot a^2 - 5ab + 4b^2 \quad (a-4b=0 \text{ 試ス})$$

$$a^2 - ab$$

$$-4ab + 4b^2$$

$$-4ab + 4b^2$$

0

是ニテハ求ムル最大公約法ナリ

右例ノ如ク運算スルニ A 或ハ B ノ一式ニ他ノ一式中

乗數ヲラサル一數ヲ乘スル時ハ便理ナルアリ斯

ク一數ヲ乘スルトモ其 A ト B ノ最大公約法ニ於テ更

ニ感動ナシ今其理ヲ解説スヘシ

例ハ D フ A ト B ノ最大公約法トスレハ除算ノ理ニ依

$$\begin{aligned} & \text{テ } A = pD \\ & B = qD \end{aligned}$$

ト為スヘシ然シテ nB フ B ニ乘スレハ

$$nB = nqD$$

公理然ノ D ハ尚ホ A ト nB ノ最大公約法ナルユヘ n

B ニ乗スルト之 D ニ於テ感動ナキヲ知ルノシ
今左ニ此一例ヲ示ス

$$(2) \text{ 設如ハ } 7a^2 - 23ab + 6b^2 + 5a^2 - 18ab + 11ab^2 -$$

$6b^2$ ノ最大公約法ヲ求ムヘシ

此題ニ於テ前例ノ如ク運算スルニ法ノ第一項ハ $7a^2$ 實
ノ第一項ハ $5a^2$ ナルユヘ第一ノ商ニ $5a$ ヲ得ヘシ此公
數ヲ避クル為メ前説ニ依テ法ノ第一ノ係數 7 ヲ實ニ
乗スルハ法ノ第一項ヲ以テ新實ノ第一項ヲ除キか數
ノ商ヲ得ス左ニ示ス算式ノ如シ

此 解

$$a^2 - 13a^2b + 11ab^2 - 6b^3$$

ノ第一項

ヲ

$$7a^2 - 23ab + 6b^2 + 5a^2 - 18ab + 11ab^2 - 6b^2$$

$$5a^2 - 113a^2b + 26ab^2$$

$$-11a^2b + 47ab^2 - 12b^3$$

ノ第一項

$$-77a^2b + 323ab^2 - 294b^3 (-11b)$$

$$-77a^2b + 323ab^2 - 66b^3$$

$$76ab^2 - 228b^3$$

$$\equiv 76b^2(a - 3b)$$

此残りノ乘數

$76b^2$

ハ法ト為ス可ラスノ前分式故ニ試ニ

$a-3b$ ヲ以テ除算スルハ次ノ如シ

$$a-3b) 7a^2-23ab+6b^2 (7a-2b$$

$$7a^2-21ab$$

$$-2ab+6b^2$$

$$-2ab+6b^2$$

0

故ニ $a-3b$ ハ求ムル最大公約法ナリ

若シ A 或ハ B ノ何レニテキ一式ノ諸項ニ通乘數アルハ始メニ之ヲ省キ然ル右運算スヘシ

若シ最初ニ A ト B ニ公約法アルヲ知レハ之ヲ省キ然

テ后前例ノ如ク運算ヲ為シ得ル最大公約法ニ前ニ省

キタル公約法ヲ乘シ得ル積ヲ求ムル最大公約法トス

三式或ハ三式以上ノ最大公約法ヲ求ムルハ算數學ノ

如ク先ツ二式ヲ以テ最大公約法ヲ求メ之ト他ノ一式

ヲ以テ最大公約法ヲ求メ順次ニ同法ヲ施スヘシ

右ニ解説スル法ハ二項式或ハ多項式ニ施行スヘキ者

ニメ單項式ニ用キルヲ得ス

爰ニ解説スル法ハ算數學ト同理ナレハ特ニ法ヲ述ヘ

ス學者須ク此ニ例ニ準ヒ左ノ諸題ノ最大公約法ヲ求

ムヘシ

問。第二法ノ根理ヲ詳説セヨ。(1)例ヲ。(2)例ヲ

$$9) x^4 - a^4, \quad x^3 + bx^2 - a^2x - a^3b$$

$$10) 3x^2 - 38x + 119,$$

$$x^3 - 19x^2 + 119x - 248$$

$$11) x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3, \quad x^4 - y^4$$

$$12) x^5 + x^4y^2 + x^3y^3 + y^5, \quad x^4 - y^4$$

$$13) 9x^3 + 53x^2 - 9x - 18,$$

$$x^2 + 11x + 30,$$

$$14) 2x^3 + x^2 - 8x + 5,$$

$$7x^2 - 12x + 8$$

$$15) 2x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 12x + 6,$$

$$3x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 9x - 3$$

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x$$

$$x^2 + 2x - 3, \quad x^2 + 5x + 6,$$

$$2) x^2 - 8x + 15, \quad x^2 + 2x - 15,$$

$$3) a^2 - 2ax + x^2, \quad a^2 - x^2,$$

$$4) a^3 + x^3, \quad a^2 + 2ax + x^2$$

$$5) x^3 - 2x^2, \quad x^2 - 4x + 4,$$

$$6) x^3 - 6x^2 + 11x - 6,$$

$$x^3 + 4x^2 + x - 6,$$

$$7) 3x^2 - 22x + 32,$$

$$x^3 - 11x^2 + 32x - 28$$

$$8) x^4 - 9x^3 + 29x^2 - 39x + 18$$

$$4x^3 - 27x^2 + 58x - 39$$

第十三節

最小公倍数

(百五) 某數量ノ倍数ハ其數量ヲ以テ残りナク除キ得ル數量ヲ云フ

(百六) 二個或ハ二個以上ノ數量ノ公倍数ハ其各數量ヲ以テ残りナク除キ得ル者ヲ云フ

(百七) 二個或ハ二個以上ノ數量ノ最小公倍数ハ其各數量ヲ以テ残りナク除キ得ル最小ナル者ヲ云フ

(百八) 代數學ニ於テ最小公倍数ヲ求ルモ算數學ト異ナルヲナシ左列ノ如シ

(1) 設如ハ $4a^3b^2c$ $12a^5b^3c^2y$ $2a^2b^2c^2y^3$ ノ最

小公倍数ノ求ムルシ

$$4a^3b^2c = 2 \times 2 \times a^3 \times b^2 \times c$$

$$12a^5b^3c^2y = 2 \times 2 \times 2 \times a^5 \times b^3 \times c^2 \times y$$

$$2a^2b^2c^2y^3 = 2 \times a \times b \times c \times a \times y^3$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times a^5 \times b^3 \times c^2 \times a^3 \times y^3 = 12a^8b^3c^2y^3$$

(分解) 諸數ノ最小公倍数ハ其各數ヲ以テ残りナク除キ得ル者ナルニ題シタル數量ヲ自納シモテ各數ニ在ル諸乘數ノ積ヲ求メタルナリ

(2) 設如ハ $a^3 + y^3 + a^2 - y^2$ ノ最小公倍数ノ求ムルハ

式 無

$$x^3 - y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$\therefore (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)$$

右例ノ如ク自約ヲ為スニ可及的心算ヲ以テ簡易ニ答ヲ求ムヘシ

此ニ例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

[法] 第一 題シタル諸數量ヲ自約スヘシ

[法] 第二 凡テ諸乘數ノ最高乘積ノ者ヲ相乘スヘシ

(問) 〇倍數ハ如何 〇公倍數ハ如何 〇最小公倍數ハ如何
 〇法第一ハ如何 〇法第二ハ如何

問題第四十一

左ノ諸題ノ最小公倍數ヲ求ムヘシ

- 1) $4a^2b, 6ab^2$
- 2) $8a^2, 12a^3, 20a^4$
- 3) $6xyz, 9x^4z$
 $3x^2y^2z, x^4z$
- 4) $a^2 - x^2, 4(a - x),$
 $3(a + x)$
- 5) $a + b, a^2b^2,$
 $a^2 + 2ab + b^2$
- 6) $8x^2(x - y), 15x^5(x - y)^2,$
 $12x^3(x^2 - y^2)$
- 7) $m^4 - 1, m^2 - 2m + 1,$
 $m^2 + 2m + 1$

分數命名

(百九) 分數ハ除算ニ於テ横線ノ上ニ實其下ニ法ヲ記シテ

顯シタル數量ヲ云フ例ハ $\frac{a}{b}$ 或ハ $\frac{x+y}{z}$ 等ノ如シ

(百十) 分數ノ分母ハ横線ノ下ニ在ル者即チ法ヲ云フ前例

ニ於テ b 及ヒ $x+y$ 如シ

(百十一) 分數ノ分子ハ横線ノ上ニ在ル者即チ實ヲ云フ前

例ニ於テ a 及ヒ $x+y$ 如シ

8) $m^2-4, 2m-22, m^2+2m,$

9) $x^2+7x+12, x^2+8x+15,$

10) $a-x, a^2-x^2, a^3-x^3,$

11) $15(a^2b-ab^2), 27(a^3-ab^2),$
 $35(ab^2+b^3)$

12) $x^3-1, x^3+1, x^2-1,$

13) $x^2-1, x^2+1, x^4+1,$
 $x^d-1,$

14) $x^2-1, x^3+1, x^3-1,$
 $x^6+1,$

15) x^2+5x+6, x^2+2x-8
 x^3+7x^2+12x

(百十二) 全数量。或ハハ分數形象ノ者ヲ有タサル代數式。

云フ例ハ ab $x+y$ x^2-3y+z 等ノ如シ

(百十三) 混數量。或ハ混分數或ハ全數量ト分數ト相混シタル

者ヲ云フ例ハ $a+\frac{c}{b}$ $x-\frac{z}{3y}$ 等ノ如シ

(百十四) 代數分數ノ數値ハ整數或ハ分數ニシテ其諸文字ヲ以テ項ス數ニ依テ一定セス(百十七)ノ例ヲ見ヘシ
分數ノ記号

(百十五) 分母子ノ各項ノ記号ハ分數ノ記号ヲ項ハス者ニ

アラス故ニ $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}$ ニ於テ分母子ノ各項ニ在ル記号ハ其

各項ノ記号ナルニ之ヲ以テ此分數ノ正負ヲ決定スル能ハス然テ分數ノ記号ニハ現標ト真標ノ兩様アリ
下款ニ之ヲ解説スヘシ

○此例ノ如ク分母子ノ第一項ニ記号ナキ者ハ正項ト知ルヘシ(三十三)

