

## 小型分光器を用いた複屈折の簡易測定と解析 — OPPフィルムを用いた教育用実験への試行 —

Basic measurements and analysis of birefringence using a spectroscope

— Trial for educational experiments using OPP film —

宇 藤 茂 憲

Shigenori UTOH

福岡教育大学 教育学部 理科教育ユニット

Science Education Course, Department of Education, University of Teacher Education Fukuoka

(令和3年10月12日受付, 令和3年12月23日受理)

キーワード: 複屈折, 光学遅延 (リターゼーション), 干渉次数, 波長分散, 偏光板, 小型分光器, OPPフィルム

偏光方向を直交させた2枚の偏光板を重ねて, 一方の偏光板 (ポーライザ: 以下  $P_{ol}$ ) から白色光を入射させて他方の偏光板 (アナライザ: 以下,  $A_{na}$ ) から覗くと光は遮断される。しかし, 複数枚の透明な複屈折フィルムを様々な方向にずらせ, 厚みを変化させて重ねたものをこの直交する偏光板2枚の間にはさんだ後,  $P_{ol}$  側から白色光を入射させて  $A_{na}$  から観察すると, 幾つもの色が出現する。<sup>1)</sup> フィルムの複屈折現象によるこの発色は, 複屈折率 (以下, 複屈折:  $\Delta n$ ) とフィルム厚  $d$  の積である光学遅延  $d\Delta n$  (リターゼーション) で理解できる。<sup>2)</sup>  $A_{na}$  からの透過偏向光強度を小型分光器で測定して複屈折  $\Delta n$  を解析する課題を, 高等学校および教育系大学での基礎物理学の教育用実験として提示した。

### 1. はじめに

光の電場で生じる物質内の分極が, 物質の分子構造や配向状態によって特定の方向に偏るものを光学異方性物質という。<sup>2)</sup> ガラスなどの光学的に等方な物質とは違って, このような物質では, 屈折率や光吸収係数などの光学定数が光の結晶軸に, 或いは屈折率率円体に入射する方向によって異なるため, 光学異方性物質を通過する光の振る舞いは特異である。例えば, 方解石を用いて文字が二重にみえる現象などは高等学校においても紹介されている。高分子フィルムの製造プロセスでは, 延伸力を強めることで高分子内の結晶領域の配向度が向上 (図1) し, 複屈折の光学異方性が発現する。1軸方向に延伸する極限状態である完全1軸配向における固有複屈折 ( $\Delta n_0$ ) は高分子の種類によってその値は異なる。また, 複屈折の値は延伸力の程度 (例, 2次元延伸) やフィルムを成型する際の融解温度などにも依存する。<sup>3)</sup> 複屈折はフィルムなどの (高分子分子鎖) 配向度を測る指標の1つにもなっている。

偏光板2枚の間に複屈折フィルムをはさんで生じる発色現象を教育 (小中) 現場の出張講義や地域活動での科学啓発実験で演示する場合, 使用する複屈折フィルムとして廉価な市販品 OPP (Oriented Poly Propylene) テープを用いている。ポリプロピレン (以下, PP) 製テープは, テー

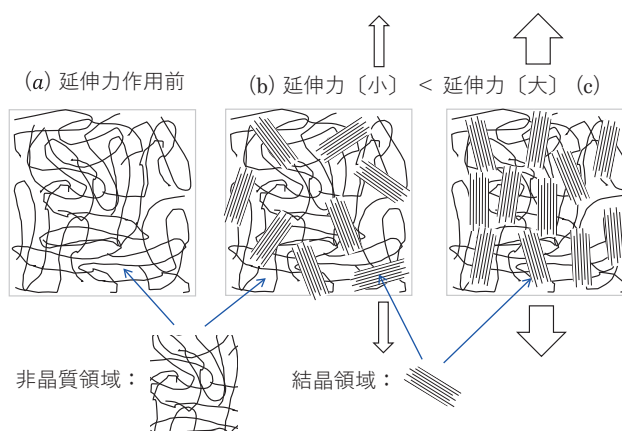


図1 高分子フィルムの非晶質と結晶の概念図

(a) 高分子フィルム製造過程の延伸力作用前の状態 (非晶質), (b) 延伸力作用させたときの結晶領域とその配向, (c) 更に延伸力作用させると結晶の配向度が高まる

プの長さ方向の屈折率と幅方向の屈折率に差のある複屈折フィルムとして知られている。この OPP テープの複屈折  $\Delta n$  などの光学的特性を、つまりこの素材の基礎的な物性を OPP 製造元が検証していないことを切っ掛けとして、教育用実験の試行をおこなった。複屈折現象の基礎を修得しながら廉価な光学器具や小型分光器を用いて簡便に測定して  $\Delta n$  をデータ解析でき、かつ時間的制約内（約 2.5 時間）での実施を目指した教育用実験の試みである。

## 2. 原理<sup>2)</sup>

光学異方性物質では、結晶に侵入する入射光の角度によって屈折率が異なる。屈折率の記載の仕方として、3次元の各方向に対する屈折率を作図した屈折率楕円体がよく使われている（図2）。この楕円体の中心（図の原点）を通る平面で屈折率楕円体を切ると、円になる角度が存在し、この円の面に垂直な軸を“光学軸”という。光学軸が1つであれば「光学的1軸性」、2つであれば「光学的2軸性」という。屈折率楕円体の  $x$ - $y$ - $z$  各軸の屈折率を  $n_x, n_y, n_z$  で表記すると、

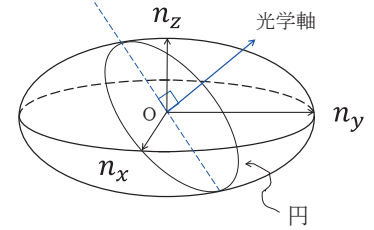


図2 屈折率楕円体（本文参照）

- (1)  $n_x = n_y = n_z$  では、楕円体は球となり複屈折現象は生じない
- (2)  $n_x = n_y \neq n_z$  では、1軸性結晶で楕円体の光学軸は  $z$  軸で、 $z$  軸方向に進行する光は複屈折現象を示さない。他の方向に進む光は常光（光学軸に垂直に振動）と異常光（常光と垂直に振動）に分離する。
- (3)  $n_x \neq n_y \neq n_z$  では、光学軸が2つ存在し、光学軸以外の方向に進む光は複屈折現象を示すが、光は何れも異常光である。

1軸性結晶(2)の例として、高分子複屈折フィルムの光学遅延による複屈折現象を考える。 $P_{ol}$  と  $A_{na}$  を平行、或いは直交させ、 $P_{ol}$  と複屈折フィルムは  $45^\circ$  に設定して測定後、データ解析をおこなう。以下では、それぞれの角度設定は任意として取り扱った（図4）。

