

福岡第一師範學校
(學校圖書)

分類 分	第	號
自然科學部		
數學部		
代 本	第	號
6	1	2
分類 分	第	號
4	1	2

分類 分	第	號
自然科學部		
數學部		
代 本	第	號
6	1	2
分類 分	第	號
4	1	2

7741
2
1

石川 彝 譯

代數學 上帙

明治十年三月九日版權免許



凡例

原書ハ米國數理博士魯敏遜氏著ス所ノ新撰
代數學ト題スル者ニシテ、西曆一千八百七十
六年、即チ我紀元二千五百三十六年、紐育府ニ
於テ新ニ電鑄ヲ以テ印行スル所ニ係ル、
魯氏大小學校ノ要需ニ應ンテ、著述スル所ノ
數理書、既ニ二十有一部、俾キハ小學ノ數學階
梯ヨリシテ、高キハ大學ノ天文精理ニ至リ、細
大洩サス、實ニ天地ノ數ヲ盡セリ、此書ノ如キ
ハ、即チ其一部ニシテ、代數學完全ノ書ナリ、

蓋シ我國代數ノ書既ニ公行スル者、亦尠シトセス、然リト雖、氏大概洋書ノ拔翠抄譯ノ類ニシテ、未タ完全大成ノ書アルヲ見ス、予版主ノ

需ニ應シテ譯述スルニ先テ、英米ノ善本ヲ撰擇シテ此書ヲ得タリ、仍テ黽勉シテ之ヲ譯シ、務メテ原文ノ意ニ違ハサラント欲シ、敢テ添刪折衷セス、但、例題設問ノ答式ノ如キハ、演習ニ方テ、實際ノ便宜ヲ謀リ之ヲ卷末ニ附ス、唯、恐ラクハ予カ固陋ナル、或ハ翻譯穩當ナラスシテ、大方ノ笑ヲ免カレサル者アラシ、同學ノ諸彦幸、忠告セヨ、

明治十年二月

石川

彞

謹識



代數學綱目

卷之一

第一綱 用字記號

用字解義

數量記號

手術記號

比較記號

代數格式

確言

記號用法演習

真數算當

正負標意解

第二綱 整數

加法

減法

乘法

諸式通則

除法

整除

除法總則

一個分子、零乘方、負數乘方目

$a^m \pm b^m$ 可除

最大公倍數

最小公除數

第三綱 分數

解義凡則

約分

加法

減法

果法

除法

複分約法

卷之二

第四綱 一次方程式

解義

方程式變化

一次方程式約法

例題

未知二數

省元法

未知多數

例題

解題法式

例題考定

虛無無窮

不定式辨

鄧夫例題

不等標式

卷之三

第五綱 乘方、方根

自乘

單率乘方

分數乘方

負乘方考

複率乘方

複率平方

開方

單率方根

複率平方根

真數平方根
複率立方根
真數立方根

第六綱 方根數

方根約法

方根加法

方根減法

方根乘法

方根除法

方根乘方開法

自乘標通論

想像數

平方根不閉性

雙率不閉數平方根

不閉數變化

方根方程式

卷之四

第七綱 二次方程式

純平方

調平方

調平方第二法

別例法方

二次狀方程式

同例題程式解題例

二次方程式雜題

未知二三數二次方程式

未知二三數例題

平方論

四式考

例題考

想像方根辨

光明例題

二次方程式發生例

第八綱 比例、序次、配合

比例式

比例定則

比例式例題

序次配合

序次配合例

卷之五

第九綱 級數

數學級數

應用式

十式

例題

幾何級數

應用式

例題

一致式

自乘分數分離

奇零式

雙率級數解

應用雙率式

代用法

法連智法則

不開方根化級數

分數化級數

無窮倍數法

級數轉倒

無窮級數總計

反覆級數

微分法

插入法

對數

對數性質

算出法

常法

對數算出法

用表法

自乘標式

卷之六

第十綱 方程式性質

通性

同率方根

假複率

假複率成分

同根

變化

分裂倍數

合成除法

第十一綱 多次方程式

真方根際限

方程式際限

西德爾摩法則

波爾納爾近接法

代數學綱目 畢

代數學卷之一

東京

石川 彝 譯

第一綱 用字記號

第一章 數量トハ増スヘク、減スヘク、変ルヘキ
者ノ總稱スルノ言ナリ、比如ハ距離、容量、權衡、運
動等即チ是ナリ

凡ソ數量ヲ変ルハ、同種ノ數量若干ヲ以テ基數
ト為シ、之ニ倍蓰スル幾許タルヲ見ルニ在リ、斯
ノ如ク定ムル所ノ基數ヲ度量ノ一個ト曰フ、
第二章 數理學トハ數量ノ性質、及ニ比較ヲ論

辨スルノ學ナリ、數理學家モ亦特別ノ言語ヲ用
ヒ、且ツ數量ノ價格、及ヒ算數ノ手術ヲ示スノ記
號ヲ用ユ、其種類ヲ分テ三ト為人、即チ左ノ如シ、
第一種ノ數量ノ記號ト曰フ、算法ニ用ユル數字
ノ類、數理ニ用ユル文字ノ類、幾何ニ用ユル圖畫
ノ類、是ナリ、
第二種ノ手術ノ記號ト曰フ、算法ニ於テ、數量ヲ
變化ス可キ手術ヲ示ス者ニシテ、即チ加減乘除
等ノ標記、是ナリ、
第三種ノ比較ノ記號ト曰フ、數量ノ多寡大小ヲ

比較シ、論理ノ際ニ用テ、簡易ニ理由ノ辨明ス、
第三章 代數學ハ數理學ノ一科ニシテ、文字ヲ
用ヒテ、以テ數量ニ代ヘ、記號ヲ用ヒテ、以テ手術
及ヒ比較ヲ示ス者ナリ、代數學ニ於テ記號ヲ用
ユルノ眼目ハ、數理ノ例題ヲ辨明スルノ法方ノ
簡便ニシ、普ク諸例題ニ通ヒシマルニ在リ、是故
ニ代數學ハ普通數學ノ一種ナリ、

數量記號

第四章 代數學ノ數量トハ代數學語ヲ以テ顯
ス所ノ數量ナリ、其類ヲ別テ二ト為ス、曰ク已知

數、曰ク未知數、是ナリ、

第五章 已知數トハ、已ニ價格ヲ知レル者ナリ、

此數量ニシテ數字ヲ用ヒサル時ハ、初首ノ洋字
 a, b, c, d 等ヲ用ヒテ、以テ之ヲ記ス、

第六章 未知數トハ、算數ノ始ニ於テ、未タ其價
 格ヲ知ラサル者ナリ、此數量ヲ記スルニ末尾ノ
 洋字 x, y, z 等ヲ以テス、

第七章 數量ノ記號ニハ、前章ニ記スルカ如キ、
 小字ヲ用エルヲ以テ、通常トスレバ、時ニ又 A, B, C, D, X, Y, Z ノ如キ、大字ヲ用エルヲアリ、

又何事ニ拘ハラス、數量連合スル時ハ、屬同種ノ
 數量陸續スル者アリ、斯ノ如キ數量ハ、皆同一字
 ヲ用ヒ、每次各異ノ標記ヲ附ス、然ル時ハ、 a, a', a''
 a''' 等ノ如ク、文字ニ標目ヲ添ヘ、讀テ a ノ第一
 a ノ第二、 a ノ第三、 a ノ第四ト為シ、或ハ又、 a, a_1
 a_2, a_3, a_4 等ノ如ク、每次號數ヲ附シ、讀テ a ノ一號、
 a ノ二號、 a ノ三號、 a ノ四號ト為スヘシ、

又事ニ由リ、學語ヲ記スルニ、洋語ノ首字ヲ取テ、
 其語ニ代フルヲ便トスル者アリ、比如ハ、 S 或ハ
 Σ ヲ以テ和(洋語 *sum*) ノ語ニ代ヘ、 D 或ハ d ヲ

以テ差(洋語 *difference*)又直徑(洋語 *diameter*)ニ代
ヘ、R 或ハルヲ以テ準(洋語 *ratio*)又殘(洋語 *remainder*)
(*den*)又半徑(洋語 *radius*)ニ代フル等、是ナリ、或ハ
又、大小ノ洋字ヲ併用シテ、同種ノ兩數ニ代フル
一アリ、比如ハ、一題中ニ大小兩圓形アレハ、ルヲ
以テ小圓形ノ半徑ニ代ヘ、Rヲ以テ大圓形ノ半
徑ニ宛ツル等、是ナリ

手術記號

第八章 加標ハ直立ノ十字形(十)ナリ、洋名 *plus*
ト曰フ、此標タルヤ、其右ニ記スル所ノ數量ヲ以

テ、其左ニ記スル所ノ數量ニ加フルノ意ヲ示ス

者ナリ、比如ハ $a + b$ ハ讀テ a plus b ト為ス、 b ノ數ヲ以テ、

a ノ數ニ加フルノ意ナリ、

第九章 減標ハ短小ノ平線(一)ナリ、洋名 *minus*

ト曰フ、此標タルヤ、其右ニ書スル所ノ數量ヲ以
テ、其左ニ在ル數ヨリ減スルノ意ヲ表スル者ナ

リ、比如ハ

$a - b$

又ハ

$-b + a$

ハ讀テ

a minus b

又ハ

$minus b$ plus a

ト為ス、共

b ノ數ヨ以テ a ノ數ヨリ減スルノ意ナリ、
 又減標(−)アリ、兩數就レカ大ナルヲ知ラサル時
 之ヲ其中間ニ記シテ、以テ兩數ノ差ヲ取ルノ意
 ヲ示ス、

第十章 複標(±)ハ數量ノ左ニ記シテ、以テ或ハ
 加ハ、或ハ減スルヲ示ス、其用タルヤ、一標ニシテ
 加減ノ兩意ヲ併有セシムルニ在リ、

比如ハ b a b a b
 或ハ a b
 コトシ、讀メ
a plus or minus b
 為

ス、

第十一章 乘標ハ斜向ノ十字形(X)ナリ、此標タ

ルヤ、其右ニ記スル所ノ數量ヲ以テ、其左ニ在ル

數量ニ乘スルノ意ヲ示ス者ナリ、比如ハ $a \times b$

ヲ以テ a ニ乘スルノ意ナリ、或ハ單ニ一點ヲ以

テ乘標ニ代用スルヲアリ、仍テ $3 \cdot x \cdot y$
 $3 \times x \times y$
 ハ 同シ

又文字ヲ以テ顯ス所ノ數量ニハ各因子ノ間ニ
 乘標ヲ挿マスシテ直ニ相ヒ連接セシムルヲ以

テ常トス、仍テ

$$3abc$$

ハ

$$3 \times a \times b \times c$$

又ハ

$$3 \cdot a \cdot b \cdot c$$

ニ

同シ、然リト雖、

數字ヲ用ユル時ハ、此法ヲ用ユ可カラサルハ、論

ヲ俟タスシテ明カナリ、若シ數字ニシテ此法ヲ
用ヒ、 3×4 ト記リスシテ、直ニ 34 ト書スレハ、則テ何

ヲ以テカ 34 ト之ヲ別タン、

原註ニ曰ク、相乗ノ所得ヲ積ト曰ヒ當ニ相乗
スキ數ヲ因子ト曰フ、又文字ヲ以テ記スル所
ノ因子ヲ字因ト曰ヒ、數字ヲ以テ記スル所ノ

因子ヲ數因ト曰フ、

第十二章 除標ハ短小ナル平線ノ上下ニ、各一

點ヲ附スル者(ニ)ナリ、此標タルヤ、其右ナル數量

ヲ以テ、其左ナル數量ヲ除スルノ意ヲ表ス、比如

ハ $a \div b$ ヲ以テ a ヲ除スルノ意ナリ、

又平線ノ上ニ分子ヲ記シ、下ニ分母ヲ記シテ、以

除標ト為ス $\frac{a}{b}$ アリ、即チ $\frac{a}{b}$ ノ如キ是ナリ、

第十三章 自乘標ハ數量ノ肩ニ數字ヲ附シテ、

以テ其自乘幾次ナルヲ示ス者ナリ、比如ハ a^5 ニ

於テ a ハ元數ナリ、 5 ハ元數ヲ推テ自乘スル五
 次ナルヲ示ス者ナリ、故ニ a^5 ハ
 $aaaaa$ ト同一般ナリ、
 毎次推乘スル所ノ元數ヲ方根ト曰ヒ、其積ヲ乘
 方ト曰ヒ、其自乘幾次ナルヲ示ス所ノ數字ヲ自
 乘標ト曰フ、即チ上ニ記スル所ノ a^5 ニ在テハ、 a
 ヲ方根ト為シ、 a^5 ヲ五乗方ト為シ、 5 ヲ自乘標ト
 為ス、若シ自乘標ヲ附セサル數量ハ一次方ニシ
 ラ、自乘標 1 ヲ附スル者ニ同シ、是レ即チ未タ自
 乗セサル者ナリ、