(百十六) 分數ノ現標即チ外見ノ記号ハ横線ノ前ニ識シタル記号ヲ云フ

例ハ $\frac{c}{a+b}$ ハ横線ノ前ニ十ノ記号ヲ畧スル者ニハ此分

數ノ現標ハ十ナリ又 $-\frac{y}{x}$ ノ現標ハ一ナリ然テ此第一

分數ノ現標十ハ零ニ加ヘ第二ノ現標一ハ零ヨリ減ス
ヘキヲ示ス 此他之

又 $\frac{x-y}{x+y}$ = 於テ此分數ノ現標ハ十ニツ m ニ加ヘヘキヲ

示ス又 $\frac{a^2c}{a+b}$ = 於テ此分數ノ現標ハ一ニツ x ヨリ減ス

x

ハトノ示ム 此他之

百十七分數ノ真標即チ真實ノ記号ハ其諸文字ヲ以テ頭

ハス數ニ代ヘテ一項ノ者トナシ其數值ヲ求メ得タル

時ノ記号ヲ云フ

例ハ $\frac{x^2y}{x+y}$ = 於テ $x=4$
 $y=1$ ト為シ其數值ヲ求レハ次如シ

$\frac{x^2y}{x+y} = \frac{16-7}{4+1} = \frac{9}{5} = +1.8$
故ニ此分數ハ現標十二ノ其真標ニ十

$$\begin{aligned} &\text{又} \frac{a-x^2}{\delta+x} \\ &= \text{於} \quad x=4 \\ &\quad a=2 \\ &\quad \text{スレハ} \\ &\frac{a-x^2}{\delta+x} = \frac{2-16}{\delta+4} = \frac{-14}{\delta} = -2 \quad \text{故} \end{aligned}$$

此分數ハ現標トニソ真標一ナリ

$$\begin{aligned} &\text{又} \frac{a-b}{2a-b} \\ &= \text{於} \quad a=2 \\ &\quad b=-3 \\ &\quad \text{トスレハ} \\ &\frac{a-b}{2a-b} = \frac{2-(-3)}{2 \times 2 - (-3)} = \frac{2+3}{2 \times 2 + 3} = \frac{5}{7} \end{aligned}$$

故一此分數ノ現標ハ一ニソ真標ハ十ナリ
(問) 分數ハ如何ノ分數ノ分母ハ分數ノ分子ハ全

此類ヲ推セヨ

數量ハ。混數單ハ。全數量ノ又何ト云フヤ。混數
量ノ又。分數ノ數値ハ。當ニ整數ナリヤ。現標ハ如
何ノ真標ハ。現標トニソ真標一ナル者ノ一例ヲ示
セ。現標一ニソ真標一ナル一例ヲ示セ

第十五節

分數ノ公理

百十八 分數ハ除算ヲ示者故其分母子ノ變化ハ除算ノ法
ニ隨テ其值ト記號ニ於テ變化ヲ生スヘシ然テ百十三
ハ十三ノ解説ニ於テ分子分母分數ノ語ヲ以テ實法商
ニ代ヘテ分數ノ值ト記號ノ變化ノ公理ヲ次ニ解説ス
ヘシ

値ノ變化

第一 分子ニ乗スルハ其分數ニ乗スルニ等シ然テ

分子ヲ除スルハ其分數ヲ除クニ等シ

第二 分母ニ乗スルハ其分數ヲ除クニ等シ然テ分

母ヲ除クハ其分子ニ乗スルニ等シ

第三 同數量ヲ以テ分母子ニ乗シ或ハ分母子ヲ除

クハ其分數ノ値變セス

右三款ノ理ハ次ノ公法ニ歸ス

公法

分子ノ變化ハ其分數於テ同シ變化ヲ生シ分母ノ變化
ハ其分數ニ於テ反對ノ變化ヲ生スヘシ

記号ノ變化

第一 分子或ハ分母ノ記号ヲ變スルハ其分數ノ真

標ヲ變スルニ等シ

第二 分母子ノ記号ヲ同時ニ變スルハ其分數ノ真

標ノ變セス

第三 分數ノ現標ヲ變スルハ其真標ヲ變スルニ等

シ
③ 值ノ變化ノ第一理ハ如何。公法ニ理ハ。公第三理
ハ。各其例ヲ示セ。公法ハ如何。記号ノ變化ノ真
一理ハ如何。第二理ハ。公第三理ハ

第十六節

分數化法

百一十三 分數化法ハ分數ノ値ヲ變スルヲナク其形狀ヲ變
スル運算ヲ云フ
分數化法ヲ區テ六格トス今順次ニ解説スヘシ

第一格

百一十二 此格ハ題シタル分數ヲ最低分數ニ化スル者
最低分數ハ其分母ニ公約法ヲ有タサル分數ヲ云フ

(7) 設如ハ

$$\frac{21a^2b^3c}{35a^3b^4c^5}$$

ヲ最低分數ニ化ス

式 算

$$\frac{21a^2b^3c}{35a^3b^4c^5}$$

$$\frac{3a}{5b^2c^4}$$

答

分數 (百一十二) 第一格 題ノ分母ノ最大
公約法即チ $7a^2b^3c$ 以テ之ヲ除ケハ
答ノ得ハシ次ノ二例モ之ニ準ヘ

(2) 設如ハ

$$\frac{x^4y^2 - xy^3}{x^4 - 3x^3y + 3x^2y^2 - xy^3}$$

ヲ最低分數ニ化ス

式 算

$$\begin{aligned} & x^4 y^2 \dots x y^5 \\ & x^4 - 3x^3 y + 3x^2 y^2 - x y^3 \\ & x y^2 (x - y) (x^2 + x y + y^2) \\ & x (x - y) (x - y) (x - y) \end{aligned} \quad \begin{aligned} & x y^2 (x^3 - y^3) \\ & x (x^3 - 3x^2 y + 3x y^2 - y^3) \\ & y (x^3 + x^2 y + y^2) \\ & x (x - y) (x - y) \end{aligned}$$

右側ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法〕 分母ノ最大公約法ヲ以テ其兩數ヲ互約ス

ハシ

〔問〕 分數化法ハ如何ニ化法ヲ名テ何格トスルヤ
格ハ如何ニ最低分數ハ何例ヲ詳説セヨ
〔答〕 第一

問題第四十一

左ノ題ニ依テ諸分數ノ各最低分數ニ化スハシ

$$\begin{aligned} 1) & \frac{x^5 b^2 x^3}{x^4 b^4} & 1) & \frac{12xy}{78x^2z} \\ 2) & \frac{x^2 - 1}{xy + y} & 2) & \frac{14a^2 b^3}{27a^2 b^2} \\ 3) & \frac{cx + cx^2}{acx + acx} & 3) & \frac{3a^2 - 3b^2}{4a - 4b} \\ 4) & \frac{x^2 - a^2}{x^2 + 2ax + a^2} & 4) & \frac{5(a^2 - x^2)}{70(a - x)} \\ 5) & \frac{3ax^2 - 3a^2x}{2x^2y - 2a^2x} & 5) & \frac{4(a^2 - x^2)}{3(a + x)} \\ 6) & \frac{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)}{x^2 + 2xy} & & \\ 7) & \frac{9x^3 + 33x^2 + 18x - 18}{x^2 + 11x + 30} & & \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 6ac + 10bc + 9ad + 15bd \\ \hline 6c^2 + 9cd - 2c - 3d \end{array}$$

$$151 \quad \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - x - 2}$$

$$10) \frac{a^4 - 4ab^3 + 3b^4}{a^4 - ab^3 - a^3b + b^4}$$

$$17) \frac{a^2 - 3ab + ac + 2b^2 - 2bc}{a^2 - b^2 + 2bc - c^2}$$

18) $\frac{x^8 + x^6y^2 + x^2y + y^8}{x^4 - y^4}$

19) $\frac{3x^3 - 3x^2y + xy^2 - y^3}{4x^2 - xy - 3y^2}$

$$20) \frac{a \cdot b + 3a^2 - 3b^2 - 4bc - ac - c^2}{9ac + 2a^2 - 5ab + 4c^2 + 8bc - 72b^2}$$

(27) $a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2$ \rightarrow $x_1^2 + x_2^2$ \rightarrow 除 \rightarrow \rightarrow

(28)

ヲ以テ
ノ除クハシ

(28) $m_1 + 4$ \times $m_2 - 2$ m_3 \times 除 \times \wedge \sim

(24) $a - b = c$
1 以テ $a + b$ ノ除クハシ

(25) $\partial(X^2 - a^2)$ 7 以テ $X^2 + 2ax + a^2$ 7 除クハ

(26) $\frac{1}{x} = \frac{x+1}{x^2+x}$
 $\frac{1}{x} = \frac{x+1}{x(x+1)}$
 $\frac{1}{x} = \frac{1}{x}$

(27) $x^2 + 0x - 20$ ヲ以テ $x^2 - 9x + 20$ ヲ除クハ

$$(28) \quad 2x^3 + 17x^2 + 16x + 16 \quad \begin{matrix} \text{ヲ} \\ \text{ハ} \\ \text{テ} \end{matrix} \quad 2x^3 - 5x^2 - 8x - 16$$

$$(29) \quad 2x^3 + ax^2 + a^2x - 4a^3 \quad \text{と} \quad x^3 - 3a^2x + 2a^3$$

者

(1) 護如ハ

$$\frac{20}{3}$$

及

$$\frac{ax+y}{x}$$

7 混式
二化
七

一第式箕

$$\frac{20}{8} = 2 \frac{2}{8} \text{ 零}$$

第二式 集

$$\frac{ax+y}{x} = a + \frac{y}{x}$$

分 解 算 數 學 如 ク 分 母 ヲ 以 テ
分 子 ヲ 除 ク 代 數 ニ テ ハ 除 キ 得
タ ル 商 ト 分 數 ノ 間 ニ 固 有 ノ 記 号
ヲ 記 ス ヘ シ

(1) 設知

$$x^2 - 5x + 14$$

ノ混式ニ化ス

式 策

$$x^3 - 6x + 74$$

$$x^2 - 3x + 4$$

$$= x+3 + \frac{-x+2}{x^2-3x+4}$$

或

$$= x + 8 - \frac{x-2}{x^2-3x+4}$$

万解 上式ノ答ハ現標
 十ニ下式ノ答ハ現標
 七一變シタルナリ故
 ニ分子各項ノ記号ヲ變
 シタルヲ了解スヘシ
 且全式ニ化スル例ハ容
 易ナレハ幾ニ示サス

右例ニ依テ法ヲ述ベハ次ノ如シ

分母ヲ以テ分子ヲ除キ得ル商ハ金式ナリ

〔法〕第二 若シ残リアレハ其商ヲ全式ノ部分トシ此
 残リヲ分母ノ上ニ記シ固有ノ記号ヲ以テ結合スヘシ
 (問) 〇 爲ニ格ハ如何。 (1) ノ例ヲ詳説セヨ。 (2) ノリ法第
 一ハ、法第二ハ