図3に示すように、複屈折フィルムに垂直な  $Y$  軸を光の進行方向とし、複屈折フィルムの遅相軸（テープ長方向：屈折率  $n_y$ ）を  $Z$  軸に、また進相軸（テープの幅方向：屈折率  $n_x$ ）を  $X$  軸とする。ここで、複屈折は、 $\Delta n = n_y - n_x$  である。この複屈折フィルムの  $Z$ - $X$  面において、 $P_{ol}$  の偏光方向（青色矢印）および  $A_{na}$  の偏光方向（白抜き赤矢印）を図4に示す。 $Z$  軸と  $P_{ol}$  偏光方向のなす角度を  $\theta_0$  [°]、 $Z$  軸と  $A_{na}$  偏光方向のなす角度を  $\theta_2$  [°] とすると、 $P_{ol}$  と  $A_{na}$  のなす角度は  $\theta_1$  [°] である（ $\theta_0 = \theta_1 + \theta_2$ ）。これらの設定において、白色光を  $P_{ol}$  で直線偏光した後、複屈折フィルムを通過させて、 $A_{na}$  から出射する光の強度をもとめる。

直線偏光が複屈折フィルム（ $d$ ：厚み）内を、つまり  $Y$  軸上を  $0$  から  $d$  まで進行したときの光の位相差  $\delta$  は、

$$\delta = k_z d - k_x d = d(2\pi/\lambda_z - 2\pi/\lambda_x) = d(2\pi n_y/\lambda_0 - 2\pi n_x/\lambda_0) = 2\pi \Delta n d / \lambda_0 \quad (1)$$

但し、 $k$  は角波数、 $\lambda$  は光の波長である。添え字は複屈折フィルムの遅相軸および進相軸を意味する。また、

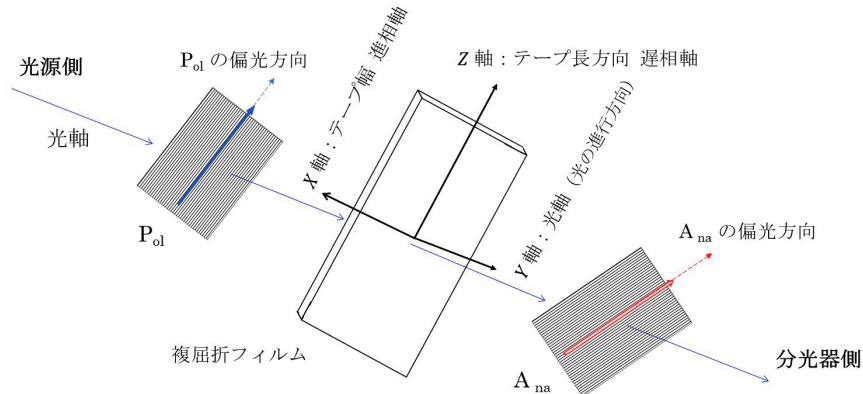


図3 複屈折フィルムに固定した  $X$ - $Y$ - $Z$  軸と  $P_{ol}$  および  $A_{na}$  の位置関係（立体図）

$Y$  軸は複屈折フィルム平面に垂直で、実験光学系の光軸に一致する。 $P_{ol}$ 、複屈折フィルム、 $A_{na}$  の各面は平行に設置する。 $Z$  軸は OPP テープの長さ（遅相軸）方向で、 $X$  軸は同テープの幅（進相軸）方向である。 $X$  軸、 $Y$  軸、 $Z$  軸は互いに直交する。

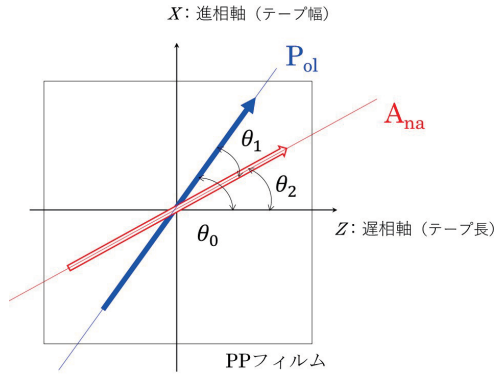


図4 複屈折フィルムに固定した Z-X 軸と P<sub>ol</sub> および A<sub>na</sub> の偏向方向の位置関係 (平面図)

$\theta_0$ : Z 軸と P<sub>ol</sub> 偏光方向のなす角度,  $\theta_1$ : P<sub>ol</sub> と A<sub>na</sub> のなす角度,  $\theta_2$ : Z 軸と A<sub>na</sub> 偏光方向のなす角である。Y 軸は紙面奥から手前へ向いている。

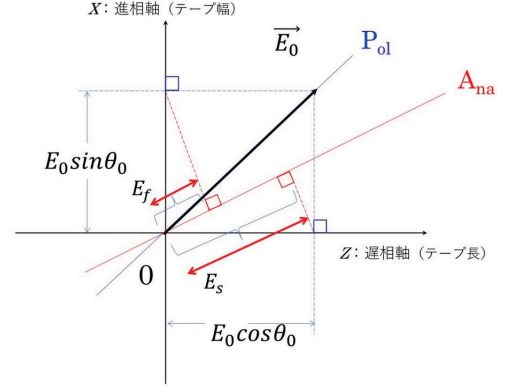


図5 A<sub>na</sub> から出力される偏向光の強度の計算図

P<sub>ol</sub> による偏向光が複屈折フィルムを通過した後,  $E_f$  は  $E_0 \sin \theta$  の A<sub>na</sub> 方向成分,  $E_s$  は  $E_0 \cos \theta$  の A<sub>na</sub> 方向成分を示す。