第十四章 開方標 $(\sqrt{\quad})$ ハ數量ノ方根ノ開クノ意
 ヲ表スル者ナリ、開方目ハ標上ニ記スル所ノ數
 字ニシテ、開方ノ標目ヲ示ス者ナリ、比如ハ $\sqrt[3]{a}$ ハ
 a ノ立方根^{三乗}ナリ、 $\sqrt[4]{a}$ ハ a ノ四乗方根ナリ、若
 シ單ニ開方標ヲ記シテ、其目ヲ掲ケサル者ハ、 2
 ノ字ヲ記スルニ同シク、即チ平方根^{自乘}ナリ、故
 ニ \sqrt{a} ハ a ノ平方根ナリ、
 又分數ノ自乘標ヲ以テ開方標ニ代フル者アリ、
 其分母ハ即チ開方目ナリ、故ニ $a^{\frac{1}{3}}$ ハ $\sqrt[3]{a}$ ニ同シク、
 分母 3 ヲ以テ開方目ヲ示ス者ナリ、

分數自來標ハ一ニシテ自來闊方ノ兩標目ヲ示ス、其分子ハ自來標ト爲リ、其分母ハ闊方目ト爲ル、比如ハ $a^{\frac{3}{4}}$ ハ a ノ三乗方ノ四乗方根ヲ示ス者ニシテ即チ $\sqrt[4]{a^3}$ ニ同シ、

比較記號

第十五章 等標ハ短小ノ二平線(=)ナリ、之ヲ二數ノ間ニ置テ以テ兩數相同シキヲ示ス、比如ハ

$$a = b + c$$

ニ於テ = ハ a ト b plus c トノ相等シキヲ示ス、兩個

ノ數量同等ナルヲ示スノ式ヲ方程式ト曰フ、

第十六章 不等標ハ角形(<)ナリ、兩數不同ナル

時ハ其中間ニ此標ヲ記シ、角空ヲ以テ大數ノ方

ニ向ハシメ以テ其大小不同ナルヲ示ス、角空若

シ左方ニ向フ時ハ讀テ *greater than* ト爲シ、角點

左方ニ向フ時ハ讀テ *less than* ト爲ス、

比如ハ $a > b$ ニ於テ a ハ b よりモ大ニ、
 $x + y < z$ ニ於テ x plus y

ハ名ヨリモ小ナルヲ示ス、

第十七章 括弧標ハ括弧ノ類() [] { } 及ヒ縱橫

線() ナリ、括弧ノ間ニ挿入シ或ハ縱橫線ヲ以

テ 連 續 ス ル 者 ハ 括 括 シ テ 一 率 ニ 取 ル 可 キ 數 量

ナ リ、比 如 ハ

$$\begin{array}{l} (a+b-c)x \\ [a+b-c]x \\ \{a+b-c\}x \\ \overline{a+b-c} \times x \\ \begin{array}{c|c} +a & x \\ +b & \\ -c & \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ハ 皆} \\ a+b-c \\ \text{ノ 數 ヲ} \end{array} \end{array}$$

括 括 シ x ヲ イ テ 之 ニ 乗 ス 可 キ 者 ナ リ、一 率 中 ニ

此 數 標 ヲ 併 用 ス ル 時 ハ、 $[\]$ ノ 内 ニ $()$ 及 ヒ
横 線 ヲ 含 蓄 シ、 $\{ \}$ ノ 内 ニ $[]$ ヲ 括 括 ス ル 者
ト ス 其 式 上 ノ 如 シ、

$$\{m - a[c - b(m - d)] + x\}$$

第 十 八 章 連 點 標 ハ 點々 陸 續 ス ル 者 (\cdots) ナ リ、許

多 ノ 數 量 同 様 ニ 連 續 ス ル ヲ 示 ス、故 ニ 上
式 ニ 於 テ 數 點 ヲ 記 ス ル 者 ハ、以 下 ノ 各 率
前 例 ニ 倣 ヒ、限 ナ ク 聯 列 ス ル ヲ 示 ス 者 ナ
リ、
 $a + a^2 + a^3 + a^4 + \cdots$

第 十 九 章 準 標 ハ 二 點 重 層 ス ル 者 (\cdots) ナ リ、此 標

ハ 比 準 ス ヘ キ 二 數 ノ 間 ニ 挿 入 ス ル 者 ト ス、比 如
ハ $a : b$ ハ a ト b ト ノ 比 準 ヲ 示 ス 者 ナ リ、

第 二 十 章 比 例 標 ハ 準 標 及 ヒ 等 標 ヲ 併 合 シ、 (\cdots)
或 ハ 八 點 (\cdots) ヲ 連 合 ス ル 者 ナ リ、其 用 式 左 ノ 如 シ、