問題第四十三

(7) $\frac{30}{y}$ 及 $\frac{ax+y}{3x}$ ヲ混式ニ化スヘシ

(2) $\frac{a^2+ab+b^2}{a}$ ヲ混式ニ化セ

(3) $\frac{12a^2+4a-21}{4a}$ ヲ混式ニ化セ

- (4) $\frac{x^3-2x^2y+y^2+x}{x+y}$ ヲ混式ニ化セ
- (5) $\frac{a^2+ac}{a-c}$ ヲ混式ニ化セ
- (6) $\frac{x^2-2x-4}{x+2}$ ヲ混式ニ化セ
- (7) $\frac{a^3+ac^3}{a^2+2ax+x^2}$ ヲ混式ニ化セ
- (8) $\frac{2y^4+19y^2+35}{y^2-3y^2+7y-21}$ ヲ混式ニ化セ
- (9) $\frac{x^2+3x^2y+3x^2y^2+y^3}{x^2+y^2+2xy}$ ヲ全式ニ化セ

$$(10) \frac{x^4 - y^4}{x^3 + x^2y + xy^2 + y^3} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(11) \frac{x^4y + x^3y^4}{x^2y - xy^2 + y^2} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(12) \frac{x^2 - 602x - m}{30x} \quad \text{ヲ混式ニ化セ}$$

$$(13) \frac{x^3 + a x^2 - 3a^2x - 3a^3}{x - 2a} \quad \text{ヲ混式ニ化セ}$$

$$(14) \frac{x^3 - 2x^2}{x^2 - x + 1} \quad \text{ヲ混式ニ化セ}$$

$$(15) \frac{(x^2 - 5xy + 6y^2)(x - 4y)}{(x - 3y)(x - 4y)} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(16) \frac{x^6 + y^6 - 2x^3y^3}{(x - y)^3} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(17) \frac{x^6 + y^6 + 2x^3y^3}{(x + y)^2} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(18) \frac{(a^3 - 3a^2b + 5ab^2 - 3b^3)(a - 2b)}{a^2 - 3ab + 2b^2} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(19) \frac{(x^3 - 9x^2y + 23xy^2 - 15y^3)(x - 4y)}{x^5 - 8x^2y + 7y^2} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(20) \frac{a^6 + a^4b^2 + b^6}{(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

$$(21) \frac{a^6 - b^6 + a^2b^4(a^2 - b^2)}{(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)} \quad \text{ヲ全式ニ化セ}$$

第三格

百二十三 此格ハ題シタル分數ヲ全式ノ形牀ニ化スル者
最低分數ハ前格ニ依テ全式ニ化スルヲ得スト雖負指
數ノ理ニ依テ全式ノ形牀ニテ頭ス一ヲ得ヘシ即チ左
例ノ如シ

(1) 設如ハ $\frac{b}{a^2}$ 以全式ノ形牀ニ化スヘシ

式 算

$$\frac{1}{a^2} = a^{-2}$$

∴

$$\frac{b}{a^2} = b a^{-2}$$

答

〔今解〕

ハ十六ニ依テ $\frac{b}{a^2}$ ハ素ト $\frac{1}{a^2}$ 倍セシ者ニ上式ノ如シ

此例ニ依テ法ヲ述ハ次ノ如シ

〔法〕

題レタル分數ニ公約法ヲレハ最低分數ニ

化シ其分母ヲ負指數ノ者ト為シテ其分子ニ乗スヘシ

〔問〕此格ハ如何。(1) 例ヲ詳説セヨ。(2) 法ハ如何

問題第四十四

左ノ諸題ヲ全式ノ形牀ニ化セ

1) $\frac{a^2 b}{x^3}$

2) $\frac{3 a b}{x^2 y^4}$

3) $\frac{2 a^3}{7 b^4 c^3}$

4) $\frac{a^2 x^3 m^2}{4 a y z^2}$

5) $\frac{x-y}{x+y}$

6) $\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$

7) $\frac{x^4-2x^2z^2+z^4}{x^6-z^4x^2}$

百二十四 本格ニ依テ正指數ヲ有ツ分母ヲ負指數ノ者ニ
 化スレハ其分子ニ乘スルヲ得ルユヘ負指數ヲ有ツ
 分母ヲ正指數ノ者ニ化スレハ其分子ニ乘スルヲ得
 シ又正指數ヲ有ツ分子ヲ負指數ノ者ニ化スレハ其分
 母ニ乘スルヲ得又負指數ヲ有ツ分子ヲ正指數ノ者ニ
 化スレハ其分母ニ乘スルヲ得ル理ハ(八十六)ニ依テ明
 カナリ今此解説ヲ一般ニ述レハ次ノ如シ
 指數ノ記号ヲ變ヘシ
 移。ス。ヲ。得。ヘ。シ。

(7) 設如ハ $\frac{a^2 b^4}{x^{-3}}$ ヲ全式ノ形狀ニ化セ

式 算

$$x^{-3} = \frac{1}{x^3}$$

$$\therefore \frac{a^2 b^4}{x^{-3}} = a^2 b^4 x^3$$

答

(2) 設如ハ $\frac{a^2 b^{-3}}{d^{-2} c^{-1}}$ 正指數ノ者ニ化セ

式 算

$$b^{-3} = \frac{1}{b^3}$$

$$\frac{1}{d^{-2} c^{-1}} = d^2 c$$

$$\therefore \frac{a^2 b^{-3}}{d^{-2} c^{-1}} = \frac{a^2 d^2 c}{b^3}$$

答

問題第四十五

(1) $\frac{a^2b^2}{x^2-1}$ \rightarrow 全式ニ化セ

(2) $\frac{4a^2b^3}{x^2-2x-2}$ \rightarrow 全式ニ化セ

(3) $\frac{a(m+n)}{(m-n)-1}$ \rightarrow 全式ニ化セ

(4) $\frac{xy}{a^2b-1c^2}$ \rightarrow 全式ニ化セ

(5) $\frac{a^2b^2cd^2}{a^2b^2c^2d^2-1}$ \rightarrow 全式ニ化セ

(6) $\frac{a^2b^2c^2d^2-4}{a^2b^2c^2d^2-1}$ \rightarrow 正指数ノ分數ニ化セ

二百二十五此格ハ題シタル混式ヲ分數ニ化スル者

等四格

(1) 設知ハ $\frac{2}{3}$ 及ヒ $a \mid \frac{c}{b}$ \rightarrow 分數ニ化スヘシ

式 類

$$\frac{0 \cdot 2}{3} = \frac{0 \times 3 + 2}{3} = \frac{20}{3} \text{ 答}$$

$$a + \frac{c}{b} = \frac{ab+c}{b} \text{ 答}$$

分解 分母ヲ以テ全式ニ化スル者
 乗シテ分母ヲ消シテ分數ニ化スル者
 トナス1等數學ノ如シ

式 集

$$(x+y)(x^2-xy+y^2)$$

$$x^3+y^3$$

$$x+y - \frac{x^3+x^2y}{x^2-xy+y^2}$$

$$\frac{x^3+y^3-x^3-x^2y}{x^2-xy+y^2}$$

$$\frac{y^3-x^2y}{x^2-xy+y^2} \text{ 答}$$

(2) 設如ハ

$$x+y - \frac{x^3+x^2y}{x^2-xy+y^2}$$

ヲ分數ニ化スヘシ

此格ノ運算ハ算數學ト同理ナルハ更ニ解説セズ
右図ニ依テ去ルハ次ノ如シ

法 分母ヲ以テ全式ノ部分ニ乗シ得ル積ニ分

子ヲ加ヘ(分數ノ現標十ナレハ)或ハ減シ(現標一ナレハ)之ヲ分母ノ上ニ記スヘシ

問 此格、如何。(1)例ヲ詳説セヨ。(2)例ヲ口法ハ如何

問題第四十六

(1) $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y}$ ヲ分數ニ化セ

(2) $\frac{x}{x^2-xy+y^2} - \frac{y}{x^2-xy+y^2}$ ヲ分數ニ化セ

左ノ諸題ヲ分數ニ化ス

3) $z - 1 + \frac{1-z}{1+z}$

4) $a + \frac{ax}{a-x}$

51 $1 + \frac{c}{x-y}$

6) $1 + \frac{a^2 + b^2}{2ab}$

7) $x + y + \frac{x^2 - y^2}{x - y}$

8) $ab + cd + \frac{abc - c^2d - 2cd^2}{c + 2d}$

9) $xy - ab - \frac{2xyz^2 - 2abz}{x+z}$

10) $a^2 + ab + b^2 = \frac{b^2}{a-b}$

第五格

二十六) 此格ハ題シタル諸分數ヲ通分母ヲ有シ諸分數ニ化スル者

題シタル諸分數ヲ通分母ノ者ニ化スルニハ諸分母ノ積即チ公倍數ヲ通分母ト爲シ各分子ニ他ノ諸分母ヲ乘シ各新分子ト爲スヘキ理ハ學者算數學ニ於テ了知スル処ナレハ爰ニ解説セス

(7) 設如ハ $\frac{a}{b}$ 。

$$\frac{c}{d}$$

2
f.