$\lambda_0$  はフィルム入射前の波長を示す。ここで,  $\Delta nd$  は光学遅延 (リターゼーション) である。

P<sub>ol</sub> で直線偏光した光は, 複屈折フィルムで Z 軸成分と X 軸成分に分離される。この 2 つの直線偏向光は A<sub>na</sub> の偏向方向成分に合成されて, A<sub>na</sub> から出射する (図 5)。A<sub>na</sub> の偏向方向の単位ベクトルを  $\vec{e}_A$  とすれば,

$$\vec{E}_f = E_f \exp[i(\omega t - ky)] \vec{e}_A \quad (2)$$

$$\vec{E}_s = E_s \exp[i(\omega t - ky + \delta)] \vec{e}_A \quad (3)$$

となる (図 5)。P<sub>ol</sub> を通過した直線偏向光の電場の強度を  $E_0$  とすると,

$$E_f = E_0 \sin \theta_0 \cos(90 - \theta_2) = E_0 \sin \theta_0 \sin \theta_2 \quad (4)$$

$$E_s = E_0 \cos \theta_0 \cos \theta_2 \quad (5)$$

であり, 合成波は,

$$\vec{E} = \vec{E}_f + \vec{E}_s = [E_f + E_s \exp(i\delta)] \exp[i(\omega t - ky)] \vec{e}_A$$

$$\therefore |\vec{E}|^2 = E_f^2 + E_s^2 + E_f E_s \cos \delta \quad (6)$$

となる。

上記の式に, (4) と (5) を代入して整理すると,

$$\therefore |\vec{E}|^2 = E_0^2 \{ \cos^2(\theta_0 - \theta_2) - \sin 2\theta_0 \sin 2\theta_2 \sin(\delta/2) \} \quad (7)$$

となる。

測定では, P<sub>ol</sub> と A<sub>na</sub> を垂直 (⊥) および平行 (//) に配置して, その間に複屈折フィルムを設置するので,

I. P<sub>ol</sub> と A<sub>na</sub> が垂直の場合, 図 4 に示す  $\theta_0 = \theta_1 + \theta_2$  と  $\theta_1 = 90^\circ$  より,  $\theta_2 = \theta_0 - 90$

$$|\vec{E}|_{\perp}^2 = E_0^2 \sin^2 2\theta_0 \sin^2(\delta/2) = E_0^2 \sin^2 2\theta_0 \sin^2(\pi \Delta nd / \lambda_0) \quad (8)$$

II. P<sub>ol</sub> と A<sub>na</sub> が平行の場合, 同図に示す  $\theta_0 = \theta_1 + \theta_2$  と  $\theta_1 = 0^\circ$  より,  $\theta_2 = \theta_0$

$$|\vec{E}|_{//}^2 = E_0^2 \{ 1 - \sin^2 2\theta_0 \sin^2(\delta/2) \} = E_0^2 \{ 1 - \sin^2 2\theta_0 \sin^2(\pi \Delta nd / \lambda_0) \} \quad (9)$$

(8) 式と (9) 式より,

$$|\vec{E}|_{\perp}^2 / (|\vec{E}|_{\perp}^2 + |\vec{E}|_{\parallel}^2) = \sin^2 2\theta_0 \sin^2(\pi \Delta n d / \lambda_0) \quad (10)$$

$$|\vec{E}|_{\parallel}^2 / (|\vec{E}|_{\perp}^2 + |\vec{E}|_{\parallel}^2) = 1 - \sin^2 2\theta_0 \sin^2(\pi \Delta n d / \lambda_0) \quad (11)$$

となる。複屈折フィルムに固定した Z 軸と  $P_{ol}$  偏光方向のなす角度  $\theta_0 = 45^\circ$  で測定をおこなうので,

$$|\vec{E}|_{\perp}^2 / (|\vec{E}|_{\perp}^2 + |\vec{E}|_{\parallel}^2) = \sin^2(\pi \Delta n d / \lambda_0) \quad (12)$$

$$|\vec{E}|_{\parallel}^2 / (|\vec{E}|_{\perp}^2 + |\vec{E}|_{\parallel}^2) = \cos^2(\pi \Delta n d / \lambda_0) \quad (13)$$

また, (13) - (12) より,

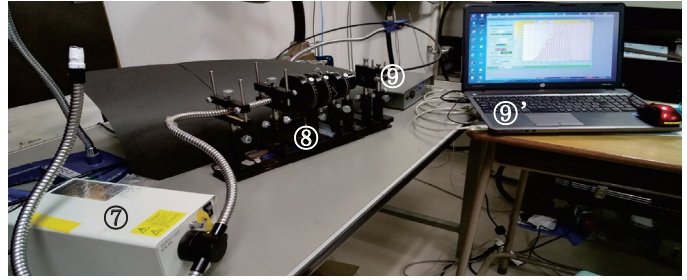
$$(|\vec{E}|_{\parallel}^2 - |\vec{E}|_{\perp}^2) / (|\vec{E}|_{\perp}^2 + |\vec{E}|_{\parallel}^2) = \cos(2\pi \Delta n d / \lambda_0) \quad (14)$$

となる。本報告では (12) 式に基づいてデータ解析をおこなう。ここで,  $|\vec{E}|_{\perp}^2 + |\vec{E}|_{\parallel}^2 = E_0^2$  である。以下  $I_{\perp} = |\vec{E}|_{\perp}^2$ ,  $I_{\parallel} = |\vec{E}|_{\parallel}^2$  と表示する。

### 3. 実験方法

複屈折を測定する方法は, 大きく 2 つに分類される。屈折率の直接測定とスペクトルを測定して複屈折を計算する方法である。<sup>2, 4)</sup> 前者は, 例えば偏光板を用いて複屈折物質の各偏光方向に対して屈折計などで測定する方法である。偏光顕微鏡による測定も直接測定に属する。後者は, 分光器などを用いたスペクトル測定から複屈折を算出する方法である。本報告では, 後者のスペクトル法を用いて, 干渉現象の 1 例として高校生および大学生向け基礎実験として取り上げる。

実験のようすを写真 1(a)(b) と図 6 に示す (番号は写真と図に対応)。(1) 光ファイバ [Tokina, LFG6B-500S] と固定台 (シグマ光機, U1/4-67), (2)  $P_{ol}$  [シグマ光機, 偏光板 SPF-50C-32 ( $\lambda = 400 \sim 700$  nm) 50  $\phi$  mm, 3' mm] と回転式固定台 (シグマ光機, PH-50-ARS), (3) 複屈折フィルム (3M 製 OPP film) と回転式固定台 (シグマ光機, PH-50-ARS), (4)  $A_{na}$  と固定台 (3 と同じ), (5) 片平凸レンズ (焦点距離 25 mm, エドモンドジャパン SLB-25-40P ノーコート), (6) 光ファイバ [エドモンドジャパン VIS/NIR ファイバ (340 - 2500 nm), コア径 600  $\mu$ m, 1.5 m] と固定台 (シグマ光機, U1/4-67) の光学器具を経て, (9) 小型分光器 [ラムダビジョン, SA-100W ( $\lambda = 220 \sim 1000$  nm), 分解能 0.8 nm] で波長別の強度を測定した。(7) は白色光源 [Tokina, KTX-100 (ハロゲンランプ: HLX64637)] で,



(a)



(b)