$$a : b = c : d$$

或ハ

$$a : b :: c : d$$

讀テ

a is to b as c is to d

ト為ス、共ニ a ト b トノ比準

ハ、恰ミ c ト d トノ比準ニ同シキノ意ナリ、

第二十一章 未定標(∞)ハ同等或ハ不同ノ兩數

間ニ置ク、以テ其數ノ不斷増減シテ比準ノ更ヘ

サルヲ示ス者ナリ、

原註ニ曰ク、準標以下ノ三標ハ復タ後ニ詳明

スヘシ、

代數格式

第二十二章 凡ソ代數學ノ數量ハ、單ニ一字ヲ

以テ之ヲ記スル者アリ、各因子各字ヲ連接スル

者アリ、又諸部ヲ分畧スル者アリ、其分部ヲ名ケ

テ率ト曰フ、

第二十三章 代數學ノ各率ハ加減標(十)ヲ以

テ分畧ト為ス、故ニ上式ニ於テハ三率ア

ハ、 $5a$ ヲ第一率ト曰ヒ、 $2b$ ヲ第二率ト曰ヒ、

$$5a + 2b^2 - cx$$

cx ヲ第三率ト曰フ、

第二十四章 數量單一率ナル者ハ之ヲ單率
曰ヒ、若シ二三或ハ數率ヲ合シテ成ル者ハ之
ヲ複率ト曰フ、

第二十五章 正率トハ加標ヲ附スル者ヲ謂フ、

又ハ $100 + 200^2 d$ 如キハ即チ正率ナリ、代數ノ第一率

ニシテ、標記ナキ者ハ、加標ヲ省畧スル者ニシテ、
亦正率ナリ、

第二十六章 負率トハ減標ヲ附スル者ヲ謂フ、
又ハ -200^2 如キハ即チ負率ナリ、負率ノ標記ハ

必ハ省畧ス可カラス、

第二十七章 倍數トハ、數量ノ前ニ附置スル所

ノ數字、若シクハ數量ニシテ、後ノ數量ヲ幾倍蓰

スルヲ示ス者ナリ、比如ハ、 $3x$ ニ於テ、數字 3 ハ x

ノ倍數ニシテ、 x ヲ三倍スルヲ示ス、故ニ $3x$ ハ猶

ホ $x+x+x$ ト曰ノカコトシ、又 $4ax$ ニ於テ、 4 ハ以テ ax ノ

倍數ト為ス可ク、又 $4a$ ハ以テ x ノ倍數ト為スベ

シ、又 $5(a+x)$ ニ於テ、 5 ハ $a+x$ ノ倍數ナリ、若シ倍數ヲ記

セサル者ハ、1ノ字ヲ記スル者ノ畧ト知ルヘシ、
第二十八章 正率ノ倍数ハ、其數量ヲ幾次遞加

$$+3a = +a + a + a$$
$$-3a = -a - a - a$$

スルヲ示シ、負率ノ倍数ハ、之ヲ幾次
遞減スルヲ示ス者ナリ、即チ上式ニ
於テ之ヲ觀ル可シ、

第二十九章 同率トハ、同字ニシテ同自來標ナ

ル者ヲ謂フ、正負ノ標記及ヒ倍数ヲ異ニスルモ、
猶ホ同率タルヲ得ヘシ、比如ハ $3x^2$ 及ヒ $-7x^2$ ハ同率

ナリ、
 $2md^2$ 及ヒ $5md^2$ モ亦同率ノリ、

第三十章 異率トハ、文字或ハ自來標ノ異ナル
者ヲ謂フ、故ニ axy ト ayx ハ異率ナリ、
 $3x^2y$ ト $3x^3y^2$ モ亦異
率ナリ、

第三十一章 單率トハ、單ニ一率ヲ以テ成ル所

ノ代數ヲ謂フ、 $3x$ 或ハ $-7xy$ ノ如キ即チ是ナリ、

第三十二章 複率トハ、二率以上ヨリ成ル所ノ

代數ナリ、
 x 或ハ y 如キ即チ是ナリ、

$$4a^2 - 3x + m$$

第三十三章 雙率トハ二率ヲ以テ成ル所ノ複

率ナリ、 $x+y$ 或ハ $3x-x$ ノ如キ即チ是ナリ、

第三十四章 差率トハ雙率ニシテ、減標ヲ以テ

二率ノ間ヲ連合スル者ナリ、 $a-b$ 又ハ $4x-3y$ ノ如キ即

チ是ナリ、

第三十五章 三率トハ、三數ヨリ成ル所ノ複率

ナリ、 $x+y+z$ 又ハ $7a-3b+d$ ノ如キ是ナリ、

第三十六章 各率ノ方。程トハ字因相乘ノ數ヲ

謂フナリ、而シテ自乘標ハ各字因ノ幾次自乘タ

ルヲ示ス者ナルカ故ニ、方。程ハ常ニ各字因ノ自

乘標數ヲ加ヘテ、以テ其幾次方。程タルヲ知ル可

シ、比如ハ x 及ヒ $5y$ ハ一次方。程ナリ、 a^2 及ヒ $4ab$ ハ

二次方。程ナリ、 x^3 $8x^2y$ $8xy^2$ 及ヒ $4xyz$ ハ皆三次方。程ナリ、

第三十七章 同。次。數。量トハ各率同次方。程ナル

者ヲ謂フナリ、上ニ記スル所ノ如キハ、各

率同シク三次方。程ナルヲ以テ、同次數量

$x^3-5x^2y+3xyz$ ト為ス、

第三十八章 數量ノ主處トハ、某數量ノ專ラ主

甲 ax^4

乙

$3y^2 + 2y - 4$

タル處ナリ、比如ハ甲ハ x ノ主處ナリ、乙ハ y ノ主處ナリ、

確言

第三十九章 確言トハ確乎不拔ノ明言ナリ、左

ニ掲クル所ノ者ハ、代數諸術ノ本理ニ公通スル確言ナリ、

第一 彼此同數ニシテ、又各同數ヲ加フル時ハ、其和亦相同シ、

第二 彼此同數ニシテ、各同數ヲ減スル時ハ、其

差モ亦相同シ、

第三 彼此同數ニシテ、各同數ヲ乗スル時ハ、其積モ亦相同シ、

第四 彼此同數ニシテ、各同數ニ除スル時ハ、其商モ亦相同シ、

第五 甲數アリ、之ニ乙數ヲ加ヘテ、復タ乙數ヲ減スル時ハ、甲數其價格ヲ變スルナシ、

第六 甲數アリ、之ニ乙數ヲ乗シテ復タ乙數ニ除スル時ハ、甲數其價格ヲ變スルナシ、

第七 甲乙兩數アリ、各、丙ニ比シテ、共ニ相同シキ時ハ、三數皆互ニ相同シ、

第八 同數ノ同乗方ハ互ニ相同シ、

第九 同數ノ同方根ハ互ニ相同シ、

第十 總數ハ必ス各部數ヨリモ大ナリ、

第十一 總數ハ必ス各部數ノ合計ニ同シ、

記號用方演習

第四十章 左ニ掲クル所ノ問題ハ、生徒宜シク代數學語ヲ用テ、問意ニ隨テ之ヲ記ス可シ、

問題

第一 a ノ平方ニ b ノ四倍ヲ加フルノ代數記號如何、

答

$$a^2 + 4b$$

第二 x 及ヒ y ノ積七倍ヨリ、 x ノ立方五倍ヲ減スルノ記號如何、

解曰ク、凡ソ答式ヲ本條ニ載セサル者ハ、悉ク之ヲ卷末ニ附ス、以下之ニ倣ヘ

第三 a 及ヒ b ノ和ヲ以テ、 a ノ平方十二倍ヨリ b ノ立方五倍ヲ減シタル者ヲ除スルノ商ヲ

記スヘシ、

第四 或人ノ日給ヲ d ニ代フル時ハ、何ヲ以テ六日ノ給分ニ代フ可キヤ、

第五 兵隊アリ長方阵ヲ布ケリ、其列數 b ニシテ其行數 a ナリト云フ、兵員幾許、

第六 傭エアリ、一日ノ傭金 c ニシテ、毎週工作ノ日數 m ナル時ハ七週ノ傭金幾許、

第七 四角柱アリ、長 a 闊 c ニ

シテ、高 $a-c$ ナリ、其實積ヲ求ム、

答

$$ac(a-c)$$

第八 甲ハ金圓 $4m$ ヲ所持シ、乙ハ甲所持ノ金圓

ニ m 倍シ、丙ハ乙所持ノ金圓ニ三倍シテ不足 d

ナリ、丙ノ所持金幾許圓ナルヤ、

第九 商人アリ、羊 b 頭、犢 c 頭ヲ賣レリ、價金平

均シテ每頭 m 圓ナリト云フ、商人得ル所ノ金圓

總テ幾許、

第十 方形田三所ヲ有スル者アリ、毎邊長 m 「フ

ト」名、英尺ナリト云フ、三所ヲ合計シテ幾「フク」ル「フ

尺」名、一方「フク」ト一百六十「フ」ナルヤ、

答

$$\frac{3m^2}{160}$$

第十一 長方形ノ地所アリ、其長 a 、幅 b 、其濶 b 、
 ロットナリ、今其内 c 、アックルヲ割テ之ヲ賣レリ、殘
 餘幾許、アックルアリヤ、

第十二 一船アリ、麦粉 a 俵ヲ積ム、粉價每俵 m
 圓ナリ、出テ海路ニ破壊シテ粉 b 俵ヲ失ヒ、殘者
 モ亦殞害ヲ受テ價每俵 d 圓ヲ減ス、殘者ノ價幾
 許ナルヤ、

答

$$(a-b)(m-d)$$

第十三 田地 c 、アックルヲ所有ヒシ人アリ、毎
 クル價 b 圓ナリ、今其價ヲ平分シテ、男 m 人女 n
 人ニ與ス、各得ル所幾許ナルヤ、

第十四 人員 n アリ、結社シテ共有資本金 c 圓
 アリ、以テ商業ヲ起シ、初年ニハ金 b 圓ヲ得、次年
 ニハ d 圓ヲ失ヒ、第三年ニハ其年首ニ有スル所
 ノ資本ニ倍ス、是ニ於テ解社シテ其資本ヲ平分
 ス、各人得ル所幾許ナルヤ、

眞價算當

第四十一章 代數ノ眞價トハ、各字ニ數價適合

六 第	二 第	幾 許 ナ ル ヤ、 左 ノ 問 題 ニ 於 テ $a=12$ $b=10$ $c=8$ $m=6$ $n=5$ $d=2$ ナ リ、 各 款 ノ 真
$[4a^2 - (3b^2 - 2c)]d$	$a^2 - bc$	
七 第	三 第	
$(a^2 - b)(b^2 - a)$	$(a + bd)m$	
八 第	四 第	
$\frac{4a - c}{n}$	$am + c^2 - md$	
九 第	五 第	
$\frac{2b^2 + c^2}{ma^2} \times (a - c)$	$(a + b)m - (c + d)n$	
十 第		
$\frac{3am - (b^2 + 2c)}{2b + n} + \frac{a^2 - d^2}{3n - c}$		

術	第一	シ、術ヲ用テ式ヨリ算出スル所ノ本數ナリ、
	$(a^2 - bc)a = (30 \times 30 - 25 \times 28) \times 30$	設問
	$= 200 \times 30$	$a = 30$ $b = 25$ $c = 28$
	$= 6000$ 答	ナル時ハ、
	答 六千、	$(a^2 - bc)a$ ノ眞價幾許、

左ノ問題ニ於テ
 $a=6$
 $b=6$
 $c=4$
 $d=2$
 $m=3$
 $n=1$
 ナリ、各款ノ真數

三十第	一十第
$\frac{(5an+26)d^2}{a+b+c+d+m+n}$	$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{a+b+c+d}$
四十第	二十第
$\left(\frac{5a}{c} - \frac{3c}{d^2}\right)c$	$(6a^2n-4m^2d)(m^2-n)$
五十第	
$\{2c(a^2d-m^3)-2(5b^2-4m)+c\}d^3$	
七十第	六十第
$\frac{1}{m}\left(\frac{am^3}{c} + \frac{d^4-1}{m^2-b}\right)$	$\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{m^2-c(n+1)+1}$
八十第	
$\frac{1}{c}\left\{\left[a+2c \times m-d^2\right]m-2(ab+m^2)\right\}$	

正負標意解

九十第
$\left(\frac{a}{b} + \frac{m}{c} + \frac{d}{m}\right)b$
十二第
$\frac{abcd+a+b+c+d}{m+n}$
一廿第
$\left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right) \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right)$
二廿第
$\frac{6a^2-22a+18}{a^3-6a^2+11a-6}$
三廿第
$\frac{1}{a-1} + \frac{2}{a-2} + \frac{3}{a-3}$

第四十二章 前ニ加標(+)減標(-)ハ、加減ノ術ヲ

行フ可キノ示ス者ナルヲ以テ、手術ノ記號ト爲
 シタリ、今又各自獨立ノ單率ニ於テ、此記號ヲ附

スル者アリ、是、正負ノ標ト為ス、若シ加減乗除ノ題中ニ於テ此標記アル時ハ、暫ク之ヲ増スヘク減スヘキノ率ト見テ可ナリ、蓋シ二標ノ此用ニ至テハ、須臾モ代數ニ離ル可カラサル者ナリ、夫レ正負ノ言タルヤ、其大要ヲ舉クレハ、表裏相反スルノ意ナリ、凡ソ數量反對ノ義ヲ示スニ方テ、此二標ノ用甚タ廣キハ、後第一百八十二章ニ於テ之ヲ詳説セント欲ス、

第四十三章 凡ソ代數諸術ノ總則ヲ定メント欲セハ、須ク先ツ左ノ理原ヲ了解スヘシ、蓋シ代

數學ニ於テハ、數量ヲ考定スルノ法、一種特別ナルカ故ナリ、

第一款 凡ソ數量ハ價格二種アリト考定ス可シ、曰ク真數、曰ク代數是ナリ、真數ノ價格ハ其多寡直ニ定マル者トシ、代數ノ價格ハ標記ニ由テ變化スル者トス、

第二款 二數アリ、真數ノ價格ハ相同シト雖、其標記相同シカラサル者ハ代數ノ價格同シカラス、比如ハ $5a$ ハ $-5a$ ト價格同シカラス、蓋シ $5a$ ハ五タヒ a ヲ加シ、 $-5a$ ハ五タヒ a ヲ減スル

ナリ、

第三款

二數アリ、其真價相同シク、其標記同シ

カラス、共ニ之ヲ合計スレハ輒チ零ニ同シ、比如

$$+a--a=0$$

$$-2a-2a=0$$

$$-3a-3a=0$$

ハaハ某數ノ真價ニ代フル者ナリ、而シテ其標記異ナル者ヲ合計スレハ輒チ零トナル、即チ上式ノ如シ

第二綱 整數

加法

第四十四章

加法トハ、二三以上ノ數量ヲ合シ

テ、其和ヲ求ムルノ法ナリ、

第四十五章

加法ノ言タルヤ、代數學ニ於テハ、

之ヲ數學ニ比スレハ、其意頗ル廣キ者アリ、蓋シ

代數學ニ於テハ、加フル所ノ數量、或ハ正ナル者

アリ、或ハ負ナル者アルカ為ナリ、

第四十六章

數學ニ於テ數量ノ和ト稱スル者

ハ、眞數ノ合計ニシテ、實ニ加合スヘキ諸數ヲ一

和シタル者ナリ、

第四十七章 代數學ニ於テ數量ノ和ト稱スル

者ハ、各率ノ標記ニ由テ異同ナキヲ得ス、

第四十八章 數量ノ正負ニ隨ヒ、加數ノ法則、異

同アルヲ示サンカ為ニ、左ニ數例ヲ掲ク、

第一 $4a + 3a + 5a = 12a$

此例ニ於テ、 a ハ正數ナルヲ以テ、其四倍ト三倍ト、五倍トヲ取テ、之ヲ加フレハ、則チ十二倍ヲ得、而シテ其和ハ必ス正數ナラケレ可カラズ、故ニ之ニ加標ヲ附シ、或

ハ之ヲ畧ス、

第二 $-4a - 3a - 5a = -12a$

此例ニ於テ、 a ハ負數ナルヲ以テ、其四倍ト、三倍ト、五倍トヲ合シテ亦十二倍ヲ得、然リ而シテ、其和ハ必ス負數ナラサル可カラス、故ニ $-12a$ ヲ以テ答ト為ス可シ、

右二例ニ由テ之ヲ觀レハ、代數學ニ於テ同率、同標、ハ即チ、同標、真數ノ和ナリ、

第三 $7a - 3a$ トノ和ヲ求ム、

(7a = 4a + 3a)

第四

-7a + 3a = -4a - 3a + 3a = -4a

上層ノ括弧中ニ入ル、所ノ式ハ、
 確言第十一條ニ從フ者ナリ、是ニ
 由テ之ヲ考フレハ、7a ト -3a トノ和
 ハ、第二層ノ式ノ如ク、4a ト 3a ト -3a
 トノ和ニ同シ、然シテ第四十三章
 ノ第三款ニ由レハ、3a ト -3a トヲ合
 スル者ハ零ナリ、殘者4a ハ即チ求
 ムル所ノ和ナラサルヲ得ス、仍テ
 以テ答ト為ス、

-7a ト 3a トノ和ヲ求ム、

(-7a = -4a - 3a)

-7a + 3a = -4a - 3a + 3a = -4a

右二例ニ由テ之ヲ觀レハ、代數學ニ於テ同率異
 標分和ハ、即チ眞數ノ差ニシテ大率ノ標記ヲ附
 スル者ナリ、

上層ノ括弧中ノ式ハ、確言第十一條ニ
 從フ者ナリ、是ニ由テ之ヲ考フレハ、
 -7a ト 3a トノ和ハ、-4a ト -3a トノ和
 ニ同シ、然シテ第四十三章ノ第三款
 ニ從ヘハ、-3a ト +3a トヲ合スル者ハ零
 ナリ、殘者-4a ハ即チ求ムル所ノ和ナ
 ラサルヲ得ス、仍テ以テ答ト為人、

此他今注意スヘキ者、尚三件アリ、左ニ之ヲ掲ク、

第一 三數以上ノ同率異標ナル者ヲ加フル時

ハ、先ツ正率ヲ合シテ其和ヲ得、次ニ負

率ヲ合シテ亦其和ヲ得、而シテ後ニ、正

負兩率ヲ總計ス可シ、

$$3a - 5a - 4a + 2a + 8a$$

$$= 13a - 9a = 4a$$

第二 異率ノ諸數ハ、加法ニ以テ一率ト為ス

能ハス、蓋シ各率同一個ノ數ニ非サルカ為ナリ、

故ニ異率ノ加法ハ各率固有ノ標記ヲ附シ各異

$$a + b - c$$

ノ諸率ヲ連列シテ之ヲ示スノミ、比如ハ
 $a - c$ ノ和ハ上式ノ如ク之ヲ記ス可シ、

第三 代數諸率ノ價格ハ、之ヲ連列スルノ順序

ニ拘ラス、只其記號ヲ變スルヲ無クハ、

其價格ヲ更ムルヲ無シトス、故ニ上式

ノ如ク順序ヲ變更スルハ、皆 $a - c$ 三

$$a + b - c = b + a - c$$

$$a - c + b = -c + a + b$$

率ノ和ヲ示ス者ナリ、

第四十九章 上章既ニ説ク所ノ理由ヲ推シテ、

左ノ法則ヲ得、

加同率則

第一 標記相同シキ時ハ先ツ倍數ヲ加ヘ其和ヲ以テ字因ハ左ニ接シ舊本ノ標記ヲ附ス可シ

第二 標記同シカラサル時ハ先ツ正率倍數ハ和ヲ取り欠ニ負率倍數ノ和ヲ取り而シテ後ニ兩和ハ差ヲ以テ字因ハ左ニ接シ大率ノ標記ヲ附ス可シ

加復率則

第一 加フヘキ數ヲ記スルニ行ヲ分テ同率ナル者ヲ換ハ一行ニ書ス可シ

第二 各行ノ同率ヲ加ニ其和ニ各自ノ標記ヲ

附シ以テ諸率ヲ連列ス可シ

設問

一 第

$$\begin{array}{r} 3xy \\ xy \\ 4xy \\ 6xy \end{array}$$

二 第

$$\begin{array}{r} -6a^2b \\ -2a^2b \\ -a^2b \\ -8a^2b \end{array}$$

三 第

$$\begin{array}{r} + a^2cx \\ - 4a^2cx \\ + 6a^2cx \\ - a^2cx \end{array}$$

四 第

$$\begin{array}{r} -9x^2yz \\ x^2yz \\ 4x^2yz \\ -3x^2yz \end{array}$$

五 第

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 3xy \\ x^2 + 2xy \\ 2x^2 - xy \\ 3x^2 + 5xy \\ 5x^2 - 4xy \end{array}$$