通分母者二化

二

〔分鮮〕

諸分母ノ公倍數

1828

通

分母ト爲シ

df

式 美

$$\frac{a}{b} = \frac{adf}{bdf} \quad \frac{c}{d} = \frac{bcf}{bdf} \quad \frac{e}{f} = \frac{ecd}{bdf}$$

答

此衆シ $\frac{a}{b}$ ノ新分子ト爲ス
他推シテ知ルヘシ

式 美

$$\frac{x}{x+y}$$

$$\frac{y}{x-y}$$

$$x^2 + y^2$$

通分母ノ者ニ化セ

分解

$$x^2 + y^2 = (x+iy)(x-iy)$$

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

ト爲シ $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ ノ公倍数

通分母ト爲シ運算スルハ次ノ如シ

式 美

$$\frac{x}{x+y} = \frac{x(x-y)}{x^2 - y^2} \quad \frac{y}{x-y} = \frac{y(x+y)}{x^2 - y^2} \quad \frac{x^2 + y^2}{1} = \frac{x^4 - y^4}{x^2 - y^2}$$

此例ニ依テ法ヲ述ベハ次ノ如シ

法

各分子ニ他ノ諸分母ノ積ヲ通分母ト爲スヘシ

注意

混式ハ始メニ分數ニ化スヘシ然テ全式ハ始メ

$$6) \frac{y}{x}, \frac{a}{x+y}, \frac{b}{x-y}$$

$$7) a+b - \frac{2ab}{a+b}, x + \frac{x}{a-b}$$

$$\frac{z}{x}, a + \frac{c}{z}$$

$$8) \frac{a}{b}, \frac{x+1}{c}, \frac{y}{x+a}$$

$$9) a^2 + \frac{a}{y}, \frac{c}{ay-1}, \frac{b}{ax-1}$$

$$10) \frac{a-b}{a^2+2ab+b^2}, a-b - \frac{a^2}{a+b}$$

$$a^2-ab+b^2 - \frac{a^3}{a-b}$$

$$1) \frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}$$

$$2) \frac{3x}{2a}, \frac{2b}{3c}, d$$

$$3) \frac{a}{m^2}, \frac{bc}{mx}$$

$$\frac{m}{c}$$

$$4) \frac{3}{4}, \frac{2x}{3}$$

$$a + \frac{2x}{a}$$

$$5) \frac{a}{x-y}, \frac{m}{x+y}$$

$$\frac{z}{x^2+y^2}$$

次ニ題

ジタル諸分數ヲ通分母ノ者ニ化スヘシ

問題第四十七

問此格ハ如何
○注意ハ

其分母ニノヲ記シ分數ノ形狀ニ為スヘシ
(1)例ヲ詳説セヨ
(2)例ヲ○法ハ如何

第六格

百二十七題シタル諸分數ヲ最小通分母ヲ有ツ諸分數ニ化スル者

諸分數ヲ最小通分母ヲ有ツ者ニ化スルハ諸分母ノ最小公倍數ヲ求メ之ヲ最小通分母ト爲シ各分母ヲ以テ之ヲ除キ得ル商ニ各分子ヲ乘シ各新分子ト爲スヘキ理由ハ學者算數學ニ於テ明亮ナレハ爰ニ解説ス即チ左例ノ如シ

(1) 設如ハ

$$\frac{a}{a+b}$$

$$\frac{ai}{a^2-b^2}$$

$$\frac{ab^2}{a^2+b^2}$$

ヲ最小通分母ニ化セ

式 集

$$a^4 - b^4 \text{ --- 第1分母、第2分母、第3分母}$$

$$(a^4 - b^4) \div (a+b) = (a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$$

$$(a^4 - b^4) \div (a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)$$

$$(a^4 - b^4) \div (a^2 + b^2) = (a^2 - b^2)$$

$$(a^2 + b^2)(a-b) \times a = a(a^2 + b^2)(a-b) \text{ --- 第1分母}$$

$$(a^2 + b^2) \times ab = ab(a^2 + b^2) \text{ --- 第2分母}$$

$$(a^2 - b^2) \times ab^2 = ab^2(a^2 - b^2) \text{ --- 第3分母}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a(a^2+b^2)(a-b)}{a^4-b^4}$$

$$\frac{ab}{a^2-b^2} = \frac{ab(a^2+b^2)}{a^4-b^4}$$

$$\frac{ab^2}{a^2+b^2} = \frac{ab^2(a^2-b^2)}{a^4-b^4}$$

答

此例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

法第一 諸分母ノ最小公倍数ヲ求メ之ヲ最小通分母トス

法第二 題ニタル各分母ヲ以テ此最小通分母ヲ除キ此分母ニ相應スル各分子ヲ乘シ此積ヲ各新分子トス

注意 最初ニ各分數ヲ最低分數ニ化スヘシ又混式及全式ハ始メニ分數ニ化スヘシ

此格ハ如何。(1)例ノ詳説セヨ。法第一ハ如何。法第二ハ如何。注意ハ

問題第四十八

左ニ題シタル諸分數ヲ最小通分母ニ化セ

- 1) $\frac{3x}{4}, \frac{4}{6}, \frac{12x^2}{15}$
- 2) $a, \frac{3b^2}{4}, \frac{5c^3}{6}$
- 3) $\frac{m}{a^2}, \frac{c+m}{ac}, \frac{d}{ab}$
- 4) $\frac{x}{1-x}, \frac{x^2}{(1-x)^2}, \frac{x^3}{(1-x)^3}$
- 5) $3bx, \frac{a}{a+x}, \frac{b}{a^2-x^2}$
- 6) $\frac{c}{x}$
- 7) $\frac{a+b}{3a^2}, \frac{a-b}{2ax^2}, \frac{a^2}{4cx}$
- 8) $\frac{c-d}{ab}, \frac{x}{a^2}, m.$

$$\begin{aligned}
 8) & \frac{5}{a^2-x^2}, \quad \frac{6}{a^2+x^2}, \quad \frac{7}{y}, \quad 4 \\
 9) & \frac{a}{x-y}, \quad \frac{b}{x+y}, \quad \frac{c}{x^2-y^2} \\
 10) & \frac{x}{x-1}, \quad \frac{x^2}{x^2-1}, \quad \frac{x^4}{x^4-1} \\
 11) & \frac{a-b}{ac}, \quad \frac{a-b}{a(a+b)} \\
 12) & \frac{a}{b(1-m^2)}, \quad \frac{a}{c(1-m)} \\
 13) & a+b - \frac{2ab}{a+b}, \quad a^2+ab+b^2 + \frac{1}{a-b} \\
 & a + \frac{2ab}{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}
 \end{aligned}$$

第十七節

分數加算

百二十八 凡ノ諸分數ノ分數一個相等シケレハ其諸分數ヲ加ヘ得ル理由ハ學者算數學ニ於テ頭カナルヘシ今左ニ其例ヲ示ス

(1) 設如ハ $\frac{b}{a}$ ト $\frac{c}{a}$ ノ和ハ幾許

式 算

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} \text{ 和}$$

〔分解〕 此題ニ於テ $\frac{1}{a}$ ハ分數一個ナリ故ニ上式ノ如シ

題一ハ諸分數異分母ナレハ最小通分母ニ化スレハ
分數一個相等シキニハ加ヘ得ル理モ亦算數學ト異ナ
ルヲ無レハ爰ニ其理由ヲ解明セス即チ左例ノ如シ

(2) 設如ハ

$$\frac{2b-a}{x-b} + \frac{b-2a}{x+b} + \frac{3x(a-b)}{x^2-b^2}$$

ノ和ハ幾許

此
解

x^2-b^2 ... 諸分母ノ最小公倍数ナリ

$$\frac{2b-a}{x-b} + \frac{b-2a}{x+b} + \frac{3x(a-b)}{x^2-b^2}$$

$$\frac{(2b-a)(x+b)}{x^2-b^2} + \frac{(b-2a)(x-b)}{x^2-b^2} + \frac{3ax-3bx}{x^2-b^2}$$

$$\frac{2bx-2ax+2b^2-ab+bx-2ax-x^2+2ab+3ax-3bx}{x^2-b^2}$$

$$\frac{2bx-ab}{x^2-b^2} = \frac{b(b+a)}{x^2-b^2}$$

此例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法〕第一 題シタル諸分數異分母ナレハ最小通分母
ニ化スヘシ

〔法〕第二 諸分子ノ和ヲ最小通分母ノ上ニ記スヘシ
〔注意〕 題シタル數量混式ナレハ全式ト分數ト各別
ニ加エヘシ或ハ最初ニ混式ヲ分數ニ化スヘシ○和
ハ最低分數ニ化スヘシ

$$8) \frac{1}{a+b}, \frac{1}{a-b}$$

$$9) \frac{x}{x+y}, \frac{y}{x-y}$$

$$10) \frac{12b-a}{35c}, \frac{3a-b}{7c}$$

$$11) \frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2}$$

$$12) \frac{2x}{1-x^2}, \frac{1}{x+1}$$

$$13) \frac{3a-5b}{4}, \frac{2a-b-c}{3}, \frac{a+b+c}{12}$$

$$14) \frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b}$$

$$15) \frac{1}{bc}, \frac{1}{ac}, \frac{1}{ab}$$

$$1) \frac{5a}{x^2}, \frac{3b}{x^2}, \frac{2c}{x^2}$$

$$2) \frac{2}{a^2b^3}, \frac{3}{a^3b^2}, \frac{4}{a^3b^3}$$

$$3) \frac{2a}{3x}, \frac{a+2x}{4x}$$

$$\frac{a}{6x}$$

$$4) \frac{x}{y}, \frac{2}{xy}, \frac{y}{x}$$

$$5) \frac{a}{b}, \frac{a+b}{c}$$

$$6) \frac{a}{b}, \frac{ax}{b^2}, \frac{yz}{b^4}$$

$$7) \frac{x-2}{3}, \frac{4x}{7}$$

左、諸題、和ヲ求ムヘシ

問題第四十九

(問) (1) 例ヲ詳説セヨ。如何。注意ハ如何

(2) シ。法第一ハ如何。第二ハ

例ヲ詳説セヨ。如何。注意ハ如何

$$23) \quad 2a + \frac{a+3}{5}, \quad 4a + \frac{2a-5}{4}$$

$$24) \quad \frac{x^2y-3y^2}{5x^2}, \quad \frac{3x^4+3y^4}{5x^2y^2}$$

$$\frac{xz^2-6x^2}{10yz}$$

$$25) \quad \frac{a}{a+c}, \quad \frac{2c}{a-c}, \quad \frac{c}{a+c}$$

$$26) \quad \frac{a}{(1+a)(a+x)}, \quad \frac{x}{(1-x)(a+x)}$$

$$27) \quad 3a + \frac{a+x}{ax}, \quad b-2a + \frac{b}{ax}$$

$$3a+4b+\frac{1}{x},$$

$$16) \quad \frac{1}{x+y}, \quad \frac{2y}{x^2-y^2}$$

$$17) \quad \frac{a}{a-b}, \quad \frac{a}{a+b}, \quad \frac{4a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$18) \quad \frac{x^2}{x^2-1}, \quad \frac{x}{x-1}, \quad \frac{x}{x+1}$$

$$19) \quad \frac{2}{(x-1)^3}, \quad \frac{3}{(x-1)^3}, \quad \frac{4}{x-1}$$

$$20) \quad \frac{6ab-3b^2-12ac+16bc}{12bc}$$

$$\frac{3a-4b}{3b}$$

$$21) \quad 2x, \quad 3x + \frac{3a}{5}, \quad x + \frac{2a}{9}$$

$$22) \quad 5x + \frac{x-2}{3}, \quad 4x + \frac{2x-3}{-5x}$$

第十八節

分數減算

(百二十九) 凡ソ兩分數ノ分數一個相等ケレハ其一分數
リ他ノ分數ヲ減シ得ル理ハ學者算數學ニ於テ明晃ナ
レハ爰ニ説明セス即チ左例ノ如シ

$$(1) \text{ 設如ハ } \frac{4a-b}{d} \text{ ヨリ } \frac{a-4b}{d} \text{ ヲ減スヘシ}$$

$$\frac{4a-b}{d} - \frac{a-4b}{d} = \frac{4a-b-a+4b}{d} = \frac{3a+3b}{d} = \frac{3(a+b)}{d}$$