写真 1 (a) 測定の様子 (b)  $P_{ol}$ , 複屈折フィルムと  $A_{na}$  周辺の光学機器  
写真の番号は図 6 および本文と一致する

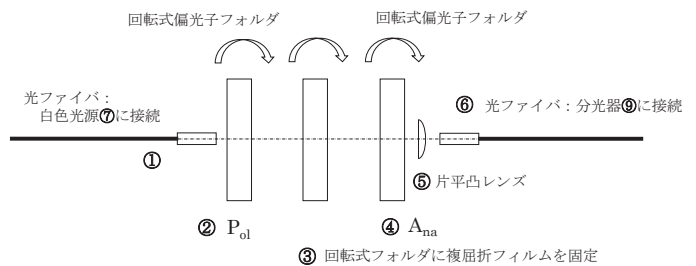




表 1 実験で用いた光学器具および小型分光器の適正使用波長範囲

使用した光学機器	適正波長 範囲[nm] (公表値)	備考
ハロゲンランプ	360 ~ 3000	印加電圧(発熱温度)依存有
偏光板	400 ~ 700	可視光域
ガラスファイバ	340 ~ 2500	VIS/NIR ファイバ
小型分光器	220 ~ 1000	分光器の CCD などに依存

⑧は①から⑥の光学器具，⑨は小型分光器制御および解析用パソコンである。尚，各光学機器の適正使用波長範囲を表 1 に示す。

小型分光器の制御およびデータ収集は，小型分光器付属のソフト（Spectra View S）を用いた。露光時間を 1 ms に設定して 10 回積算でデータ収集した。バックグラウンド測定の際は，小型分光器に接続している光ファイバ部分のみを遮光板で覆った。データ収集するときは遮光板を外して測定した。何れの場合も，天井照明を点灯した実験室で写真 1(a) の⑧全体を暗幕で覆っておこなった。バックグラウンドの測定後， $P_{ol}$ ，サンプル（複屈折フィルム）， $A_{na}$  の各角度を設定して順次 ( $I_{//}$  と  $I_{\perp}$ ) 測定した。バックグラウンドを除去したデータで解析した。 $A_{na}$  通過後の偏向光強度を分光器で測定する場合，広帯域偏光解消板を用いることが多いが，本測定では  $A_{na}$  通過光を光ファイバで小型分光器に導いたので必要としなかった。尚，データは「.csv」方式で保存し，データ解析は汎用表計算ソフト（マイクロソフト Excel）でおこなった。 $P_{ol}$ ，PP フィルム， $A_{na}$  の幾何学的配置の測定条件は，複屈折フィルムは  $P_{ol}$  に対して  $45^{\circ}$  に固定し， $P_{ol} // A_{na}$  および  $P_{ol} \perp A_{na}$  である。

複屈折フィルムとして，市販品の 3M 製の透明な 2 軸延伸 OPP フィルム巻テープを用いた。膜厚は  $65 \mu m$  で，厚みの内訳は OPP フィルムが  $40 \mu m$  で粘着層が  $25 \mu m$  である。例えば，テープ 12 枚を重ねて使用する場合，粘着層を付けたままで  $40 \mu m \times 12 \text{ 枚} = 480000 \text{ nm}$  厚みの複屈折フィルムとして測定に用いた。但し，粘着層は複屈折現象に関与しないとして実験をおこなった。

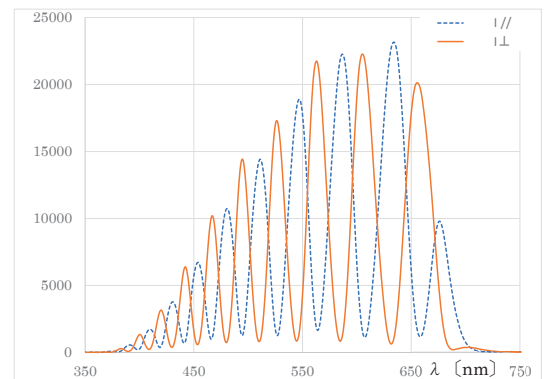
### 3. データ解析と結果

#### 3-1. データ解析 1：干渉次数を用いた複屈折の評価

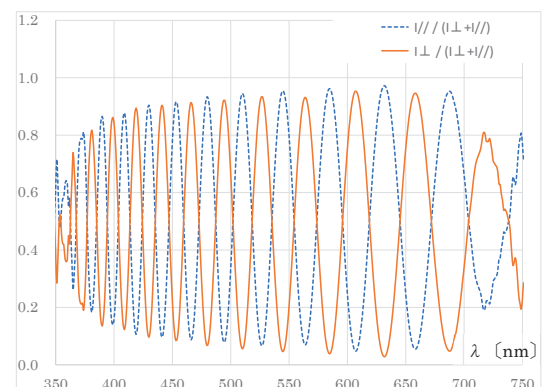
小型分光器で測定したデータ（バックグラウンド除去済）を図 7(a) に示す。(12) 式左辺に示す測定データを処理した後の“透過光強度 vs. 波長”のスペクトルを図 7(b) に示す。照射光および透過光を単色 ( $\lambda_{single}$ ) と仮定すると，複屈折の増減，或いはフィルムの厚みが増減することで光学遅延は連続的に変化し，透過光強度は周期的に変化するため，(12) 式右辺の位相は，

$$\Delta nd = p\lambda_{single} + \delta (0 \leq \delta < \lambda_{single}) \quad (15)$$

と示せる。ここで， $p$  は干渉次数と定義される。<sup>2)</sup> 一方，光学遅延  $\Delta nd$  を一定にして光の波長を連続的に変化させて照射する場合，つまり白色光を照射して分光測定をおこなうと周期的変化 [例，図 7(b) の  $I_{\perp} / (I_{\perp} + I_{//})$ ] が生じる。



(a)



(b)

図 7 測定で得たスペクトル

(a) 小型分光器で測定したバックグラウンド除去後のスペクトル

青色点線は  $I_{//}$ ，橙色実線は  $I_{\perp}$  を示す。横軸は波長[nm]，縦軸は強度[任意の値]である。

(b) (12) 式と (13) 式の各左辺に基づいて測定データを処理したスペクトル

青色点線は  $I_{//} / (I_{\perp} + I_{//})$ ，橙色実線は  $I_{\perp} / (I_{\perp} + I_{//})$  を示す。何れも，複屈折フィルムの遅相軸を  $P_{ol}$  に対して  $45^{\circ}$  傾けている。横軸は波長[nm]，縦軸は強度[規格値]である。