六 第

$$\begin{array}{r} -7a^2c + m \\ + 4a^2c - 3m \\ - 3a^2c + 5m \\ + a^2c - 2m \\ + 9a^2c + 4m \end{array}$$

第十四	第十三	第十二
$a^2 - 2ac + cd + b$ $2a^2 - 3ac - 3cd - 2b$ $2a^2 + ac - 5cd + 6b$ $a^2 - 4ac + 2cd - 3b$	$8a^2x^2 - 3xy$ $5ax - 5xy$ $9xy - 5ax$ $2a^2x^2 + xy$ $5ax - 3xy$	$2xy - 2a^2$ $3a^2 + 2xy$ $a^2 + xy$ $4a^2 - 3xy$ $2xy - 2a^2$
和ヲ求ム	和ヲ求ム	和ヲ求ム

第十一	第十	第七
$4abd^2$ $-2abd^2$ $7abd^2$ abd^2 $-5abd^2$ $-13abd^2$ $7abd^2$	$12a^2x$ $5a^2x$ $-4a^2x$ $6a^2x$ $-10a^2x$ 	$3a - 2\sqrt{c}$ $4a + 3\sqrt{c}$ $a - 7\sqrt{c}$ $5a + 3\sqrt{c}$ $2a - \sqrt{c}$
和ヲ求ム	和ヲ求ム	第八
		$4(c-2a) - m + 4$ $3(c-2a) + 4m - 8$ $-8(c-2a) - 3m + 12$ $12(c-2a) + m - 16$
		第九
		$5(a-x^2) + 3\sqrt{a-x} + 5$ $4(a-x^2) - 2\sqrt{a-x} + 8$ $2(a-x^2) - 8\sqrt{a-x} - 12$ $-(a-x^2) + 2\sqrt{a-x} - 1$

一 廿 第

$$\begin{aligned} 3x^3y^2 - 5x^2y^3 - x^2y - xy^2 + 5xy \\ 7x^2y^3 - 4x^2y + 2x^3y^3 + 2xy^2 + xy \\ x^3y^3 - xy^2 - 2x^2y^3 + 5x^2y + 2xy \end{aligned}$$

四 廿 第

$$\begin{aligned} 9a(a-b) - 4m\sqrt{m-c} \\ 7m\sqrt{m-c} - 6a(a-b) \\ 12m\sqrt{m-c} - 8a(a-b) \end{aligned}$$

五 廿 第

$$\begin{aligned} a+b+c+d+m \\ a+b+c+d-m \\ a+b+c-d-m \\ a+b-c-d-m \\ a-b-c-d-m \end{aligned}$$

二 廿 第

$$\begin{aligned} 5a + 3\sqrt{m^2-1} + 4 \\ 7a - \sqrt{m^2-1} - 5 \\ 3a - 5\sqrt{m^2-1} - 8 \\ 2a - 2\sqrt{m^2-1} + 2 \end{aligned}$$

三 廿 第

$$\begin{aligned} 3a^2c^{\frac{4}{2}} - 2c^2a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{4}{2}}c^{\frac{1}{2}} \\ 2a^2c^{\frac{4}{2}} + 3c^2a^{\frac{4}{2}} - 5a^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{2}} \\ a^2c^{\frac{1}{2}} - 5c^2a^{\frac{4}{2}} + 8a^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

八 十 第

$$\begin{aligned} 9bc^3 - 18ac^2 \\ 15bc^3 + ac \\ 9ac^2 - 24bc^3 \\ 9ac^2 - 2 \end{aligned}$$

五 十 第

$$\begin{aligned} 2a^2x^2 - 3mx + 4m^2d \\ 3m^2d + 5a^2x^2 - 5mx \\ 6mx - 4m^2d - 3a^2x^2 \\ 2mx - 3a^2x^2 - 3m^2d \end{aligned}$$

九 十 第

$$\begin{aligned} 6m^2 + 2am + 1 \\ 6am - 2m^2 + 4 \\ 2m^2 - 8am + 7 \\ 3m^2 - 1 \end{aligned}$$

六 十 第

$$\begin{aligned} 2bx - 12 \\ 3x^2 - 2bx \\ 5x^2 - 3\sqrt{x} \\ 3\sqrt{x} + 12 \\ x^2 + 3 \end{aligned}$$

十 二 第

$$\begin{aligned} 5x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 10 \\ 7x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 5x + 2 \\ x^3 - 3x \end{aligned}$$

七 十 第

$$\begin{aligned} 10b^2 - 3bx^2 \\ 2b^2x^2 - b^2 \\ 10 - 2bx^2 \\ b^2x^2 + 20 \\ 3b^2x^2 + b^2 \end{aligned}$$

左

諸數 1 和 7 求 八

第五十章

加法

一個トハ、二三或ハ數率ノ和

ヲ求ムルノ術ニ於テ、倍數ヲ

加フ可キ數ノ字因ヲ謂フ上

ノ第一式ノ x ノ如キ或ハ第

二式ノ $\sqrt{a+c}$ ノ如キハ、即チ加法

第一式

$$3x + 2x + 4x = 9x$$

第二式

$$5\sqrt{a+c} + 4\sqrt{a+c} - 3\sqrt{a+c} = 6\sqrt{a+c}$$

ノ一個ナリ

第五十一章

諸異率通シテ同一字因アル時ハ

此字因ヲ以テ加去ノ一個ト為ス可シ、即チ最大

公倍數ナリ、其餘ノ諸因子ハ以テ倍數ト為ス可

シ斯ノ如キ諸率ノ和ヲ求ムルニハ、先ツ倍數ノ和ヲ取り、括弧ノ内ニ挿テ以テ加法一個ノ左ニ記ス可シ、

設問

第一

$$ax^2$$

$$bx^2$$

$$-cx^2$$

$$(a+b-c)x^2$$

第二

$$17axy^2$$

$$-5axy^2$$

$$2mxy^2$$

第三

$$(5a-b)\sqrt{x}$$

$$(2c-a)\sqrt{x}$$

$$(b-c)\sqrt{x}$$

第四

$$a(x^2-y^2)$$

$$b(x^2-y^2)$$

$$-c(x^2-y^2)$$

第五

$$(a^2-3b)(m^2-1)$$

$$(b^2-3a)(m^2-1)$$

$$(3a+3b)(m^2-1)$$

下式ニ於テ之ヲ得ヘシ、	<p>第一率ニ加フル者ト恰モ相同シ、即チ</p> <p>第二率ノ標記ヲ變換シテ之ヲ</p> <p>同種ノ數三個ヲ餘ス、即チ上式</p> <p>如シ、是ニ於テ得ル所ノ差ハ、</p>	<p>第五十三章 今一種ノ數アリ、其五個ヲ以テ同</p>	ナリ、	<p>第五十二章 減法トハ、二數ノ差ヲ求ムルノ法</p>	減法
$+8a-(+5a)=+3a$ $-8a-(-5a)=-3a$	$+8a-(+5a)=+3a$ $-8a-(-5a)=-3a$	<p>第五十三章</p>	ナリ、	<p>第五十二章</p>	減法

<p>九 第</p> $ax + 7y$ $7ax - 3y$ $-2x + 4y$	<p>第七</p> $ay + cx$ $3ay + 2cx$ $4y + 6x$	<p>第六</p> ax $20x$ $4dx$
<p>十 第</p> $(b-a)\sqrt{x}$ $(c+2a-b)\sqrt{x}$	<p>和</p>	<p>和ヲ求ム、</p>
<p>一 十 第</p> $(a+2b)m - c\sqrt{m}$ $(2a-6c)m - 3a\sqrt{m}$ $(5c-4a)m - b\sqrt{m}$ $(2a-3b)m + 4a\sqrt{m}$	<p>第八</p> $3x + 2xy$ $bx + cxy$ $(a+b)x + 2cdxy$	
<p>二 十 第</p> $ax + y + z$ $x + ay + z$ $x + y + az$	<p>和ヲ求ム、</p>	

是ニ由テ之ヲ觀レハ、代數學ニ於テ、某數ヲ減スルハ標記ヲ變更シテ之ヲ加フルニ同シ、

第五十四章 上章ニ説ク所ノ理原ハ左ノ例ニ於テ愈々明瞭ナリ、

比如ハ $b-c$ ヲ a ヨリ減シテ其差ヲ求ム、

術

$$\begin{array}{r} a \\ b-c \\ \hline a-b+c \end{array}$$

此術ニ於テ先ツ a ヨリ b ヲ減スレハ $a-b$ ヲ得レド、減スルハ其數

ハ實ニ b ニ非ラスシテ $b-c$ ナリ、

然リ而シテ又 c ヲ減スル者トスレハ、減却ノ度

ヲ過キテ恰モ c ノ不足ヲ生ス、故ニ c ヲ以テ之

ニ加フル者トスレハ正ニ真ノ差ヲ得ル上式

ノ如シ、若シ直ニ此差ヲ得ント欲セハ、當ニ減ス

ヘキ數ノ標記ヲ變換シテ $-b+c$ ト為シ、之ヲ a ニ加

フルハ、則チ得ル所ハ上式ニ同シ、

第五十五章 上章ニ説ク所ノ理由ヲ推ス時ハ、

零ヨリ某數ヲ減スルヲ得ヘシ、其

法ハ唯標記ヲ變更スルニ在ルノミ、

即チ上式ニ於テ之ヲ得、

$$0-(+a)=-a$$

$$0-(-a)=+a$$

$$0-(a-b)=-a+b$$

第五十六章 以上説ク所ノ條理ニ由テ、左ノ法

則ヲ得、

第一則 同率ヲ一行ニ合シテ、元數ハ下ニ減數

ヲ記ス可シ、

第二則 減數ハ標記ヲ變更シタル者ト想像シ

テ、加法ハ如ク同率ヲ合シ、殘餘ハ諸率ハ下ニ記

シ、各自ハ標記ヲ附ス可シ、

設問

一第

$$\begin{array}{r} 18x^2y \\ 12x^2y \\ \hline 6x^2y \end{array}$$

二第

$$\begin{array}{r} 5mc \\ 9mc \\ \hline \end{array}$$

三第

$$\begin{array}{r} 3a^2bc \\ -2a^2bc \\ \hline \end{array}$$

四第

$$\begin{array}{r} -5x^3y^2z \\ -7x^3y^2z \\ \hline \end{array}$$

五第

$$\begin{array}{r} 4a + 2x - 3c \\ a + 4x - 6c \\ \hline \end{array}$$

六第

$$\begin{array}{r} 3ax + 2y \\ ax + 2y \\ \hline \end{array}$$

七第

$$\begin{array}{r} 7a^2x^2 - 4\sqrt{ax} - 3x^2y \\ 6a^2x^2 - 5\sqrt{ax} - 4x^2y \\ \hline \end{array}$$

八第

$$\begin{array}{r} 4a^2x + c^2d + 4md^2 \\ a^2x + cd^2 - 3md^2 \\ 3a^2x + c^2d - cd^2 + 7md^2 \\ \hline \end{array}$$

第九

$$5m - b^2 + c$$

ヨリ

$$2m + b - c^2$$

ヲ減シタル

差ヲ求ム、

第十

$$2x^2 - 3x + y^2$$

ヨリ

$$a - x^2 - 4x$$

ヲ減シタル

差ヲ求ム、

九十第	八十第	四十第	ス ヘ シ、
$13a^2-2ax+qx^2$	$3p+q+r-3s$	$\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y$	
$5a^2-7ax-x^2$	$q-8r+2s-8$	$\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y$	
十二第	五十第		
$x^4-3x^3+5x^2-7x+12$	$a+b+c$		
$x^4-4x^3+2x^2-6x+15$	$-a-b-c$		
一廿第	六十第		
$a^5-3a^4c+3a^3c^2-2a^2c^3+4ac^4-c^5$	$3a-b-2x+7$		
$a^5-4a^4c+2a^3c^2-5a^2c^3+3ac^4-c^5$	$8-3b+a+4x$		
二廿第	七十第		
$2x^4+28x^3+134x^2-252x+144$	$6y^2-2y-5$		
$2x^4+21x^3+67x^2-63x+84$	$-8y^2-5y+12$		