〔分解〕 此題ニ於テ分數一個ハノ d ナリ故ニ右式ノ如
シ

題シタル兩分數異分母ニレハ最小通分母ニ化スル后
前例ノ如ク運算スヘキ理モ學者算數學ニ於テ明瞭ナ
レハ更ニ詳説セス左ノ二例ノ如シ

$$(1) \text{ 設如ハ } \frac{a+b}{a-b} \text{ ヨリ } \frac{a-b}{a+b} \text{ ヲ減スヘシ}$$

此 算

$$\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2} - \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$$

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2}{a^2 - b^2} = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$$

(3) 設如ハ

$$\frac{x+1}{x^3-4x+3}$$

ヨリ

$$\frac{4x^2-8x+2}{4x^3-9x^2-15x+18}$$

ヲ減スハシ

ル
ル

$$(x-1)(x-3)(4x^2+8x-6) \dots \dots \dots \text{最小公分母ナリ}$$

$$\frac{x+1}{x^2-4x+3} \quad \frac{4x^2-8x+2}{4x^3-9x^2-15x+18}$$

$$\frac{(x+1)(4x^2+8x-6)}{(x-1)(x-3)(4x^2+8x-6)} \quad \frac{(4x^2-8x+2)(x-1)}{(x-1)(x-3)(4x^2+8x-6)}$$

$$\frac{(x+1)(4x^2+8x-6)-(4x^2-8x+2)(x-1)}{(x-1)(x-3)(4x^2+8x-6)}$$

$$\frac{4x^3+7x^2-3x-6-4x^3+7x^2-5x+2}{(x-1)(x-3)(4x^2+8x-6)}$$

$$\frac{14x^2-8x-4}{(x-1)(x-3)(4x^2+8x-6)} = \frac{2(7x^2-4x-2)}{(x-1)(x-3)(4x^2+8x-6)}$$

此例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

[法] 第一 題シタル兩分數異分母ナレハ最小通分母ニ化スヘシ

[法] 第二 實ノ分子ヨリ法ノ分子ヲ減シ其差ヲ最小通分母ノ上ニ記スヘシ

[注意] 法實混式ナレハ全式ト分數ノ各別ニ運算シ或ハ最初ニ分數ニ化スヘシ。差ハ最低分數ニ化スヘシ

(問) (1) 例ヲ詳説セヨ。(2) 例ヲ○例ヲ○法第一ハ○法第二ハ○注意ハ

問題第五十

(1) $\frac{2}{3} \text{ ヨリ } \frac{2}{4} \text{ ヲ減スヘシ}$

(2) $\frac{2ab}{3} \text{ ヨリ } \frac{5ab}{2} \text{ ヲ減スヘシ}$

(3) $\frac{a+2c}{a-2c} \text{ ヨリ } \frac{a-2c}{a+2c} \text{ ヲ減スヘシ}$

(4) $4a + \frac{2a}{c} \text{ ヨリ } 2a - \frac{a-3b}{c} \text{ ヲ減スヘシ}$

(5) $\frac{5x+3y}{4} \text{ ヨリ } \frac{x-2y}{5} \text{ ヲ減スヘシ}$

(6) $\frac{a}{a-x} \text{ ヨリ } \frac{x}{a+x} \text{ ヲ減スヘシ}$

(7) $\frac{x+y}{x-y} \text{ ヨリ } \frac{x-y}{x+y} \text{ ヲ減スヘシ}$

- (8) $a + \frac{a-b}{a(a+b)}$ \equiv $\frac{a+b}{a(a-b)}$ \rightarrow 減スハシ
- (9) $3x + \frac{11x-10}{15}$ \equiv $2x + \frac{3x-8}{5}$ \rightarrow 減スハシ
- (10) $\frac{1}{y-x}$ \equiv $\frac{1}{y^2-x^2}$ \rightarrow 減スハシ
- (11) $\frac{1+a^2}{1-a^2}$ \equiv $\frac{1-a^2}{1+a^2}$ \rightarrow 減スハシ
- (12) $x + \frac{x-y}{x^2+xy}$ \equiv $\frac{x+y}{x^2-xy}$ \rightarrow 減スハシ
- (13) $2a - 2x + \frac{a-x}{a}$ \equiv $2a - 4x + \frac{x-a}{x}$ \rightarrow 減スハシ
- (14) $\frac{2(a^2-b^2)}{a^2-b^2}$ \equiv $\frac{a-b}{a+b}$ \rightarrow 減スハシ

- (15) $\frac{2x+1}{3x+2}$ \equiv $\frac{4x+5}{3x+2}$ \rightarrow 減スハシ
- (16) $\frac{1+n^2}{1-n^2}$ \equiv $\frac{1-n^2}{1+n^2}$ \rightarrow 減スハシ
- (17) $\frac{n-1}{n}$ \equiv $\frac{n}{n-1}$ \rightarrow 減スハシ
- (18) $3x + \frac{x}{b}$ \equiv $x - \frac{x-a}{c}$ \rightarrow 減スハシ
- (19) $\frac{x^2-x-5}{2x^2-11x+12}$ \equiv $\frac{3x^2+x-1}{2x^2-3x-12}$ \rightarrow 減スハシ
- (20) $x^2 - xy + y^2$ \equiv $\frac{y^3}{x-y}$ \rightarrow 減スハシ
- (21) $\frac{a+c}{(a-b)(x-a)}$ \equiv $\frac{b+c}{(a-b)(x-b)}$ \rightarrow 減スハシ

百三十 差ニ加減ノ二法ヲ含ム二例ノ示ス

(1) 設如ハ $\frac{a}{a+b} + \frac{ab}{a^2-b^2} = \frac{a^2}{a^2+b^2}$ ノ値ハ幾許

式 解

$a^4 - b^4 \dots \dots \dots$ 最公通分母ナシ

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a(a-b)(a^2+b^2)}{a^4-b^4} = \frac{a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3}{a^4-b^4}$$

$$\frac{ab}{a^2-b^2} = \frac{ab(a^2+b^2)}{a^4-b^4} = \frac{a^3b+a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$\frac{a^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2(a^2-b^2)}{a^4-b^4} = \frac{a^4-a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a^4}{a^4-b^4} + \frac{a^2}{a^2+b^2}$$

$$\frac{a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3}{a^4-b^4} + \frac{a^3b+a^2b^2}{a^4-b^4} = \frac{a^4-a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$\frac{a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+a^3b+a^2b^2}{a^4-b^4} = \frac{a^4-a^2b^2}{a^4-b^4}$$

$$\frac{a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+a^3b+a^2b^2-a^4+a^2b^2}{a^4-b^4} = \frac{a^4-b^4}{a^4-b^4}$$

$$\frac{2a^2b^2}{a^4-b^4} = 1$$

(2) 設如ハ $\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$

式 解

ノ値ハ幾許

此題ハ加算ノレモ通常ノ加法ヲ用レハ運算ノ勞多キ
 ユヘ今記号ノ變化ニ依テ減算合用スルハ較簡易ナリ左
 ノ算式ト解説ヲ見ルヘシ

此 種

$$\frac{b}{(b-c)(b-a)} = \frac{b}{(b-c)(a-b)} \quad \text{①}$$

$$(c-a)(c-b) = (a-c)(b-c) \quad \text{②}$$

$$\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(a-b)} + \frac{c}{(a-c)(b-c)} \quad \text{③}$$

$$\begin{aligned} & \frac{a(b-c) - b(a-c) + c(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} \\ & = \frac{ab - ac - ab + bc + ac - bc}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 0 \quad \text{④} \end{aligned}$$

右第二分數ノ分母ノ乘數一ノ第一分數ノ分母ノ乘數

$a-b$ ト等スルハ分數公理記号ノ變化ニ依テ ①ノ如シ

次ニ第三分數ノ分母ノ乘數一ノ第二分數ノ分母ノ乘

數 $b-c$ ト等クヌレハ乗算記号ノ變化ニ依テ (B) ノ如シ

故ニ本題ハ (C) ノ如クナレヘシ

(C) ノ諸分母ノ最小公倍数ヲ求ノ第一例ノ如ク運算ス
 ハ本題ノ値ヲ得ル (D) ノ如シ

問題第五十一

$$(1) \frac{a}{a-x} + \frac{3a}{a+x} = \frac{2ax}{a^2-x^2} \text{ノ値ハ幾許}$$

$$(2) \frac{a-2b}{3c} - \frac{b-3c}{2a} = \frac{4ab+3b^2}{6ac} \text{ノ値ハ幾許}$$

$$(3) \frac{a-b}{b} + \frac{2a}{a-b} = \frac{a^2+a^2b}{a^2b-b^2} \text{ノ値ハ幾許}$$

五ノ諸題ノ値ヲ求ムヘシ

$$4) \frac{3}{x} - \frac{5}{2x-1} - \frac{2x-7}{4x^2-1}$$

$$5) \frac{1}{x-2} - \frac{3}{x+2} + \frac{2x}{(x+2)^2}$$

$$6) \frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} - \frac{a}{a^2-b^2}$$

$$7) \frac{a+x}{a-x} + \frac{a-x}{a+x} - \frac{a^2-x^2}{a^2+x^2}$$

$$8) \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x+3}$$

$$9) \frac{2}{x+4} - \frac{x-3}{x^2-4x+16} + \frac{x^2}{x^3+64}$$

$$10) \frac{1}{(x-2)(x-4)} - \frac{1}{(x-2)(x-4)} + \frac{1}{(x-2)(x-4)}$$

第十九節

分數乘算

百三十一 分數乘算ハ分數公理ニ根據ス今乘算ヲ二格ニ區テ解説スヘシ

第一格

百三十二 此格ハ全式ヲ以テ分數ニ乘スル者

(1) 設如ハ $\frac{b}{a} = c$ ヲ乘スヘシ

算式

$$\frac{b}{a} \times c = \frac{bc}{a}$$

分算 上式分數公理値ノ變
化第一理ニ依テ運算ヲナ
者ナリ

$$11) \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b} + \frac{b}{a} - \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+b}$$

$$12) \frac{c}{(x-a)(a-b)} + \frac{c}{(x-b)(b-a)}$$

$$13) \frac{a}{(x-a)(a-b)} + \frac{b}{(x-b)(b-a)}$$

$$14) \frac{a^2}{(x-a)(a-b)} + \frac{b^2}{(x-b)(b-a)}$$

$$15) \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)}$$

$$16) \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

$$17) \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} - \frac{1}{abc}$$

(2) 設如ハ $\frac{24}{3x^2}$ ニ x ヲ乗スヘシ

式 算

$$\frac{24}{3x^2} \times x = \frac{24}{3x^2 \div x} = \frac{24}{3x}$$

〔分解〕 分數公理値ノ變化第二
理ニ依テ運算ス

右ノ二例ニ依テ常ニ次例ノ如ク互約ヲ用テ運算スル
片ハ便宜ナルヲ知ルヘシ

(3) 設如ハ $\frac{4m^3x^2}{8m^4x^4}$ ヲ $\frac{a^2b}{8m^4x^4}$ ニ乗スヘシ

$$\frac{a^2b \times 4m^3x^2}{8m^4x^4} = \frac{a^2b}{m^2x^2}$$

右例ニ依テ法ノ述レハ次ノ如シ

法ヲ實ノ分子ニ乗シ分母子ヲ互約スヘシ

問。○ 乘算ハ何ニ根據スルヤ。第一格ハ如何。(4) 例ヲ詳説セヨ。(2) ヲ。(3) ヲ。法ハ如何。

問題第五十二

(1) $\frac{2a^4}{4ab^4}$ ニ乗スヘシ

(2) $\frac{x^2 - y^2}{x + y} = \text{乗スヘシ}$

(3) $\frac{4x^2y^2}{8a^2b^2c^2} = \text{乗スヘシ}$

(4) $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - xy + y^2} = \text{乗スヘシ}$