透過光強度が極小となる場合を考えると、干渉次数は波長の増加に伴い1つずつ減少するので、(15)式より、次の関係式で光学遅延および干渉次数をもとめることができる。

$$p\lambda_1 = (p-m)\lambda_2 = \Delta n d \quad (16)$$

$$p = m\lambda_2 / (\lambda_2 - \lambda_1) \quad (17)$$

但し、 $m$  は干渉次数の差、この  $m$  の差の関係にある波長が  $\lambda_2$  と  $\lambda_1$  である。 $m=1$  であれば、連続する極小値の波長を示す。複屈折は、

$$\Delta n = p\lambda_1 / d \quad (18)$$

となる。<sup>脚注1</sup> 透過光強度の極大値で解析する場合も同様に考えることができる。但し、(12)式右辺の  $\sin$  の位相より、極小値では干渉次数は整数値 (1/2 の偶数倍) となり、極大値では 1/2, 3/2, 5/2 …… の値 (1/2 の奇数倍) となる。

図 7(b) の  $I_{\perp} / (I_{\perp} + I_{\parallel})$  スペクトルの  $\lambda = 400$  nm 近傍から 700 nm 辺りの極小値および極大値から、(17) と (18) 式でおこなったデータ解析を表 2(a) (b) に示す。干渉次数の差を  $m=1$  として、計算した結果を表の「 $p$  値 (17) 式」の D 列に示している。例えば、計算した極小値の  $p$  値が 21.53 の場合、(12) 式右辺より極小値での  $p$  値は整数となるので、21 或いは 22 と推定できる。極小値でこれを順次繰り返して得た推定値を表 2(a) の E 列 8 行から 16 行に記載している。各極小値の  $p$  値は連続する整数値になるので各極小値の  $p$  値をこの表の F 列 8 行から 16 行に示すように決定した。一方、同じグラフの極大値から同様なもとめ方で  $p$  値を決定する。表 2(b) の E 列 21 行から 29 行に推定値を、F 列 21 行から 29 行干渉次数の決定値を示している。これらの結果より  $\Delta n$  の値を干渉次数よりもとめ (G 列 8 行から 16 行および 21 行から 29 行)、平均値  $\overline{\Delta n} = 17.0 \times 10^{-3}$  を得た。ここで、この方法は波長に依存しないと仮定した  $\Delta n$  値の検証となる。

表 2 干渉次数で複屈折をもとめる「データ解析その 1」の汎用表計算ソフトの解析画面 (例として、 $m=1$  の場合を表示)

- (a) 極小値からのもとめ方  
 (ア) 干渉次数でデータ解析する  $m$  の値をセル (4, C) に、フィルムの厚み [ $\mu\text{m}$ ] をセル (5, C) に記入  
 (イ) (12) 式左辺のデータ処理したデータ [図 7(b) の  $I_{\perp} / (I_{\perp} + I_{\parallel})$ ] から各極小値の波長の値 [nm] を低波長側から B 列 8 行以下に記入  
 (ウ) C 列に「 $\lambda_2 - \lambda_1$ 」の計算を、D 列に (17) 式を実行 (セルに各式を組込済)  
 (エ) 計算で得た D 列の値から、E 列 8 行以下に各極小値での推定値 (1/2 の偶数倍: 整数) を記入  
 (オ) F 列に決定値 (8 行以下は連続した整数値) を記入  
 (カ) G 列で (18) 式右辺の計算を実行 (セルに式を組込済)  
 (b) 極大値からのもとめ方 [(ア), (ウ) および (カ) は (a) と同じ]  
 (ア) 干渉次数でデータ解析する  $m$  の値をセル (4, C) に、フィルムの厚み [ $\mu\text{m}$ ] をセル (5, C) に記入  
 (イ') (12) 式左辺に基づいて処理したデータ [図 7(b) の  $I_{\perp} / (I_{\perp} + I_{\parallel})$ ] から各極大値の波長の値 [nm] を低波長側から B 列 21 行以下に記入  
 (ウ) C 列に「 $\lambda_2 - \lambda_1$ 」の計算を、D 列に (17) 式を実行 (セルに各式を組込済)  
 (エ') 計算で得た D 列の値から、E 列 21 行以下に各極大値での推定値 (1/2 の奇数倍) を記入  
 (オ) F 列に決定値 [21 行以下は 1/2  $\times$  奇数で上下セルの値の差が 1] を記入  
 (カ) G 列で (18) 式右辺の計算を実行 (セルに式を組込済)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4		m の値	1					
5		厚み [ $\mu\text{m}$ ]	480					
6		<干渉次数は整数値>						
7		I min. [ $\lambda$ nm]	$\lambda_2 - \lambda_1$	p 値 (17) 式	p 値の候補	p 値	$\Delta n$ (18) 式	
8		390	19	21.53	21 or 22	21	0.0171	
9		409	21	20.48	20 or 21	20	0.0170	
10		430	24	18.92	18 or 19	19	0.0170	
11		454	26	18.46	18 or 19	18	0.0170	
12		480	30	17.00	17,	17	0.0170	
13		510	35	15.57	15 or 16	16	0.0170	
14		545	40	14.63	14 or 15	15	0.0170	
15		585	47	13.45	13 or 14	14	0.0171	
16		632	56	12.29	12 or 13	13	0.0171	
17		688					0.01704 ← $\overline{\Delta n}$	
18								
19		<干渉次数は m/2 の (m: 奇数) 値>						
20		I max. [ $\lambda$ nm]	$\lambda_2 - \lambda_1$	p 値 (17) 式	p 値の候補	p 値	$\Delta n$ (18) 式	
21		382	18	22.22	21.5 or 22.5	21.5	0.0171	
22		400	20	21.00	20.5 or 21.5	20.5	0.0171	
23		420	22	20.09	19.5 or 20.5	19.5	0.0171	
24		442	26	18.00	17.5 or 18.5	18.5	0.0170	
25		468	28	17.71	17.5 or 18.5	17.5	0.0171	
26		496	32	16.50	16.5,	16.5	0.0171	
27		528	38	14.89	14.5 or 15.5	15.5	0.0171	
28		566	44	13.86	13.5 or 14.5	14.5	0.0171	
29		610	51	12.96	12.5 or 13.5	13.5	0.0172	
30		661					0.01708 ← $\overline{\Delta n}$	
31							0.01706 ← 平均: $\overline{\Delta n}$	

脚注 1 表 2 では、フィルムの厚みを  $d$  [ $\mu\text{m}$ ]、波長を  $\lambda$  [nm] と指定しているので、(18) 式右辺の分母に 1000 の単位換算値を入れて計算した。