左ノ諸問ニ於テ、各、上層ノ數ヨリ下層ノ數ヲ減	第十三	第十二	第十一	什 斐 四 ノ 三
	$a+b$	$8x^2-3xy+2y^2+c$	$7a-5c+2$	
	ヨ	ヨ	ヨ	
	リ	リ	リ	
	$a-b$	$x^2-6xy+3y^2-2c$	$-a+c+2$	
	ヲ	ヲ	ヲ	
	減	減	減	
	ス	ス	ス	
	ヘ	ヘ	ヘ	
	シ、	シ、	シ、	

第五 $ax+by+cz$ $mx+ny+pz$	第一 $2cx$ mx $(2c-m)x$	設問 第五十七章 兩異率ノ差モ亦時トシテ單率ニ 合一スルノ便ヲ得ルモノアリ、其法第五十一章 ニ於ケルカ如ク、公倍數ナル字因ヲ以テ、減法ノ 一個ト為スニ在リ、
第六 $ax+bx+cx$ $x+ax+bx$	第二 mx^2y^2 $-4x^2y^2$	
第七 $(a+2b+c)\sqrt{xy}$ $(2b-c)\sqrt{xy}$	第三 $ax+by$ $cx-y$	
	第四 $c^2d^2m+4ax^2$ d^2m+3ax^2	

三 廿 第

$$x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$$

$$x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$$

五 廿 第

$$8cdx+15a^2b-3$$

$$2cdx-8a^2b+24$$

ノ
和
ヨリ

$$12a^2b-3cdx-8$$

$$cdx-4a^2b+16$$

ノ
和
ヲ減
スヘシ、

四 廿 第

$$5x^2y-11ax^3$$

ト

$$8x^2y+3ax^3$$

ノ
和
ヨリ

$$4x^2y-4ax^3+a$$

ヲ減
スヘシ、

第八

$$(3a-2m)x^3 + (5a+2m)x^2 + (4a-m)x$$

ヨ
リ

$$(a-m)x^3 - (2a+m)x^2 + (2a-3m)x$$

ヲ
減
ス
ヘ
シ、

第九

$$1 + 2ax^2 + 3a^2x^4 + 4a^3x^6 + 5a^4x^8$$

ヨ
リ

$$x^2 + 2ax^4 + 3a^2x^6 + 4a^3x^8$$

ヲ
減
ス
ヘ
シ、

括弧用法

第五十八章 此ヨリ以下ニ用ユル所ノ括弧ナ
 ル言ハ、代數術中ニ用ユル所ノ各種ノ括弧標ヲ
 總稱ス、次章ニ開載スル所ノ規則ハ其用法ニ係
 ル者ナリ、學者代數變更ノ便ヲ得ント欲セハ、宜
 シク先ツ次章ノ規則ヲ熟思スヘシ、
 第五十九章 前ニ第十七章ニ説ク所ノ括弧標
 解義ニ由テ左ノ二款ヲ會得スヘシ、
 第一款 凡ソ括弧ノ前ニ加標アル者ハ、弧間ノ
 諸率皆加フヘキ者ニシテ、各率ノ標記ヲ變スル

ヲ要セス、

第二款 凡ソ括弧ノ前ニ減標アル者ハ、弧間ノ諸率皆減スヘキ者ニシテ、各率ノ標記ハ須ラク皆變換スヘシ、

是ニ由テ左ノ四則ヲ得、

式 甲

$$+(c-d+e)=a-b+c-d+e$$

式 乙

$$+c-d+e=a+(-b+c-d+e)$$

第一則 加標ヲ附スル所ハ括弧ハ之ヲ棄去テ、弧間ノ各率固有ハ標記ヲ存ス可シ(甲式)
第二則(上則ノ反) 各率各自ハ標記ヲ存シ括弧ハ中ニ挿テ之ニ加

標ヲ附スルヲ得ヘシ(乙式)

式 丙

$$a-(b-c+d-e)=a-b+c-d+e$$

式 丁

$$a-b+c-d+e=a-b+c-(d-e)$$

第三則 弧中各率ハ標記ヲ變更スレハ減標ヲ附シタル括弧ヲ棄去ルヲ得ヘシ(丙式)

第四則(上則ノ反) 弧中各率ハ標記ヲ變更スレハ減標ヲ附シタル括弧ハ間ニ挿ハテ得ヘシ(丁式)

第六十章

一式中ニ二三以上ノ括弧ヲ用ヒタル時ハ、前章ノ規則ニ從ヒ、順次ニ括弧ヲ棄去ル

第一	$3a + (2b^2 - a - d + m)$
第二	$4x^2 - y - (3x - 7y + 5) + 2x$
第三	$a + 2c - (4c - 3a + 2m^2)$
第四	$4x^3 - 2x^2 - [x^3 - (2x^2 + 5x - 7) - 6x + 1]$
第五	$a + 2m - \{c + x - [a - mv - (c - 2x)]\}$

第六十一章 設問
 所得ヲ約ス可シ、
 左ニ掲クル諸式ノ括弧ヲ去リ、其

又式	ヲ得、シ、其式左ノ如シ、
異順 ナ次 リ、前 =	
$a - \{b - c - (d - e)\} = a - \{b - c - d + e\} = a - b + c + d - e$	
$a - \{b - c - (d - e)\} = a - b + c + (d - e) = a - b + c + d - e$	

一 十 第

$$4c^3 - 2c^2 + c + 1 - (3c^3 - c^2 - c - 7) - (c^3 - 4c^2 + 8)$$

二 十 第

$$3a^2b - 4cd - (3cd - 2a^2b) - [a^3 + c - (5cd + 3a^2b) + (3a^3 + 2cd) + a^3]$$

三 十 第

$$-(4a^2m + 3m^2d - (7m^2d - 9a^2m - n) - \{5n - [m^2d - (2n + a^2m) + 3an^2] - 5a^2m\} - 12a^2m)$$

六 第

$$3x^2 - 4x - am - \{x^2 - x [3am - (2x + 2am) + 2x^2] - 5am\}$$

七 第

$$3a - \{2m^2 + [5c - 9a - (3a + m^2)] + 6a - (m^2 + 5c)\}$$

八 第

$$x^2 - \{5mc^2 - [x^2 - (3c - 3mc^2) + 3c - (x^2 - 3mc^2 - c)]\}$$

九 第

$$m^2 - m - 1 - \{m^2 - 2m - 2 - [m^2 - 3m - 3 - (m^2 - 4m - 4)]\}$$

十 第

$$5x^3 - 3x^2 + 4x - 1 [2x^3 - (3x^2 - 2x + 1) - x^3 + x]$$

第六十二章 代數學ニ於テハ加減ノ意味、數學
ト相同シカラサル者アリ、代數ハ加ヘテ必スシ
モ増加セス、減シテ必スシモ減却セス、
又甲數ニ乙數ヲ附記シ、乙數固有ノ標記ヲ存シ
テ、甲乙二數ヲ加フル者アリ、甲數ニ乙數ヲ附記
シ、乙數ノ標記ヲ更ヘテ、甲ヨリ乙ヲ減スル者アリ、
左ノ三款ハ此理ニ由テ生スル者ナリ
第一款 正數ヲ加フルハ、恰モ負數ヲ減スルニ
同シク、負數ヲ加フルハ、恰モ正數ヲ減スルニ同
シ、

第二款 某數アリ、之ニ正數ヲ加フレハ、其所得
ハ必ス元數ヨリモ大ナリ、之ニ負數ヲ加フレハ、
其所得ハ必ス元數ヨリモ小ナリ、

第三款 某數アリ、之ヨリ正數ヲ減スレハ、其所
得ハ必ス元數ヨリモ小ナリ、之ヨリ負數ヲ減ス

レハ、其所得ハ必ス元數ヨリモ大ナリ、

第六十三章 比如ハ、 a ハ負數ナリ、之

ニ $-b$ ヲ加ヘ、或ハ之ヨリ $+b$ ヲ減スレハ、

即チ下式ノ和ヲ得、而シテ上章ノ第二

第三款ニ由レハ、其所得 $-a-b$ ハ必ス元數

$$-a+(-b)=-a-b$$

$$-a-(+b)=-a-b$$

テ	之	-a
-a-b	ヲ	ヨ、
ハ	記	リ
-a	ス	モ
ヨ	✓	小
リ	ハ、	ナ
モ	即	チ
其	チ	ラ
數	上	サル
大	式	ヲ
ナル	ノ	得
カ	如	ス、
如	シ、	記
シ、	然	弼
然	リ	ヲ
リ	而	以
	シ	テ

(第一百九十七章ヲ參觀ス可シ)

第六十四章 比如 a 二數 a 就 a 大

シ
テ
ハ
小
ナ
リ
ト
シ、
 $a+b$
ヲ
以
テ
二
數
ノ
和
ト
爲
シ

ヲ以テ其差ト為ス時ハ其和ト差トヲ配合ス

ルノ法ニアリ、即ち左ノ如シ、

第一法

$$\begin{array}{r} a+b \\ \text{加 } a-b \\ \hline 2a \end{array}$$

第二法

$$\begin{array}{r} a+b \\ \text{減 } a-b \\ \hline 2b \end{array}$$

是二法ニ由テ左ノ規則ヲ得

第一則
二、數、
ノ、和、
ニ、其、差、
ヲ、加、
フ、レ、
ハ、大、數、
ハ、二、

倍ヲ得

第二則
二、數ハ、和ヨリ、其差ヲ減スレハ、小數ハ、

二、倍、ヲ、得、

乘法

第六十八章 乗法トハ、此數ヲ目的^{メウス}トシテ、彼數ヲ倍蓰スルノ法ナリ、

第六十六章 茲ニ乘法ノ總則ヲ定メンカ為ニ、
 二名ノ單率ヲ相乘スルノ例ヲ掲ケ、第一ニ倍數
 ノ法、第二ニ自乘標ノ法、第三ニ標記ノ法ヲ論セ
 ント欲ス、

第一 倍數ノ法 比如ハ $5a = 3b$ ヲ乘スルニ當

テ、因子ノ順序ハ更ニ關スル所ナキカ故ニ、先ツ

甲 $5 \times 3 = 15$
 $a \times b = ab$
 乙 $5a \times 3b = 15ab$
 又 $15 \times ab = 15ab$
 シテ乙式ヲ得、是ニ由テ左
 二、數相乘積ノ倍數ハ、法實兩倍數ノ積ニ同シ、

第二 自乘標ノ法 比如ハ $a^4b^3 = a^3b^2$ ヲ乘スルニ

方テ、先ツ甲ノ二式ヲ作り、之
 ヲ相乘シテ乙式ヲ得、其 a^7b^5 ハ
 即チ兩率ノ積ナリ、是ニ由テ
 左ノ法則ヲ得、
 積中各字因ノ自乘標ハ、法實
 各字因自乘標ハ、和ニ同シ、