(5) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{axy + by^2} = \text{乗スヘシ}$

(6) $\frac{x^2 + 1}{x^2 - x} = \text{乗スヘシ}$

(7) $\frac{a^4 - m^4}{a^2b + b^2m^2} = \text{乗スヘシ}$

(8) $\frac{x^3 + y^3}{x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3} = \text{乗スヘシ}$

第二格

百三十三此格ハ分數ヲ以テ全式或ハ分數ニ乗スル者

(1) 設如ハ $a = \frac{c}{b}$ ヲ乗スヘシ

式算
 $a \times \frac{c}{b} = \frac{c}{b} \times a = \frac{ac}{b}$ 積
 或ハ
 $\frac{c}{b} = cb^{-1}$

$\therefore a \times \frac{c}{b} = acb^{-1} = \frac{ac}{b}$ 積

分解 此上式ハ凡ノ二
 數ノ相乗ハ何レヲ法實
 トナスモ積ニ於テ異ナ
 一 小ナリ理ニ依リ第一
 格ヲ以テ運算ス下式ハ
 化法第三ニ依テ法コ全
 式ニ化シ積ヲ分數ニ化
 ス

(2) 設如ハ $\frac{y}{x}$ ヲ $\frac{m}{z}$ ニ乘スヘシ

〔分〕 解 化法第三ニ依テ法實ヲ全式ニ化シ得ル積ヲ分數ニ化ス

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} \times \frac{m}{z} &= yx^{-1} \times mz^{-1} \\ &= \frac{my}{xz} \end{aligned}$$

右例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法〕 第一 全式ト混式ハ最初ニ分數ニ化スヘシ

〔法〕 第二 分子ノ積ヲ新分子トシ分母ノ積ヲ新分母トシ新分母子ヲ互約スヘシ

〔問〕 此格ハ如何。(1) 例ヲ詳説セヨ。(2) 〃。法第一ハ如

例。法第二ハ

問題第五十三

左ノ諸題ノ積ヲ求ム

1) $\frac{3x^2y}{4a} \times \frac{2a^2b}{c}$

2) $\frac{7abf}{3cd} \times \frac{4x^2y^2}{3ab^2}$

3) $\frac{4x+6}{3} \times \frac{2x}{5}$

4) $\frac{2}{x-y} \times \frac{x^2-y^2}{a}$

5) $\frac{x^2-4}{3} \times \frac{4x}{x+b}$

6) $\frac{(a+b)^2}{2x} \times \frac{4x^2}{a+b}$

7) $\frac{(x-1)^2}{y^3} \times \frac{(x+1)y^2}{x-1}$

$$13) (x^4 - y^4) \times \frac{x+y}{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$14) (x^2 - (a+c)x + ac) \times \frac{x+b}{x^2 - c^2}$$

$$15) (a + \frac{x}{b}) \times \frac{ab - y}{b}$$

$$16) (x + \frac{xy}{x-y}) (y - \frac{xy}{x+y})$$

$$17) \frac{a^4 - x^4}{a^2 - b^2} \times \frac{a-b}{a^2 + x^2} \times \frac{a-b}{a-x} \times \frac{b}{a+x}$$

$$18) (x + 1 + \frac{1}{x}) (x - 1 + \frac{1}{x})$$

$$19) \frac{x^2 - b^2}{bc} \times \frac{x^2 - b^2}{b+c} \times \frac{bc}{x-b} \times \frac{x+b}{x^2 - b^4}$$

$$8) \frac{x(a-x)}{a^2 + 2ax + x^2} \times \frac{a(a+x)}{a^2 - 2ax + x^2}$$

$$9) \frac{a^3 - x^3}{a^3 + x^3} \times \frac{a^2 - x^2}{a^2 + x^2} \times \frac{a-x}{a+x}$$

$$\times \frac{a^2 - ax + x^2}{a^2 + ax + x^2}$$

$$10) \frac{x^2 - y^2}{x} \times \frac{x}{x+y} \times \frac{a}{x-y}$$

$$11) \frac{4a^2 - 16b^2}{a-2b} \times \frac{5b}{8a^2 + 32ab + 32b^2}$$

$$12) \frac{c(a-c)}{a^2 + 2ac + c^2} \times \frac{c(a+c)}{a^2 - 2ac + c^2} \times \frac{a^2 - c^2}{ac^2x}$$

百三十四 爰ニ、加減ヲ合用スル問題ヲ、運算スル例ヲ示ス

(1)

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 = \frac{a}{b} - \frac{b}{a} - 1$$

ヲ乘スハシ

式 算

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 &= \frac{a^2 + b^2 + ab}{ab} = \frac{a^2 + (b^2 + ab)}{ab} \\ \frac{a}{b} - \frac{b}{a} - 1 &= \frac{a^2 - b^2 - ab}{ab} = \frac{a^2 - (b^2 + ab)}{ab} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^2 + (b^2 + ab)}{ab} \times \frac{a^2 - (b^2 + ab)}{ab} &= \frac{a^4 - (b^2 + ab)^2}{a^2 b^2} \\ &= \frac{a^4 - b^4 - 2ab^3 - a^2 b^2}{a^2 b^2} \quad \text{積} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \text{設如ハ} \quad \frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b} = \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}$$

乘スハシ

式 算

$$\begin{aligned} \frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b} &= \frac{a^2 + ab + ab - b^2}{a^2 - b^2} \\ &= \frac{(a-b)^2}{a^2 - b^2} = \frac{a-b}{a+b} \end{aligned}$$

$$\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} = \frac{a^2+ab-ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$

$$\therefore \frac{a-b}{a+b} \times \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2}{(a+b)^2} \quad \text{積}$$

問題第五十四

左ノ諸題ノ値ヲ求ム

$$(1) \left(x - \frac{y^2}{x}\right) \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \quad (2) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$(3) (x^2 - x + 1) \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + 1\right) \quad (4) \left(m + \frac{1}{m} - 1\right) \left(m + \frac{1}{m} + 1\right)$$

$$(5) \frac{ax}{x+a} \times \left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x}\right) \quad (6) \frac{x^2+xy}{x^2+y^2} \times \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right)$$

$$(7) \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right) \left(\frac{a}{a+c} - \frac{b}{b+c}\right)$$

$$(8) \left(\frac{a}{bc} - \frac{b}{ac} - \frac{c}{ab} - \frac{2}{a}\right) \left(1 - \frac{bc}{a+b+c}\right)$$

$$(9) \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{a^2}{x^2} + \frac{x}{a} - \frac{a}{x} + 1\right) \left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x}\right)$$

$$(10) \left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x} + \frac{y}{b} - \frac{b}{y}\right) \left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x} - \frac{y}{b} + \frac{b}{y}\right)$$

$$(11) \left(\frac{x^4}{a^4} - \frac{a^4}{x^4}\right) \left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x}\right)$$

$$(12) \left(\frac{x^6}{y^3} - \frac{1}{y^3}\right) \left(\frac{x}{y^2} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x}\right)$$

$$(13) \frac{x^b \{ (a+b)x + ac \}}{x^{b+1} \{ (b+c)x + bc \}} \times \left(\frac{x}{x+b} + \frac{b}{x-b}\right)$$

第二十節

分數除算

百三十五 分數除算ハ分數公理ニ根據ス

第一格

百三十六 此格ハ全式ヲ以テ分數ヲ除ク者

(1) 設如ハCヲ以テ $\frac{ac}{b}$ ヲ除クヘシ

$$\begin{aligned} \frac{ac}{b} \div c \\ = \frac{ac \div c}{b} \\ = \frac{a}{b} \text{ 商} \end{aligned}$$

〔分解〕 分數公理値ノ變化第一理ニ依テ運算ス

(2) 設如ハCヲ以テ $\frac{ac}{x}$ ヲ除クヘシ

$$\begin{aligned} \frac{ac}{x} \div c \\ = \frac{ac}{x \times c} \\ = \frac{a}{x} \end{aligned}$$

〔分解〕 分數公理値ノ變化第二理ニ依テ運算ス

此二例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法〕

法ヲ以テ分子ヲ除キ式ハ分母ニ乘スヘシ

問 除算ハ何ニ根據スルヤ。(1) 例ヲ詳説セヨ。(2) ナ

問題第五十五

- (1) $\frac{a^2 b^2}{x^2 y}$ ヲ以テ $\frac{a^2 b^2}{x^2 y}$ ヲ除クハシ
- (2) $\frac{8 x^3 y^2 z^2}{x^2 y}$ ヲ以テ $\frac{4 x^2 y^2 z^2}{x + y}$ ヲ除クハシ
- (3) $\frac{x^2 - y^2}{x^2 y}$ ヲ以テ $\frac{x^2 - y^2}{x^2 y}$ ヲ除クハシ
- (4) $\frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$ ヲ以テ $\frac{x^2 - x y + y^2}{x^2 + 2 x y + y^2}$ ヲ除クハシ
- (5) $\frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2}$ ヲ以テ $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ ヲ除クハシ
- (6) $\frac{a^3 + 3 a^2 b + 3 a b^2 + b^3}{a - b}$ ヲ以テ $\frac{a^2 + 2 a b + b^2}{a - b}$ ヲ除クハシ
- (7) $\frac{x^2 + x y + y^2}{a b c}$ ヲ以テ $\frac{x^2 - y^2}{a b c}$ ヲ除クハシ