#	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	
1	SpectraViewS Measure Spectrum Data V2.6																		
2														a の値	1320		PP film の厚み	40	μm
3														b の値	2.00E+07		PP film の枚数	12	枚
4	<< MEASURE CONDITION >>													Δn'	0.01694				
5	Exposure 1	Aver				Aver													
6	Exposure 1	1	1	1															
7	Exposure 1	10	10	10															
8	Measure 1	44096.70	44096.70	44096.70															
9	Data Name																		
10	Data Comment																		
11	最大値	38493.32	23159.28	22268.97														1/s	
12	波長 [nm]	No.1	No.2	No.3															
13	188	17.45	11.03	6.22		0.000477	0.000279												
14	189	16.6	7.82	4.33		0.000338	0.000194												
15	190	16.58	7.46	7.95		0.000322	0.000357												
16	191	14.54	8.16	6.48		0.000352	0.0												
17	192	14.44	12.57	6.43		0.000543	0.0												
18	193	14.27	15.03	5.7		0.000449	0.0												
19	194	19.66	15.69	5.53		0.000977	0.0												
20	195	22.64	13.47	6.4		0.000582	0.0												
21	196	58.13	11.04	2.3		0.000477	0.0												
22	197	30.53	8.6	-1.57		0.000371	-7.3												
23	198	30.08	14.6	-0.36		0.000603	-1												
24	199	22.06	15.57	3.29		0.000675	0.0												
25	200	17.64	15.76	4.44		0.000681	0.0												
26	201	13.52	9.49	6.29		0.000397	0.0												
27	202	13.88	0.17	3.16		7.34E-06	0.0												
28	203	12.62	-2.09	3.13		-9E-05	0.0												
29	204	10.84	2.64	4.19		0.000114	0.0												
30	205	9.92	7.09	4.13		0.000306	0.0												
31	206	10.72	13.16	10.15		0.000568	0.0												
32	207	14.48	9.66	8.92		0.000417	0.0												
33	208	13.87	9.7	8.54		0.000419	0.0												
34	209	8.55	13.16	3.91		0.000568	0.0												
35	210	5.53	15.4	5.14		0.000665	0.0												
36	211	9.32	13.7	5.66		0.000592	0.0												
37	212	16.4	12.74	8.38		0.00055	0.000376												
38	213	10.99	15.46	4.7		0.000668	0.000211												
39	214	8.66	15.05	5.92		0.00065	0.000266												



(波長分散)を示唆している。フィルムや繊維の配向度をもとめる精度の高いデータ解析を必要とする場合、(20)式に示す係数 $a$ と $b$ を用いた波長分散の実験式を用いて、 $I_{cal}(\lambda)$ を $I_{exp}(\lambda)$ に“一致”させるようにして $\Delta n'$ をもとめる工夫はさまざまおこなわれている。<sup>5, 6, 7)</sup>

$$\Delta n(\lambda) = \Delta n'(1 + a/\lambda^2 + b/\lambda^4) \quad (20)$$

但し、 $a$ と $b$ は定数である。ここで記載する“一致 (フィッティング)”とは、図8に示す一点鎖線部分、つまりデータ処理したスペクトルと数値計算によるスペクトルの縦軸0.5における両者の波長の値(図8では○印部分、グラフ中央部の○印は省略)を一致させることを意味する。数値計算では各極小値は0で各極大値は1となり、 $0 \leq I_{cal}(\lambda) \leq 1$ だが、波長依存する光学機器や分光器特性のため、 $I_{exp}(\lambda)$ の各極大および各極小の値は変動(図7および図8)している。(19)式の計算による $S$ の大小関係で、この“一致”の程度を試行した。汎用表計算ソフトを用いた「データ解析その2」画面を表3に示す。 $S$ を計算する波長範囲を、 $\lambda_1 = 360 \text{ nm}$ と $\lambda_q = 680 \text{ nm}$ にした場合の結果を図9に示す。(20)式で波長分散を示す場合、これまでの報告では係数 $a$ と $b$ は、高分子の種類によって異なるが、同一高分子では同じ値である。OPPに対応するこ