第三 標記ノ法 數學ニ於テ乘法ノ術ハ、某數

ヲ幾倍増スルニ在リ、而シテ其法ナル者ハ、實ヲ
 倍増スル果シテ幾倍タルヲ考定スルノ目的タ

ルノミ、然リ而シテ代數學ニ於テ、法ハ加減ノ標記ニ從テ變易スルカ故ニ、法ノ標記ニ由テ義理ノ變更スルヲ考ヘサル可カラス、

上文ノ理原ヲ説明センカ為ニ、茲ニ一例ヲ設ケ、
 $c-d$ ヲ以テ a ニ乘スヘシ、是ニ於テ $c-d$ ヲ以テ法ト

為シ、 a 數ヲ倍增スレハ、則チ c 倍ノ a ヨリ d 倍

ノ a ヲ減スル者ニ同シ、即チ上式ノ如シ、

此所得ノ第一率ハ、正數ヲ以テ a ヲ c 倍

$$a \times (c-d) = ac - ad$$

シテ、
 $a+a+a$ 等ノ如ク幾次 a ヲ倍增シテ c 數

ニ至ル、是レ即チ a ト $+c$ トノ積ノリ、第二率ハ負

數ヲ以テ a ヲ c 倍シテ、 $-a-a$ 等ノ如ク幾次 a ヲ倍

増シテ d 數ニ至ル、是レ即チ a ト $-d$ トノ積ナリ、

是ニ由テ之ヲ觀レハ、法ニ附スル所ノ十一標ヲ

辨明スル、正ニ左ノ法則ノ如クナルヲ決定ス、

法ニ附シタル加標ハ、次第ニ實ヲ加フ可ク、其減

標ハ、次第ニ實ヲ減ス可キヲ示ス者ナリ、

此理ニ由テ積ノ標記ニ正負ノ別ヲ生スルノ法

則チ辨明センカ為ニ、左ニ四例ヲ舉ケ、以テ正負

各異ノ諸式ヲ示サント欲ス、上文ノ理解ニ由リ
法正數ナル時ハ、積ハ實ノ固有標記ヲ以テ其數

例一第

$$+a \times (+b) = +a + a + a + \dots = +ab$$

例二第

$$+a \times (-b) = -a - a - a - \dots = -ab$$

例三第

$$-a \times (+b) = +a - a - a - \dots = -ab$$

例四第

$$-a \times (-b) = +a + a + a + \dots = +ab$$

ヲ倍增シ、法負數ノ
ル時ハ、積ハ實ノ標
記ヲ變更ス、是ニ由
テ四例ノ所得上ノ
如シ、
此四例ノ中ニ就テ、
第一及ヒ第四ヲ比
較シ、第二及ヒ第三

ヲ比較シテ考フレハ、則テ次ノ法則ヲ得ヘシ、
二因子同標ナル時ハ、其積正數ナルヘク二因子
異標ナル時ハ、其積負數ナルヘシ、
第六十七章 二、三以上ノ負數因子ヲ相乘スル
時ハ、其所得ノ
積上ノ如シ、是
ニ由テ左ノ法
則ヲ得

$$(-a) \times (-b) = +ab$$

$$(-a) \times (-b) \times (-c) = (+ab) \times (-c) = -abc$$

$$(-a) \times (-b) \times (-c) \times (-d) = (+abc) \times (-d) = -abcd$$

$$(-a) \times (-b) \times (-c) \times (-d) \times (-e) = (+abcd) \times (-e) = -abcde$$

奇數ノ負因子相乗ハ積ハ正數ナルヘク偶數ノ負因子相乗ハ積ハ負數ナルヘシ、

第一例

第六十八章 兩因子單率ナル時ハ上章說ク所

ノ理原ニ由テ左ノ規則ヲ得、

第一則 積ハ倍數ハ二因子ノ倍數ヲ相乗シテ

之ヲ得ヘシ、

第二則 字因ハ兩因子ハ各字ヲ書シ各字ノ自

乘標ハ兩因子各字ノ自乘標ヲ加ヘテ其和ヲ附

スヘシ、

第三則 二因子同標ナル時ハ積ニ加標ヲ附ス、
可ク二因子異標ナル時ハ積ニ減標ヲ附ス可シ、

設問

一第

$$7x^2y$$

$$5xy^3$$

$$35x^3y^4$$

二第

$$a^3cm^2$$

$$-6ac^4d$$

三第

$$-5c^4m^2$$

$$3c^2d^2$$

四第

$$-4x^2y^3z^4$$

$$-2x^4yz$$

五第

$$17a^3b^2c^3 \times 7ac$$

六第

$$11a^5b^2c \times 10a^5b^8c^9$$

七第

$$117ab^2c^3x \times 2a^3b^2c$$

八第

$$7x^2yz^4 \times -4xyz$$

九第

$$-12cd^2m^4 \times 10c^4$$

第十

$$-15a^3bx^3y \times -3aby$$

一十第

$$a^m \times a^n$$

二十第

$$x^m y \times xy^m$$

三十第

$$4a^m b^n c \times -6a^2 b^3 c$$

四十第

$$3x^c y^m \times 2x^{2c} y^{3m}$$

第十五

$$3x$$

$$2x^2y$$

$$7x^3y^3z$$

順次

=

相乘

シタル

積ヲ求ム

第十六

$$5a^2b$$

$$ab^3$$

$$3a^2c$$

$$-5abc$$

ヲ相乘

シタル

積ヲ求ム

第十七

$$7xy$$

$$-2x^2$$

$$3x^2y$$

$$-xy^3$$

$$xy^2$$

相乘

ノ積ヲ求ム

左ノ諸數相乘ノ積ヲ求ム

第十八

$$-3c^2dm$$

$$-2cd^2m$$

$$-5cdm^2$$

第十九

$$-a$$

$$-ab$$

$$-abc$$

$$-abcd$$

$$-abcdh$$

$$-abcdhm$$

第二十

$$2(x+y)$$

$$4a^2(x+y)$$

第二十一

$$4m^2(x-z)^2$$

$$-(z-x)$$

第二十二

$$(a-c)^{m+1}$$

$$(a-c)^{m-1}$$

第二例

第六十九章 一。因。子。或。ハ。兩。因。子。複。率。ナル。時。ハ、

左ノ術ヲ用ユ、

比如ハ

$$x-y+z$$

=

$$a+b-c$$

ヲ乘スル時ハ、其術左ノ如シ、

六第	五第	一第	設問
$\frac{3a^3x^2 - y^2x + z^2}{2ax^2}$	$\frac{2x^2 + xy + 2y^2}{3x - 3y}$	$\frac{3a - 2bc}{2a^2}$	
七第	二第		
$\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x + 3}{3x^2}$	$\frac{5x^2y + 2xy^2}{3xy}$		
八第	三第		
$\frac{a^3c^2 - 3a^2c^3 + a^2c - ac^2 + a - c + 1}{ac}$	$\frac{4a^2m - 3cd^2}{-3ac^2}$		
十第	九第	四第	
$\frac{3a^2 - 2ab - b^2}{2a - 4b}$	$\frac{2ax - 2x}{2x + 4y}$	$\frac{3x + 2y}{4x - 5y}$	

率、總
ヲ、則
加、
フ、實、 $x - y + z$
可、ハ、 $a + b - c$
シ、諸、 $ax + ay - az$ 積ルタシ乗ヲ a
率、 $bx - by + bz$ 積ルタシ乗ヲ b
ニ、 $-cx + cy - cz$ 積ルタシ乗ヲ 0
法、
ハ、 $ax - ay + az + bx - by + bz - cx + cy - cz$
各、
率、
ヲ、
乗、
シ、
テ、
各、
部、
ハ、
諸、

術
積總
則 是
ヲ 術
得、ニ
由
テ、
左、
ノ
總

九十第	八十第	左ノ諸因子ヲ閑散スヘシ、 テ之ヲ相乗スルノ術ヲ名ケテ閑散ト云フ、
$(a+2m-1)(a+1)$	$(a+m)(a+d)$	
十二第		
$(z^3+4z^2+5z-24)(z^2-4z+11)$		
一廿第		
$(a^3-4a^2+11a-24)(a^2+4a+5)$		
二廿第		
$(m-3)(m-1)(m+1)(m+3)$		
三廿第		
$(x^3-2x^2+3x-4)(4x^3+3x^2+2x+1)$		

原註ニ曰ク、二三以上多率相乗ノ積ヲ記スルニ、法實ヲ各括弧ノ中ニ挿入シ、其中間ニ乗標×ヲ附シ、或ハ之ヲ畧ス者アリ、真ノ乘法ヲ以	五十第	一十第
	$\frac{a^m + b^m}{a^n + b^n}$	$\frac{x^2 - xy + y^2}{x + y}$
	六十第	二十第
	$\frac{4a^3 + 8a^2 + 16x + 32}{3x - 6}$	$\frac{a^2 - 3ac + c^2}{a - c}$
	七十第	三十第
	$\frac{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3}{a - b}$	$\frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 8}$
	四十第	
	$\frac{a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3}{a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3}$	

第一式

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

リ、次ニ描クル所ノ諸式ハ、二率因子相
 求ムルノ規則ヲ示スニ方テ、必用ナル
 如ハ、 a b ハ某ノ二數ニ代フル者ニシ
 テ、 $a+b$ ヲ以テ其和ト為シ、 $a-b$ ヲ以テ其差
 ト為ス、前章ニ示ス所ノ術ヲ施シテ、三
 式ヲ得、其第一式ニ由テ左ノ通則ヲ得、
 凡ソ二數ノ和ヲ自乗シタル者ハ第一
 率ハ自乗ニ第一第二兩率相乗ハ積ニ
 倍ヲ加ヘ又第二率ハ自乗ヲ加フル者
 ニ同シ、

第四廿第

$$(y^4 + 2y^3 + y^2 - 4y - 11)(y^2 - 2y + 3)$$

五 廿 第

$$(c^2 - c + 1)(c^2 + c + 1)(c^4 - c^2 + 1)$$

第六十

$$(x^5 - 5x^4 + 13x^3 - x^2 - x + 2)(x^2 - 2x - 2)$$

第七十第

$$(16x^4 - 8x^3 + 4x^2 - 2x + 1)(2x + 1)$$

第七十章

諸式通則

式トハ、代數學ノ記號ヲ以テ通則ヲ

イ、斐、比、考、之、一

式二第

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$

第二式ニ由テ左ノ通則ヲ得、
凡、ソ、二、數、ハ、差、ヲ、自、乘、ス、ル、者、ハ、第、一、率、
ハ、自、乘、ヨ、リ、第、一、第、二、兩、率、相、乘、ハ、積、ニ、
倍、ヲ、減、シ、第、二、率、ノ、自、乘、ヲ、加、フ、者、ニ、同、
シ、

式三第

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

第三式ニ由テ左ノ通則ヲ得、
凡、ソ、二、數、ハ、和、差、相、乘、ハ、積、ハ、各、率、自、乘、
ハ、差、ニ、同、シ、

右三式ヲ暗記スレハ、凡ソ雙率ノ自乗、或ハ二數
ノ和差相乗ノ積ハ、乘法ノ手術ヲ用ヒスシテ之
ヲ知ル可シ、

第一

$(3a+2ab)^2 =$

$9a^2 + 12a^2b + 4a^2b^2$

答

3a+2ab 設問
ノ自乗如何

解ニ曰ク、第一率ノ自乗ハ $9a^2$ ナリ、第
一第二兩率相乗ノ積ニ倍ハ $12a^2b$ ナリ、
第二率ノ自乗ハ $4a^2b^2$ ナリ、第一式ニ從
ヒ上式ヲ得テ以テ答ト為ス、

九 第	四 第	$(5x+y^2)(5x-y^2)=25x^2-y^4$ 答 解ニ曰ク、 5xノ自乗ハ 25x ² ナリ、 y ² ノ自乗ハ y ⁴ ナリ、 第三式ニ從ヒ 上式ヲ得テ以テ 答ト為ス、
$(4x^2+3yz)$ $(4x^2-3yz)$	$(c+m)^2$	
十 第	五 第	
$(3ax+2ay)^2$	$(x-y)^2$	
一十 第	六 第	
$(x+1)^2$	$(x+y)$ $(x-y)$	
二十 第	七 第	
$(2x^2+1)^2$	$(3x^2+4y)^2$	
三十 第	八 第	
$(m+1)(m-1)$	$(5c^3-2cd)^2$	

第三	$(2x^2-5)^2 = 4x^4 - 20x^2 + 25$	第二
$5x+y^2$ $5x-y^2$ 相乗ノ積ヲ問フ、	答ト為ス、 十五ナリ、 第二式ニ從ヒ 上式ヲ得テ以テ	$2x^2-5$ ノ自乗ヲ問フ、 解ニ曰ク第一率ノ自乗ハ $4x^4$ ナリ、 第二率ノ自乗ハ $20x^2$ ナリ、 兩率相乗ノ積ニ倍ハ $20x^2$ ナリ、 第二式ニ從ヒ 上式ヲ得テ以テ

式一第

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

式二第

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

式三第

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

式四第

$$(a-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

式五第

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

式六第

$$(a-b)^5 = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$$

以上六式ハ、學者宜シク、手術ヲ用ヒテ熟練ス可シ

ニ左ノ式ヲ以テ之ヲ記ス可キ者アリ、

四十第 九十第

$$(x^m + y^n)(x^m - y^n)(z^2 - 3c)^2$$

五十第

$$(3a^3b + d^3)(3a^2b - d^3)$$

六十第

$$(x - \frac{1}{2}y)^2$$

七十第

$$(2c + \frac{1}{2})^2$$

八十第

$$(x^m + y^n)^2$$

第七十一章 代數學ニ於テハ、雙率ノ自乗方ヲ用ユルヲ頗ル多シ、故ニ學者須ク十分ニ其式ヲ暗記スヘシ、但シ雙率ノ三乗方以上ニ至テハ、乗法ノ手術ヲ用ヒテ可ナリト雖、三乗方、四乗方、五乗方ノ如キハ、實ニ手術ヲ用ヒスシテ、亦容易