第二格

(百三十七) 此格ハ分数ヲ以テ全式或ハ分数ヲ除ク者

- (7) 設如ハ $\frac{b}{a}$ ヲ以テ m ヲ除クハシ

式 美

$$\frac{b}{a} = b a^{-1}$$

$$\therefore m \div \frac{b}{a} = m \div b a^{-1}$$

$$= \frac{m}{b a^{-1}}$$

$$= \frac{a m}{b} \text{ 商}$$

〔分 解〕 化法第三ニ
依テ法ヲ全式ニ化
シ商ヲ分数ニ化ス

- (2) 設如ハ $\frac{b}{a}$ ヲ以テ $\frac{d}{c}$ ヲ除クハシ

〔分 解〕 右上式ハ化法第三ニ依テ法實ヲ全式ニ化シ

式 算

$$\frac{d}{c} = dc^{-1}$$

$$\frac{b}{a} = ba^{-1}$$

$$\therefore \frac{d}{c} \div \frac{b}{a} = dc^{-1} \div ba^{-1}$$

$$= \frac{dc^{-1}}{ba^{-1}} = \frac{ad}{bc}$$

或ハ

$$\frac{d}{c} \div \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \times \frac{a}{b} = \frac{ad}{bc}$$

商

商ヲ分數ニ化ス此運算ニ依テ下式ノ如クナスベキヲ知ル

此二例ニ依テ法ヲ述レハ次ノ如シ

〔法〕第一 今式ト混式ハ分數ニ化スヘシ

〔法〕第二 法ノ分母子ヲ倒置シテ實ニ乘スヘシ

〔附〕第二格ハ如何。(1)例ヲ詳説セヨ。(2)ヲ○法第一ハ○法第二ハ

問題第五十五

(1) $\frac{3x^2y^4}{5a^2b} \div \frac{3x^2y^4}{70a^2b}$ ニテ除クヘシ

(2) $\frac{a}{1-a} \div \frac{a}{5}$ ニテ除クヘシ

(3) $\frac{3a^2}{a^2-b^2} \div \frac{a}{a+b}$ ニテ除クヘシ

(4) $\frac{3x}{2x-2} \div \frac{2x}{x-1}$ ニテ除クヘシ

(5) $\frac{(x+y)^2}{x-y} \div \frac{x-y^2}{(x-y)^2}$ ニテ除クヘシ

(6) $\frac{x+\frac{x}{x-1}}{x-1} \div \frac{x^2-2x}{x-1}$ ニテ除クヘシ

$$(7) \quad \frac{x^3 - 3x^2a + 3xa^2 - a^3}{x+a} = \frac{x-a}{x+a} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(8) \quad \frac{x^4y^4}{a^3+b^3} = \frac{x-y}{a^2-ab+b^2} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(9) \quad \frac{2ax + x^2}{c^3 - x^3} = \frac{x}{c-x} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(10) \quad \frac{x^2-9}{x^2+4x+4} = \frac{x+3}{x+2} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(11) \quad \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} = \frac{x^3+y^3}{xy} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(12) \quad \frac{x^4-3x^2+2}{x^2-6x+9} = \frac{x^2-5x+6}{x^2-2x+1} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

$$(13) \quad \frac{a^2+b^2-2ab-c^2}{c^2-a^2-b^2+2ab} = \frac{a+b+c}{b+c-a} \quad \text{ニテ除クハシ}$$

(百三十八) 差、加減ヲ合用スル除算時ノ最合分式ハ、
二例ヲホスハシ

$$(1) \quad \text{設如ハ} \quad \frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} = \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \quad \text{ニテ除ク}$$

式集

$$\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{2a^2 + 2b^2}{a^2 - b^2} \quad (A)$$

$$\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{4ab}{a^2 - b^2} \quad (B)$$

$$\therefore \frac{2a^2 + 2b^2}{a^2 - b^2} \times \frac{a^2 - b^2}{4ab} = \frac{a^2 + b^2}{2ab} \quad *$$

右算式ノ順序ニ依テ此法實ヲ分數ノ形狀即チ集合分數ト爲シ法實ノ分母ノ最小公倍數ヲ以テ此分母ニ乘スルハ簡易ニ答ヲ得ハシ

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{a-b}{a+b} \quad \left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} \right) (a^2-b^2)$$

$$\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} = \left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \right) (a^2-b^2)$$

$$\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a+b)^2 - (a-b)^2} = \frac{2a^2 - 2b^2}{4ab} = \frac{a^2-b^2}{2ab}$$

右兩式ノ比較スルニ此第一等標ノ右邊ト前算式中④式ノ第一等標ノ右邊ヲ以テ除算ヲ施ス者ト順次

ニ同形ナルヲ以テ此前後兩式ノ運算同理ナルヲ知ルヘシ

(2) 設如 $\frac{1}{x} + \frac{1}{xy^3} = y + \frac{1}{y} - 1$ ニテ除クヘシ

$$\frac{1}{xy} + \frac{1}{x^2y^3} = \frac{y^3+1}{x^2y^3}$$

$$y + \frac{1}{y} - 1 = \frac{y^3+1-y}{y}$$

$$\therefore \frac{y^3+1}{x^2y^3} \times \frac{y}{y^3+1-y} = \frac{y^3+1}{x^2y^3} \times \frac{y}{y^3+1-y} = \frac{y+1}{x^2y^2}$$

右算式ノ順序ニ依テ次ノ如ク分數ノ形狀ト爲メ法
ノ分母ノ最小公倍数ヲ此分母子ニ乗スレハ簡易ナル
ヲ知ルニシ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{xy^3} = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{xy^3}\right) xy^3$$

$$y + \frac{1}{y} - 1 = (y + \frac{1}{y} - 1) xy^3$$

$$\frac{y^3 + 1}{xy^4 + xy^2 - xy^3} = \frac{y^3 + 1}{xy^3(y^2 - y + 1)}$$

$$\frac{y + 1}{xy^2} = \frac{y^3 + 1}{xy^3(y^2 - y + 1)}$$

右二例ニ依リ集合分數ノ單一ノ形象ニ化スルニハ
其分母子ニ在ル分母ノ最小公倍数ヲ以テ其分母
子ニ乗スヘシ

又爰ニ分數式中ニ在ル文字ノ値ヲ置換シテ其式ノ値
ヲ求ムル例ヲ示スヘシ

(7) 設如ハ $x = \frac{ab}{a+b}$ ノ時 $\frac{2x-a}{2x-b} = \frac{a-x}{b-x}$ ノ値ハ

幾許

式 集

$$2x - a = \frac{2ab}{a+b} - a = \frac{2ab - a(a+b)}{a+b} = \frac{ab - a^2}{a+b}$$

$$2x-b = \frac{2ab}{a+b} - b = \frac{2ab-b(a+b)}{a+b} = \frac{ab-b^2}{a+b}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2x-a}{2x-b} &= \frac{ab-a^2}{a+b} \times \frac{a+b}{ab-b^2} = \frac{ab-a^2}{ab-b^2} \\ &= \frac{a(b-a)}{b(a-b)} = -\frac{a}{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a-x &= a - \frac{ab}{a+b} = \frac{a(a+b)-ab}{a+b} = \frac{a^2}{a+b} \\ b-x &= b - \frac{ab}{a+b} = \frac{b(a+b)-ab}{a+b} = \frac{b^2}{a+b} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a-x}{b-x} = \frac{a^2}{a+b} \times \frac{a+b}{b^2} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\therefore \frac{2x-a}{2x-b} = -\frac{a-x}{b-x} = -\frac{a}{b} = -\frac{a^2}{b^2} = -\frac{a}{b} \left(1 + \frac{a}{b}\right)$$

$$\text{或} \quad = -\frac{a}{b^2}(b-a) *$$

問題第五十六

左ノ諸題ノ値ヲ求ムハシ

$$(1) \left(5x^2 - \frac{1}{x}\right) : \left(x + \frac{1}{x}\right) \quad (2) (a^3 - \frac{1}{a^3}) : \left(a - \frac{1}{a}\right)$$

(16)

$$\frac{x}{x-1} = \frac{a^2}{x-1}$$

時

$$\frac{x-1}{x-1} = \frac{x-1}{x-1}$$

値ハ幾許

(15)

$$\frac{x}{x+1} = \frac{a^2}{x+1}$$

時

$$\frac{x-1}{x-1} = \frac{x-1}{x-1}$$

値ハ幾許

(12)

$$\frac{3x}{2} + \frac{x-1}{3} = \frac{13}{6}(x+1) - \frac{x}{3} - 2\frac{1}{2}$$

(13)

$$\frac{x+1 + \frac{6}{x-6}}{x-2 + \frac{3}{x-6}}$$

(14)

$$\frac{3}{x+1} = \frac{2x-1}{x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}}$$

$$4) \left(\frac{x^4}{a^4} - \frac{a^4}{x^4} \right) : \left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x} \right)$$

$$5) \left(\frac{x^3}{a} - 8a + \frac{72a^3}{x^2} \right) : \left(x^2 - \frac{2a^2}{x} \right)$$

$$6) \left(\frac{x^3}{y^3} - \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right)$$

$$7) \left(\frac{x^2}{a^2} + 1 + \frac{a^2}{x^2} \right) : \left(\frac{x}{a} - 1 + \frac{a}{x} \right)$$

(10)

$$\frac{1 - \frac{3}{a}}{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

(11)

$$\frac{5c + \frac{a-b}{2x}}{5c - \frac{a-b}{2x}}$$

(8)

$$\frac{a + \frac{m}{n}}{b - \frac{c}{d}}$$

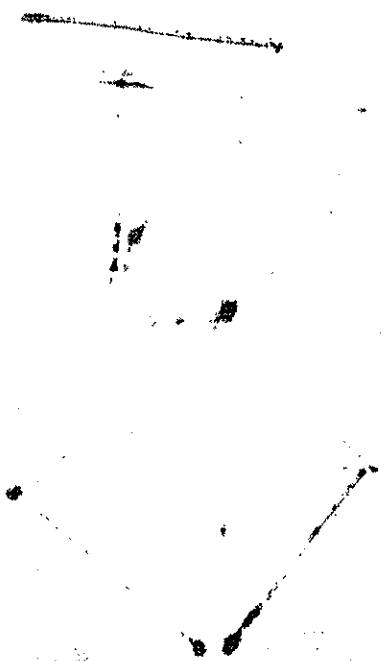
(9)

$$\frac{a + \frac{a}{3}}{b}$$

不規則な考へ方

(17) $x = \frac{a^2(b-a)}{b(c+a)}$ 、時 $\frac{x}{a} + \frac{x}{b-a} - \frac{a}{a+b}$ 、値、幾許