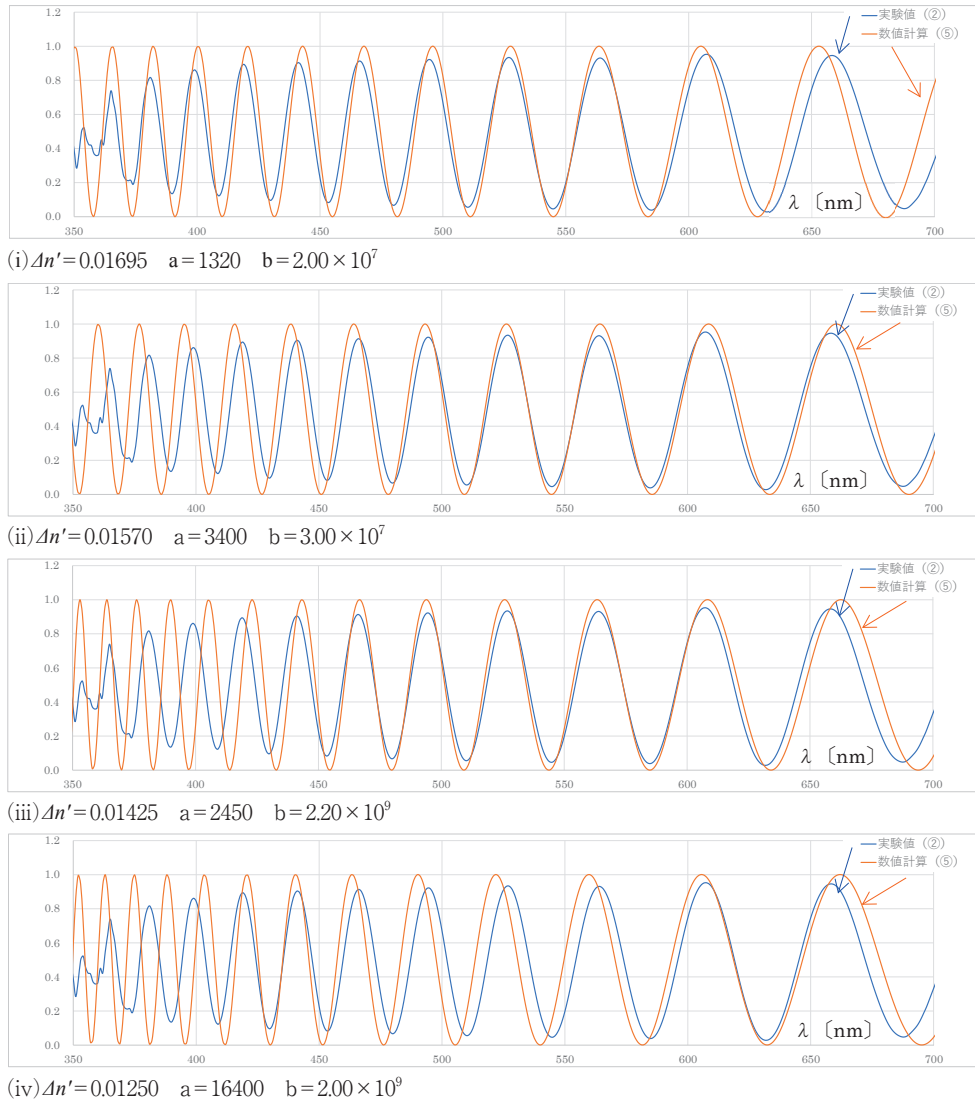


図9 波長範囲 360 nm から 680 nm で $S$ を計算して極小値を示したときのスペクトル

データ解析の条件により極小値の数は4ヶとなる。青色は実験、橙色は数値計算を示す。(i)  $\Delta n' = 0.01695$ ,  $a = 1320$ ,  $b = 2.00 \times 10^7$ , (ii)  $\Delta n' = 0.01570$ ,  $a = 3400$ ,  $b = 3.00 \times 10^7$ , (iii)  $\Delta n' = 0.01425$ ,  $a = 2450$ ,  $b = 2.20 \times 10^9$ , (iv)  $\Delta n' = 0.01250$ ,  $a = 16400$ ,  $b = 2.00 \times 10^9$ である。何れも、横軸は波長 [nm]、縦軸は強度 [規格値] である。尚、グラフ中の「実験値(②)」は表3のJ列 350 nm から 700 nm の測定のスペクトル、「数値計算(⑤)」は表3のP列 350 nm から 700 nm の数値計算のスペクトルをそれぞれ示す。



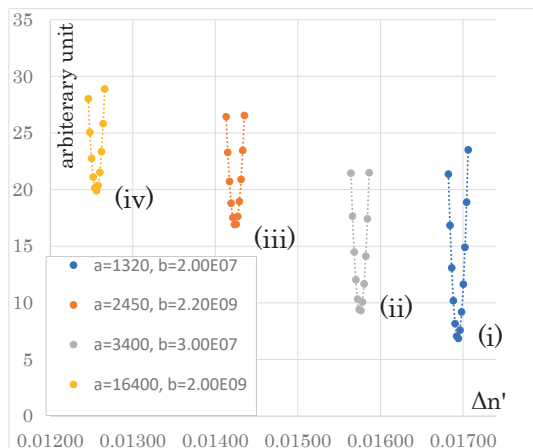


図10 最小自乗法で得た4ヶの極小値

$S$  を計算した波長範囲は  $\lambda=360\sim 680$  nm である。横軸は  $\Delta n'$ 、縦軸は  $S$  [任意の値] である。グラフ中の (i) (ii) (iii) (iv) は図9のそれらと対応している。

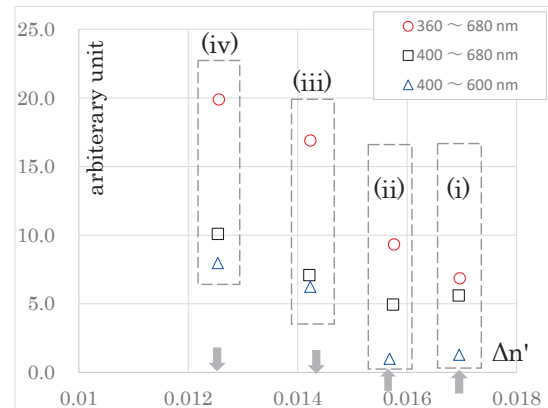


図11  $S$  を計算した波長範囲を変えて、4ヶの極小値の大小関係を表示

○：波長範囲 360 nm から 680 nm, □：波長範囲 400 nm から 680 nm, △：波長範囲 400 nm から 600 nm。 $S$  を計算した波長範囲を変えることで、4ヶの極小値の大小関係(最小値)が変わる。横軸を  $\Delta n'$ 、縦軸を  $S$  [任意の値] とした。

これらの係数がこれまでの報告では見当たらず、参考文献6の表Ⅱの値を参考(例えば、Poly Carbonate： $a=31\times 10^3$ ,  $b=2.7\times 10^9$ , Polyethylene telephthalate： $a=26\sim 27\times 10^3$ ,  $b=3.8\sim 4.6\times 10^9$  などの  $a$  と  $b$  の桁数)にして、データ解析をおこなった。この結果(係数  $a\approx 16400$ ,  $b\approx 2.00\times 10^9$ ,  $\Delta n'=0.0125$ )を図9の(iv)に示す。 $S$ の大小を比較して“一致”の程度をもとめるこの方法では、係数  $a$  と  $b$  を他の高分子とほぼ同じ桁数に合わせると、データ解析1の“干渉次数”でもとめた複屈折の値とは約25%以上の差が生じた。このため、 $I_{cal}(\lambda)$  と  $I_{exp}(\lambda)$  が“一致”するように、これまでに公表された係数  $a$  と  $b$  の桁数にとらわれずに各係数の値を変えて  $I_{cal}(\lambda)$  と  $I_{exp}(\lambda)$  のフィッティングを試行した。結果を図9の(i), (ii), (iii)に示す。<sup>脚注2)</sup> 同一サンプルで、 $S$ に4ヶの極小値を示す結果を得た(図10)。但し、この極小値の数については、極小値での  $S$ の値を規制(例、極小値の上制限)する仕方にも依存する。 $S$ を計算する波長範囲を360～680 nmとした場合、図10より、4ヶの極小値の中で(i)が最小値を示した。

$S$ を計算する波長範囲(例、360～680 nm, 400～680 nm, 400～600 nm)を変えて解析すると、図11に示す結果を得た。 $S$ を計算する波長範囲によっては、(i)と(ii)の最小値の逆転が生じた。解析する波長範囲の設定の仕方、或いは係数  $a$  と  $b$  のパラメタの取り方にも依存するので、 $\Delta n'$ を一義的に決めることはできないため、「データ解析1」との組み合わせで試行した。(i), (ii), (iii), (iv)の各値は、 $\Delta n'_{(i)}=0.0170$ (or  $0.0169_6$ ),  $\Delta n'_{(ii)}=0.0159$ ,  $\Delta n'_{(iii)}=0.0147$ ,  $\Delta n'_{(iv)}=0.0136$ となったが、「データ解析その1」で示した干渉次数でもとめた値と比較することによって、つまり  $\overline{\Delta n}=0.0170_6$ より、 $\Delta n'=0.0170$ (or  $0.0169_6$ )を「データ解析その2」の結論とした。