第七十二章

複率ノ位次、左ヨリ右ニ向テ始終

$$x^5 - 4x^4 + 2x^2 - x + 1$$

遞次ニ文字ノ自乗標數ヲ減スル時ハ、其位次遞減自乗標ニ從フ者ト云フ、故ニ上ノ複率ノ如キハ、各率ノ位次 x ノ遞減自乗標ニ從フ者ナリ、

第七十三章

複率ノ位次、左ヨリ右ニ向テ始終

$$d - ax + cx^3 - 6x^5$$

遞次ニ文字ノ自乗標數ヲ増ス時ハ、其位次遞加自乗標ニ從フ者ト云フ、故ニ上ノ複率ノ如キハ、各率ノ位次 x ノ遞加自乗標ニ從フ者ナリ、

第七十四章

一率或ハ一數中單ニ一字アリ、後

々其字ヲ見サル者、之ヲ不羈數ト云フ、

第七十五章

兩複率ノ積ニハ一種ノ性質アリ、

今之ヲ説明スルヲ左ノ如シ、

第一 兩複率ノ位次、若シ某字ノ遞減自乗標ニ

從フ時ハ、各部ヲ相乗シテ得ル所ノ第一率ノ自

乗標數ハ、必ス其他ノ諸率ヨリモ多シ、而シテ此

一率ハ他ノ諸率ト合シテ約スル能ハサルヲ以

テ、總積ノ第一率ト為ス可シ、

第二 兩複率ノ位次、若シ某字ノ遞加自乗標ニ

從フ時ハ、各部ヲ相乘シテ得ル所ノ後率ノ自乘
標數ハ、必ス其他ノ諸率ヨリモ多シ、而シテ此一
率ハ他ノ諸率ト合シテ約スル能ハス、故ニ之ヲ
總積ノ後率ト為ス可シ、

第三 兩複率同種ナル時ハ、其相乘ノ積モ亦同
種ニシテ、各率ノ自乘標ハ、其二因子同字ノ自乘
標ヲ合シタル和ヲ以テ之ヲ目ス可シ、

除法

第七十六章 除法トハ、分子ト名クル所ノ數中
ニ、分母ト名クル所ノ數幾倍ヲ有ツヲ見ルノ術

ナリ、除法ヲ以テ得ル所ノ數ヲ商ト謂フ、

$$abc \div a = bc$$

$$bc \times a = abc$$

是故ニ、商ニ分母ヲ乘スレハ、分子ヲ
得ヘク、乘除ヲ反覆スレハ、元數ヲ得
ヘシ、即チ上式ノ如シ、

第七十七章 先ニ單率乘法(第六十六章)ニ於テ

論スル所ノ如ク、積ノ倍數ハ兩因子ノ倍數ヲ相
乘シテ之ヲ得ヘク、積ノ字因自乘標ハ兩因子ノ
自乘標ヲ加ヘテ之ヲ得ヘシ、是ニ由テ除法ノ規
則ヲ得ルヲ左ノ如シ、

第一則 凡ソ商ハ倍數ヲ得シト欲スル者ハ須

ラ、ク、分母ハ倍數ヲ以テ分子ハ倍數ヲ除クヘシ、

第二則 凡ソ商中各字ハ自乘標ヲ得ント欲ス、

ル者ハ須ハク分子ハ自乘標ヨリ分母ハ自乘標

ヲ減スヘシ、

右二則ノ例ハ上式ニ於テ之ヲ見ル可シ、

又、乘法(第六十六章)ニ於テ、兩因子ノ標記

相同シト時ハ其積正數ニシテ、兩因子ノ

標記同シカラサル時ハ其積負數ナルハ、

既ニ之ヲ説ケリ、此理ニ由テ、除法ニ於テ

ハ、分子正數ナルハ、商ハ分母ノ標ト同シク、分子

$24a^5 \div 6a^3 = \frac{24}{6} a^{5-3} = 4a^2$

負數ナルハ、商ハ分母ノ標ニ異ナリ、仍チ左ノ四

例ノ如シ、

第一

例一

$+ab \div (+a) = +b$

第二

例二

$+ab \div (-a) = -b$

第三

例三

$-ab \div (+a) = -b$

第四

例四

$-ab \div (-a) = +b$

此四例ニ由テ、左ノ規則ヲ得、

第三則 分子分母同標ナルハ、其商ハ正數ナルヘシ、
久、分子異標ナルハ、其商ハ負數ナルヘシ、

第一款 單率除法

第六十八章 分母單率ナル時ハ、既ニ上ニ説ク

所ノ理原ニ由テ左ノ規則ヲ得

第一則 分母ノ倍数ヲ以テ分子ノ倍数ヲ除テ

以テ新倍数ヲ得ヘシ

第二則 右所得ノ倍数ニ分子ノ字ヲ並書シ分

母中各字ノ自乘標ヨリ分子中同字ノ自乘ヲ減

シテ餘ハ所ノ自乘標ヲ附シ自乘標零トナル字

ハ之ヲ脱ス可シ

第三則 兩率同標ナル時ハ其商ニ加標ヲ附シ

兩率異標ナル時ハ其商ニ減標ヲ附ス可シ

又單率ヲ以テ複率ヲ除スル時ハ其規則左ノ如

シ、
分子ノ各率ヲ除リ各自ハ標記ヲ以テ其商ヲ連
列スヘシ

原註ニ曰ク分母ヲ以テ分子ヲ除ルニ或ハ奇

零ヲ生スル者アリ然ル時ハ平線ノ上

ニ分子ヲ記シ其下ニ分母ヲ記シ分數

ノ狀ヲ成シテ以テ除法ヲ示ス可シ而

シテ若シ兩率中ニ同因子アル時ハ悉

ク之ヲ脱シテ分母子ヲ省約ス可シ其

例ハ即チ上ノ如シ然リト雖氏上式ノ

$$4x^2yz^2 \div 6x^2y^2z = \frac{4x^2yz^2}{6x^2y^2z} = \frac{2z}{3y}$$

四十第	九第
$12m^3d(c-x)^5 \div 3md(c-x^2)^2$	$63a^3b^4cd^2 \div 21abcd$
五十第	十第
$3bcd+12bcx-9b^2c \div 3bc$	$63a^m \div 7a^n$
六十第	一十第
$15a^2bc-15acx^2+5ad^2c \div 5ac$	$34x^m y^n \div 17xy$
七十第	二十第
$10x^3-15x^2-25x \div 5x$	$(a-c)^5 \div (a-c)^3$
八十第	三十第
$15x^5-45x^4+10x^3-105x^2 \div 5x^2$	$35(x+y)^3 \div 5(x+y)$

二第	一第
$21a^3c^2d \div 7ac$	$16ab \div 4a$
四第	三第
$2a^6 \div a^4$	$-42x^5yz^4 \div 6x^3z^3$
六第	五第
$16x^3 \div 4x$	$-a^7 \div a^6$
七第	
$15axy^3 \div -3ay$	
八第	
$117a^5b^4c^3 \div 3a^5b^2c^2$	

如キハ、固ヨリ約分法ニ属スルヲ以テ、次ノ設
 問ニハ此類ノ例ヲ措キ、後ニ分数ノ條ニ至テ、
 之ヲ詳明スヘシ、
 設問

九十第

$$a^m c - a^{m-1} c^2 + a^{m-2} c^3 - a^{m-3} c^4 + a^{m-4} c^5 \div ac$$

十二第

$$3m^2(a-b)^2 - 3m(a-b) \div 3(a-b)$$

一十第

$$7a(3m-2a) - (3m-2a)^2 \div (3m-2a)$$

第二款 複率除法

第七十九章 分母複率ナル時ハ假ニ分母子ノ
 位次ヲ以テ、某字ノ遞減自乘標ニ從フ者ト為シ、
 第七十五章ノ第一條ニ由テ、分子ノ第一率ハ必

ス同位次ノ商ト分母トヲ相乘シタル積ナルハ、
 シ、故ニ商ノ第一率ハ、唯、分母ノ第一率ヲ以テ分
 子ノ第一率ヲ除テ之ヲ得、其餘ハ數學除法ノ如
 ク、殘餘ヲ以テ更ニ分子ト為シ、復タ手術ヲ施ス
 第一率ノ如シ、

設問

$$6a^4 + a^3b - 20a^2b^2 + 17ab^3 - 4b^4$$

$$\div 2a^2 - 3ab + b^2$$

ニ除スレハ其商幾許

術

$$\begin{array}{r}
 \text{實 } 6a^4 + a^3b - 20a^2b^2 + 17ab^3 - 4b^4 \quad \begin{array}{l} 2a^2 - 3ab + b^2 \text{ 法} \\ 3a^2 + 5ab - 4b^2 \text{ 商} \end{array} \\
 \hline
 6a^4 - 9a^3b + 3a^2b^2 \\
 \hline
 10a^3b - 23a^2b^2 + 17ab^3 \\
 10a^3b - 15a^2b^2 + 5ab^3 \\
 \hline
 -8a^2b^2 + 12ab^3 - 4b^4 \\
 -8a^2b^2 + 12ab^3 - 4b^4 \\
 \hline
 \end{array}$$

右ノ例ニ由テ左ノ規則ヲ得

第一則 分母子ノ兩數ヲ一字ノ遞減或ハ遞加

自來標ニ從テ位次ヲ立ツ可シ

第二則 分母ノ第一率ヲ以テ分子ノ第一率ヲ

除リ其所得ヲ商ニ記ス可シ

第三則 上則ニ由テ得ル所ハ商ヲ以テ分母ニ

乗シ其積ヲ分子ノ減ス可シ

第四則 殘餘ノ位次ヲ立テ以テ更ニ分子ト為

シ術ヲ施ス初ノ如シ而シテ終ニ殘餘ノ第一

率ニ分母ノ第一率ニ包含セサルニ至ル可シ

八 第

$$ax^3 - (a^2 + b)x^2 + b^2 \div ax - b$$

六 第

$$6a^4 + 9a^3 - 15a \div 3a^2 - 3a$$

九 第

$$a^4 + 4b^4 \div a^2 - 2ab + 2b^2$$

七 第

$$x^6 - y^6 \div x^3 + 2x^2y + 2xy^2 + y^3$$

二十 第

$$1 - x - x^2 \div 1 + x + x^2$$

一十 第

$$1 + 3x \div 1 - 5x$$

十 第

$$x^6 - x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1 \div x^2 + x - 1$$

四十 第

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \div a + b + c$$

三十 第

$$x^6 - 2x^3 + 1 \div x^2 - 2x + 1$$

五十 第

$$2x^7y - 5x^6y^2 - 11x^5y^3 + 5x^4y^4 - 26x^3y^5 + 7x^2y^6 - 12xy^7 \div x^4 - 4x^3y + x^2y^2 - 3xy^3$$

一 第

$$a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3 \div a + x$$

二 第

$$a^3 - 4a^2c + 4ac^2 - c^3 \div a - c$$

三 第

$$a^3 - 6a^2 + 12a - 8 \div a^2 - 4a + 4$$

四 第

$$3x^2 - 2x^4 + x^5 - x^3 - 2x - 15 \div x^2 - 5 - 4x$$

五 第

$$25x^6 - x^4 - 2x^3 - 8x^2 \div 5x^3 - 4x^2$$

設問

商、分、第
ト、母、五
合、ハ、則
セ、上、
テ、ニ、若
十、書、シ
分、シ、最
ハ、テ、後
商、分、ニ
ヲ、數、至
得、状、テ
ハ、ヲ、猶
シ、成、殘
ハ、餘
前、
ニ、ル
得、時
ル、ハ
所、之
ハ、ヲ