(18) $y = \frac{3x}{4}$ 、時 $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{y^2}{x^2-y^2}$ 、値、幾許



練習問題甲部

(1) $x = \frac{b}{3}, y = \frac{b}{3}$ 、時 $\frac{ax^2+by^2}{a+b}$ 、値、幾許

(2) $(a+b)(b+c-a)(c+a-b) = a(b^2+c^2-a^2) + b(c^2+a^2-b^2)$ ナルヲ示セ

(3) $x^4 - x^2y^2 + y^4$ ノ値ヲ變スルヲシ $(x+y)(x-y)$ ノ分母ヲ有ツ分數ニ化セ

(4) $m^2n^2 + x^2y^2$ ノ二項式ト多項式ノ兩乘數ニ分ツベシ

(5) $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1, x^4 - 1$ ノ最大公約法及最小公倍數ヲ求ム

(6) $\frac{(x+a)^2 - (b+c)^2}{(x+b)^2 - (a+c)^2}$ 最低分數ニ化ス

(7) $\frac{1}{x^2 - (a+b)x + ab} \cdot \frac{1}{x^2 - (a+c)x + ac} \cdot \frac{1}{x^2 - (b+c)x + bc}$

ノ最小通分母ニ化ス

(8) $(b+a)(ab+b^2+a^2)(b^2-ab+a^2)(a-b)$ 、積ノ幾許

(9) $(x+\frac{y}{2})^3 + (x+\frac{y}{2})^2y + (x+\frac{y}{2})y^2 - \{3x^2y + 6xy^2x + 2y^3\}$ 、

値ノ幾許

(10) $(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{x-1}{x^2+1}) - (\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2+1})$ 、値ノ幾許

(11) $(a-b)(x-a)(x-b) + (b-c)(x-b)(a-c) + (c-a)(x-c)$

$(x-a) = (a-b)(b-c)(a-c)$ ナルヲ證スハシ

(12) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 6} \times \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 6x + 9}$ 、幾許

(13) $\frac{\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab}}{\frac{a^2}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a}}$ 、單一ノ形象ニ化ス

(14) 卷之二除算第三格ニ依テ左ノ商ヲ求メハシ

$(\frac{x^3 - 14x^2}{8} + \frac{x}{3} - \frac{1}{8}) \div (\frac{2x}{3} - \frac{1}{2})$

(15) $a^4 + b^4 - 2(a^2b^2 - b^2c^2 + a^2c^2) = (a^2 - b^2)(a^2 - b^2 - c^2)$

ナルヲ證スハシ

$$(16) \quad \frac{(a+b-c)(a-b+c)}{a-b-c} \times \frac{c+b-a}{(c-b-a)(b-c-a)} \quad \text{積、幾許}$$

$$(17) \quad \frac{1}{x^2(a+b)x+ab} + \frac{1}{x^2(a+c)x+ac} + \frac{1}{x^2(b+c)x+bc}$$

ノ値、幾許

$$(18) \quad \frac{(a^2+ab+b^2)(a+b)}{a^2+ab+b^2} = a+b \quad \text{ナハ、示セ}$$

$$(19) \quad \frac{x^{m-1}y^{2n}}{x^{2m}y^{n+1}} \quad \text{ノ最低分數ニ化セ}$$

$$(20) \quad \frac{x^{3m}+a^{2m}+b-2ax}{x-a} \quad \text{ノ商ヲ五項迄求ム}$$

$$(21) \quad \frac{a-b+c-d}{a-b+c-d} \quad \text{ノ正指數ノ式ニ化セ}$$

$$(22) \quad \text{(百三)ニ依テ左ノ二式ノ最大公約法ヲ求メ}$$

$$x^3+7x^2+17x+15, \quad x^3+8x^2+19x+15$$

$$(23) \quad \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad \text{ノ和}$$

$$(24) \quad 3ab^2m, 27b^{m+2}c^m, 9ab^{m-1}c^{m-1} \quad \text{ノ最小公$$

倍數ヲ求ム

$$(25) \quad x^2-5x+6 \quad \text{ヲ以テ } (x^2-3x+2)(x-3) \quad \text{ノ除キタル商}$$

ハ幾許

(26) $a=b$ の時 $\frac{a+1}{b} - 2 + \frac{b-1}{a}$ の値、幾何

$$\frac{a-1}{b} - 2 + \frac{b+1}{a}$$

(27) 左式ノ商ヲ(14)ノ如ク求ム

$$\left(x^4 - \frac{19}{8} a^2 x^2 + \frac{a^2 x}{8} + \frac{a^4}{8} \right) \div \left(x^2 - 2ax + \frac{a^2}{2} \right)$$

(28) $x - cy$ ヲ以テ $x^3 - (a+c)x^2y + (b+ac)x^2y^2 - bcy^3$ 除クハジ

(29) $\frac{a^3 n b - 2 m c - f}{a - (n+g)b - (m+g)c m f}$ 全式ニ化セ

(30) $x = \frac{ab}{a+b}$ の時 $\frac{x+2a}{2b-x} + \frac{x-2a}{2b+x} - \frac{4ab}{4b^2-x^2}$ の値、幾何

(31) $x^6 - 3x^5 + 6x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 3x + 7 + x^6 - x^5 + 2x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1$ の最大公約法ヲ求ム

(32) 心算ヲ以テ $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a^2-b^2) - (a-b)^2}$ の値ヲ求ム

(33) $x = a$ $\frac{(x-b)(x-c)}{x+a}$ の値、幾何

(34) $\frac{x^2 - x^2 - y^2 + 2xy}{x^3 + y^3 + x^3 + 3y^2x + 3y^2x}$ の最低分数ニ化セ

(35) $a=a, b=b$ の時、左式ノ値ヲ求ム

$$\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \right) \div \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} \right)$$

$$(36) \quad x^{2n} + y^{2n} - 2x^n y^n + \frac{x^{4n} + y^{4n} - 2x^{2n} y^{2n}}{2x^n y^n + y^{2n} + x^{2n}}$$

分數ニ化セ

$$(37) \quad \text{卷之一 乘算ヲ以テ} \left(\frac{3x^2}{2} - 5x^2 + \frac{x}{4} + 9 \right) \left(\frac{x^2}{2} - x + 3 \right)$$

ノ積ヲ求ムニシ

$$(38) \quad (a^m + b^m + c^m)(a^n + b^n + c^n) \text{ノ値ノ幾何}$$

$$(39) \quad \frac{x^{2m} - (a-b)x^m + ac}{x^m + c} = \frac{x^{2m} - (a+c)x^m + ac}{x^m + b}$$

$$\frac{x^m + a}{x^{2m} - (b+c)x^m + bc} \text{ノ和ノ幾許}$$

練習問題乙部

$$(1) \quad x^6 + ax^4 + a^2x^3 + a^3x^2 + a^4x + a^5 + x^5 - ax^4 + a^2x^3 - a^3x^2 + a^4x - a^5 \text{ノ最小公倍数ヲモトム}$$

$$(2) \quad a^3 + 5a^2x + 7ax^2 + 3x^3 + a^3 + 5a^2x - a^3 - 5a^2x - a^2x^2 - 3ax^3 - a^3 - a^2x^2 - 5ax^3 + 3x^3 \text{ノ最大公約法ノ幾許}$$

$$(3) \quad (x^{19} - 1) \div (x - 1) = x^{18}(1 + x^{17} + x^{16} + \dots + x^{18} + 1 + x + \dots + x^{18})$$

$$(4) \quad (a+b)(x+a) = x^2b + ax^2 + a^2x + a^3$$

(x+a)ヲ除クノシ

$$(5) \frac{1}{(a-b)(a-c)(x-a)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)(x-b)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)(x-c)}$$

ノ値ノ幾許

$$(6) x = \frac{a+1}{ab+1}, y = \frac{ab+a}{ab+1} \quad \text{、時} \quad \frac{x+y-1}{x-y+1}$$

値ヲ求ムノシ

$$(7) \frac{a^m}{(a+b)^n} + \frac{a^{m-2}b^2}{(a+b)^{n-1}} + \frac{a^{m-2}b^2}{(a+b)^{n-2}} \quad \text{ノ値ノ幾許}$$

$$(8) \frac{x^6 - x^{-2} - (x^{-6} + x^2)}{x^2 + x - (x^{-2} - x^{-1})} \quad \text{ノ最低分數ニ化ス}$$

$$(9) (x^n + y^m)(x^{4n} - x^{3n}y^m + x^{2n}y^{2m} - x^n y^{3m} + y^{4m})$$

ノ積ノ幾許

$$(10) (x^{6m} - 2a^2x^{4m} + 2a^4x^{2m} - 4a^6)(x^{3m} - ax^{2m} + a^2x^m - a^3)(x^m + a) = (x^{6m} + a^6)(x^{2m} - a^2)^2 +$$

1ヲ證スノシ

$$(11) a^2b - ab^2 - ab + a - b = (a-b)\left\{(ab+1) - \frac{ab}{a-b}\right\}$$

ナルコノ證スノシ

$$(12) \left(1 + \frac{x}{1+x+\frac{2x^2}{1-x}}\right) \left(1 - \frac{1}{1+\frac{1}{x}}\right) \quad \text{ノ値ノ幾許}$$

$$(13) \quad \frac{a^m + b^m}{a^m - b^m} + \frac{a^m - b^m}{a^m + b^m} = \frac{a^m - b^m}{a^m + b^m} + \frac{a^m + b^m}{a^m - b^m}$$

$$\frac{a^m + b^m}{a^m - b^m} - \frac{a^m - b^m}{a^m + b^m} = \frac{a^{2m} - b^{2m}}{a^{2m} + b^{2m}} + \frac{a^{2m} + b^{2m}}{a^{2m} - b^{2m}}$$

$$(14) \quad (x^2 y^2 + 1)(y^2 - x^2) = y^2 y^2 (y^2 + 1) - x^2 x^2$$

$$(15) \quad (x^2 - 1) + (x^2 + y^2)^2 + 2xy =$$

$$(b-1)(a+1) + (b+1)(a-1)(b+1) - (a-1)(b-1)(b+1) - (a-1)(b-1)(a+1)$$

$$\frac{(a^2-1)(b^2-1)}{2(a^2-2+b^2)} + \text{リト其證ヲ示セ}$$

代數學教授書卷之三

中條澄清

明治十一年五月三十一日出板御届
同 十二年四月十五日納本

定價四十錢

愛媛縣士族

譯者出板人

中條澄清

諸國弘

鳥居

通書林

松村九兵衛

東京大傳馬町二丁目

東生龜次郎

西京寺町通四條上

田中治兵衛