#### 4. まとめ

本実験は講義形式での演示でおこなうため、分光測定的光軸合わせ、および  $P_{ol}$ 、サンプル、 $A_{na}$ の角度補正や設定に受講生が時間を要することはなく、 $I_{//}$ (条件： $P_{ol} // A_{na}$ )と  $I_{\perp}$ (条件： $P_{ol} \perp A_{na}$ )の測定自体は30～40分程度で終了する。「データ解析その1」は汎用表計算ソフトでおこなえば、受講生がこのソフトでワークシートを各自で作成したとしても30～40分程度で実行可能である。また、最小自乗法を用いる「データ解析その2」は、同ソフトの習得の度合いにも因るが、表3に示すワークシートをあらかじめ解

脚注2 同一サンプル(OPPフィルム)を用いての測定なので、過去に公表されている(精度を追求した)フィッティング解析では係数  $a$  と  $b$  の各値は一定(同じ高分子では同じ値の係数)である。しかし、汎用表計算ソフトを用いて(20)式で“一致(フィッティング)”の程度を評価する単純計算のため、「データ解析1」との組み合わせで試行した。

析用に提供すれば、解析そのものは60～90分程度である。これらの時間を足し合わせても教育用実験の1回分(2.5時間)の課題として取扱可能である。プログラミング(例、汎用表計算ソフトに付属するVisual Basic for Applicationのマクロ)を兼ねた解析を展開すれば、より精度の良い“一致”を示す「データ解析その2」が見込まれる。更に、大学で実施する高大連携などの高校生向け教育用実験として、或いは教育現場での発展的な学習に位置付けて実施すれば、講義を交えながらの2～3回分(60分/回)の構成と考えている。

実験に用いたOPPフィルムの複屈折 $\Delta n(\lambda)$ を製造業者は検証および公表をしていないので、試行した結果の正確さは不明である。文献で公表されている2軸延伸OPPフィルムの複屈折 $\Delta n(590) = 0.01614$ の値[参考文献2の3番目の第3章第3節]を参考にして比較すると、同程度(約5%の値の違い)となった。但し、OPPフィルムの製造条件(製造過程における融解温度、結晶化度および延伸力による配向度など)によって、複屈折の値は異なるため、参考値としての比較である。しかし、「データ解析2」で得た複屈折の波長分散は既に公表されているグラフの特徴(例えば、光の低波長で顕著な波長分散を示すこと)を示せていない(図12)。<sup>脚注3)</sup>

複屈折の原理に基づいた「データ解析1」と最小自乗法による「データ解析2」の組み合わせで、この素材の光学的物性量である複屈折や光学遅延を理解する教育用実験を提示した。最小自乗法による単純計算によるフィッティングの試行では、これまでに公表されている波長分散の特徴を示すまでには至らず、更なる工夫がもとめられる。

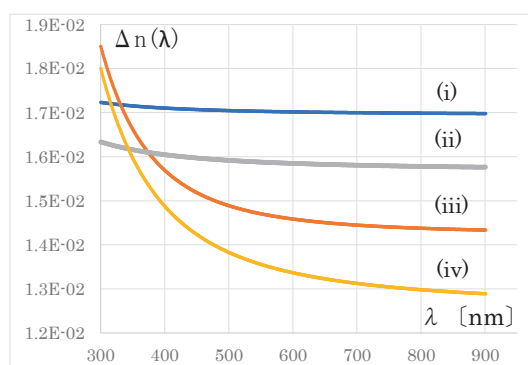


図12 (20)式に基づいた波長分散

図9の(i), (ii), (iii), (iv)別に $\Delta n(\lambda)$ を示す。横軸は波長 $\lambda$ [nm], 縦軸は $\Delta n(\lambda)$ である。

## 参考文献

- 例えば,  
「光干渉発色性繊維に関する研究」松本喜代一, 岡田篤則, 堤直人, 清造剛, 繊維機械学会誌, Vol.42 No.2 (1989) pp.55-62 など  
「光干渉発色性フィルムと繊維」SEN-I GAKKAISHI (繊維と工業), 松本喜代一, Vol.47 No.7 (1991) P.384-391
- 例えば,  
「実用プラスチック成形加工辞典」産業調査会出版センタ (1997)  
「プラスチック成型品の高次構造解析入門」鞠屋雄士編集, プラスチック成形加工学会編, 日刊工業新聞社 (2006年)  
「LCD/光学材料における 偏向・複屈折の制御・測定と応用」情報技術協会 (2008年)
- 例えば,  
「ポリプロピレンの高速溶融紡糸過程における分子配向形成のオンライン計測」占部浩生, 伊藤浩志, 鞠屋雄士, 奥居徳昌, Seikei-Kakou, Vol.12 No.11 (2000) pp.729-735
- 「複屈折の測定法と解析事例」鞠屋雄士, 宝田亘, SEN-I GAKKAISHI (繊維と工業), Vol.66 No.1 (2010) pp. 39-44 など
- 「Birefringende Dispersion in Oriented Polystyrene」Edward F. Gurnee, J. Polym. Sci.Vol.5 (1967) pp.817-828

脚注3 図12の(i), (ii), (iii), (iv)の各 $q = \Delta n(380) / \Delta n(620)$ の値は,  $\approx 1.00$ ,  $\approx 1.02$ ,  $\approx 1.11$ ,  $\approx 1.14$ となった。高分子の種類や結晶化度の違いは生じるが, 同様な $q$ 値が $\approx 1.1 \sim 1.3$ (条件によっては1.4を超える場合もある)であることを考慮すると,<sup>7)</sup>  $S$ で“一致”を検証する単純計算では $\Delta n(\lambda)$ の波長分散の特徴を示す結果を導くまでには至っていない。但し, 文献による値は, PC (Polycarbonate) および PET (Polyethylene terephthalate) を用いたものである。

「Determination of Orientation in Thermotropic Liquid Crystalline Polymer Films by Spectrographic Measurement of the Birefringence」 F. Beelmanns and A. Posthuma de Boer, *Macromolecules*, Vol.29 No.27 (1996) pp.8726-8733

- 6) 「Effects of Wavelength on Strain-Induced Birefringence Polymers」 Tadashi Inoue, Shozo Kuwada, Deug-Soo Ryu, and Kunihiro Osaki, *Polym. J.* Vol.30 No.11 (1998) pp.929-934
- 7) 「Technique for Absolute Birefringence Measurements and Applications」 Abdellah Ajji, 成型加工, 第11巻第2号 (1999) pp.115-120 など