六十第

$$a^5+c^5+a^4+c^4-ac^4-ac^4-2a^2c^2 \div a^3+c^3-a^2c-ac^2$$

七十第

$$4x^6-5x^5+8x^4-10x^3-8x^2-5x-4 \div 4x^3+3x^2+2x+1$$

十二第

$$x^m-xy^{m-1}-x^{m-1}y+y^m \div x-y$$

八十第

$$x^5-a^5 \div x-a$$

一廿第

$$a^{c+m}-a^c b^n-a^m b^d+b^{n+d} \div a^m-b^n$$

九十第

$$a^2+x^3 \div a-x$$

二廿第

$$x^{3n}-2x^{2n}y^n-2x^ny^{2n}+y^{3n} \div x^n+y^n$$

整除

第八十章 某數ヲ除テ奇零ナキ者ヲ整除ト曰

ヒ、其商ヲ整商ト曰フ、

第八十一章 前ニ第七十八章ニ説ク所ノ、除法

規則ニ由レハ、分子ノ單率ニシテ、左ノ條件ニ適

合スル者ハ整除スルヲ能ハス、

第一條 分子ノ倍數、恰モ分母ノ倍數ニ倍從セ

サル者、

第二條 分子ノ字因、分母ノ字因ヨリモ少ナキ

者、

第三條 分母ノ字因、分子中ニ有ラサル者、

第八十二章 複率相除スル者モ、左ニ掲クル所ノ如キハ、整除スルヲ能ハサルハ、亦第七十九章ニ明カナリ、

第一條 分母子共ニ同字ニ就テ位次ヲ定メ而シテ分子ノ第一率、分母ノ第一率ニ幾倍蓰セサル者、

第二條 分子ノ殘餘中、恰モ分母ノ第一率ニ幾倍蓰スル所ノ率ナキ者、

除法總則

第八十三章 代數商ノ價格ハ、分母子ノ價格、及ヒ標記ニ關係ス、分母若クハ分子ノ價格標記ヲ變更スレハ、商モ亦隨テ變更シ必ス其法則ニ從フ、分母子ノ此關係アルヤ、代數諸術ニ於テ之ヲ顯ハスト稀カラス、故ニ今茲ニ變更ノ法則ヲ示サントス、之ヲ概スルニ變更ノ法則ニアリ、一ニ曰ク眞價變更、二ニ曰ク標記變更、是ナリ、

第一 眞價變更

第八十四章 凡ソ整除ノ商率ハ、分母率中ニアラスシテ、分子率中ニアル者ヲ以テ成ルヘシ、故

ニ若シ分子中ニ新數ヲ入レテ、分母舊ノ如クナ
レハ、商中必ス其新數ヲ生ス、若シ分子ヨリ一數
ヲ去テ、分母舊ノ如クナレハ、商中必ス其數ヲ失
ス、

又分子ヨリ舊ノ如クニシテ、若シ分母ニ一數ヲ入
ルレハ、商中必ス其數ヲ失ス、若シ分母ヨリ一數
ヲ去レハ、商中必ス其數ヲ生ス、

是ニ由テ左ノ總則ヲ得、

第一則 分子ニ乘スレハ、商ニ乘シ、分子ヲ除ス
レハ、商ヲ除ス

第二則 分母ニ乘スレハ、商ヲ除シ、分母ヲ除ス
レハ、商ニ乘ス

第三則 分母子共ニ同數ヲ以テ乘シ或ハ除ス
ル者ハ、其商ヲ變更セス、

第二 標記變更

第八十五章 分母子ノ標記ヲ變シテ、商ノ標記
ヲ更フルノ法則ヲ知ラント欲ハ、宜シク先ツ

十一 二標ノ關係ハ、唯、三ノミナルヲ了知
十 十一 スヘシ、其變更ハ即チ上ノ如シ、

分母子同標ナル者ヲ變シテ異標ト為シ、或ハ異

標ナル者ヲ變シテ同標ト為スカ如ク、只一標ヲ
變スル時ハ、必ス商ノ標記ヲ變更ス、若シ分母子
ノ兩標ヲ共ニ變スル時ハ、商ノ標記ヲ變更セス、
是ニ由テ左則ヲ得、
第一、分子或ハ分母ハ標記ヲ變スレハ、商ハ標
記ヲ變更ス、
第二、分母子ハ兩標記ヲ變スレハ、商ハ標記ヲ
變更セス、

一個分子、零乘方、負數、自乘標、

第八十六章 某數ノ一個分子トハ、某數ヲ以テ

一個ヲ除スル者ナリ、比如ハ $\frac{1}{x}$ ハ x ノ一個分
子ナリ、 $\frac{1}{a-c}$ ハ $a-c$ ノ一個分子ナリ、

第八十七章 自乘標ヲ附スル所ノ某數ヲ以テ、

自乘標ヲ附スル所ノ同數ヲ除スル
時ハ、分子ノ自乘標ヨリ、分母ノ自乘
標ヲ減シテ商ノ自乘標ヲ得、即チ上
式ノ如シ、
 $a^5 \div c^2 = a^{5-2} = a^3$
 $a^7 \div c^3 = c^{7-3} = a^4$

凡ソ自乘標アル者ヲ除スルニハ、自乘標ノ差ヲ

取ルカ故ニ、其式總テ上ノ如シ、若シ此式

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
ニ於テ n ハ m ト相同シキ時ハ、其商ノ自

$$\frac{a^2}{a^2} = a^0$$

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3} = a^{-1}$$

$$\frac{a^2}{a^4} = a^{2-4} = a^{-2}$$

乗標ハ零ナリ、又若シルハ m ヨリモ大ナル時ハ、商ノ自乗標ハ負數ナリ、即チ上ノ如シ、

第八十八章

代數學ノ諸術ニ於テ、 a^0 a^{-1} a^{-2} a^{-3} 等

如キ諸率ヲ要用トスルノ屢ナリ、故ニ爰ニ其

義ヲ解

カントス、比如ハ a ヲ以テ數量ト為シ、 m

ヲ以テ自乗標タラシメハ、除法則ニ從テ甲式ヲ

得、而シテ同數相除スレハ、必ス一

個ヲ得、即チ乙ノ如シ、又確言第七

條ニ從ハハ、即チ丙ノ如シ、

甲 $\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$

乙 $\frac{a^m}{a^m} = 1$ 丙 $a^0 = 1$

是ニ由テ左則ヲ得、

第一則 凡ソ自乗標零ナル數量ハ一個ニ同シ、

又除法ニ從テ左ノ甲式ヲ得、然シテ既ニ上ニ論

ルカ如ク $a^0 = 1$ ナリ、之ヲ以テ分子ニ

代フレハ、其商ハ乙式ノ如ク形ヲ

變ス、又確言第七條ニ由レハ丙式

甲 $\frac{a^0}{a^m} = a^{0-m} = a^{-m}$

乙 $\frac{a^0}{a^m} = \frac{1}{a^m}$

ヲ得ヘシ

是ニ由テ左則ヲ得、

第二則 凡ソ自乗標負數ナル數量ハ、其自乗標

正數ナル者ハ一個分子ニ同シ、

$a^m \pm b^m$ 可除

第八十九章

$a^m + b^m$ 或 $a^m - b^m$

如キ數量ニシテ、時ニ

終際ス

キ者アリ、其適用大妨ナリト雖、僅ニ

四例ヲ以テ之ヲ説キ盡スヲ得ヘシ、仍テ之ヲ左

ニ掲ク、

第一例

$a+b$
ヲ以テ
 $a^m + b^m$
ヲ除ス、

術

實	a^m	+	$a^{m-1}b$	法	$a+b$
	a^m	+	$a^{m-1}b$	商	$a^{m-1} - a^{m-2}b$
残一第	$-a^{m-1}b$	+	b^m		$= -b(a^{m-1} + b^{m-1})$
	$-a^{m-1}b$	+	$-a^{m-2}b^2$		
残二第	$+a^{m-2}b^2$	+	b^m		$= +b^2(a^{m-2} + b^{m-2})$

第一第二ノ殘數ヲ推シテ
 之ヲ考フレニ、 m 若シ奇數
 ナル時ハ陸續此術ヲ施シ
 テ第 m 殘ニ至レハ、則チ左
 ノ甲ノ如クナルヲ知ル可
 シ、是ヲ整除ト為ス、 m 若シ
 偶數ナル時ハ、第 m 殘ニ至
 レハ則チ左ノ乙ノ如クナ
 ルヲ知ル可シ、是ヲ整除ニ
 アラスト為ス、

術

第二例

$$\begin{aligned}
 & a^m + b^m \overline{a-b} \\
 & \frac{a^m + a^{m-1}b}{+ a^{m-1}b + b^m} \overline{a^{m-1} + b^{m-1}} \\
 & - \frac{+ a^{m-2}b^2}{+ a^{m-2}b + a^{m-2}b^2} \\
 & = \frac{+ a^{m-2}b^2 + b^m}{+ a^{m-2}b + a^{m-2}b^2} \overline{a^{m-2} + b^{m-2}}
 \end{aligned}$$

$a-b$
 フ
 以
 テ
 $a^m + b^m$

ヲ除ス

陸續此術ヲ施ス時ハ、 m 數
 ノ奇偶ニ拘ラス、第 m 殘ニ
 至レハ、左式ヲ得ルハ必然
 ナリ、斯ノ如クナル時ハ、之
 ヲ整除スルヲ能ハス、

甲

$$-b^m(a^{m-m}-b^{m-m})=-b^m(a^0-b^0)=-b^m(1-1)=0$$

乙

$$+b^m(a^{m-m}+b^{m-m})=+b^m(a^0+b^0)=+b^m(1+1)=+2b^m$$

是ニ由テ之ヲ觀レハ、自來標奇數
 ナル時ハ、二數同、自來ハ和ハ二數
 ハ、和ヲ以テ、整除スルヲ得ヘク、自
 來標若シ、偶數ナル時ハ、奇零ナキ、
 得ス、

第三例

術

$$\begin{array}{r}
 a^m - b^m \quad a+1 \\
 \hline
 a^m - a^{m-1}b \quad a^{m-1} - a^{m-2}b \quad a+1 \\
 -a^{m-1}b - b^m = -b(a^{m-1} + b^{m-1}) \\
 \hline
 -a^{m-1}b - a^{m-2}b^2 \\
 +a^{m-2}b^2 - b^m = +b^2(a^{m-2} - b^{m-2}) \\
 \hline
 a^m - b^m
 \end{array}$$

ヲ除ス

若シ奇數ナレハ陸續此
 術ヲ施シテ第 m 殘ニ至レ
 ハ左ノ甲式ヲ得ルハ必然
 ナリ故ニ整除ス可カラサ
 ル者トス然リト雖モ m 若
 シ偶數ナル時ハ左ノ乙式
 ヲ得ルハ必然ナリ斯ノ如
 クナレハ之ヲ整除ス可シ

$$+b^m(a^{m-m} + b^{m-m}) = +b^m(a + b^0) = +b^m(1+1) = +2b^m$$

一、ハ
 數ニ
 ノ由
 差テ
 ヲ之
 以テ
 整除
 スル
 一能
 ハス
 觀レハ二數同自乘ノ和ハ

第四例

術

$$\begin{array}{r}
 a^m - b^m \overline{) a^m - b^m} \\
 \underline{a^m - a^{m-1}b} \quad a^{m-1} - a^{m-2}b \\
 + a^{m-1}b - b^m = +b(a^{m-1} - b^{m-1}) \\
 \underline{+ a^{m-1}b - a^{m-2}b^2} \\
 = +a^{m-2}b^2 - b^m = +b^2(a^{m-2} - b^{m-2})
 \end{array}$$

陸續此術ヲ反覆スレハ、
ノ奇偶ニ拘ラス、第 m 殘
至テ左式ヲ得ヘシ、然レハ
則チ之ヲ整スルヲ得
者ナリ、

$a-b$
ヲ
以
テ
 $a^m - b^m$
ヲ除ス、

甲

$$-b^m(a^{m-m} - b^{m-m}) = -b^m(a + b^0) = -b^m(1+1) = -2b^m$$

乙

$$+b^m(a^{m-m} - b^{m-m}) = +b^m(a^0 - b^0) = +b^m(1-1) = 0$$

是ニ由テ之ヲ觀レハ、自乘標偶數
ヲ、ハ、ナ、ル、ハ、二、數、同、自、乘、ハ、差、ハ、二、數、
整、シ、和、ヲ、以、テ、之、ヲ、整、除、ス、ル、ヲ、得、ハ、カ、ラ、ス、
除、自、乘、標、若、シ、奇、數、ナル、時、ハ、之、
ス、ル、一、ヲ、得、ヘ、カ、ラ、ス、

$$+ b^m(a^{m-m} - b^{m-m}) = 1 \cdot b^m(a^0 - b^0) =$$

$$+ b^m(1 - 1) = 0$$

得ハ是
ハ二二
シ、數、由
ハ、テ
差、之
ヲ、ヲ
以、觀
テ、レ
之、ハ
ヲ、二
整、數
除、同
ス、自
ル、來
ト、ハ
ハ、左

第九章 前章ノ第一、第三、第四例ニ於テ整除

スル一ヲ待ル時ハ其商左ノ如シ、

$$\frac{a^m + b^m}{a + b} = a^{m-1} - a^{m-2}b + a^{m-3}b^2 - a^{m-4}b^3 + \dots - ab^{m-2} + b^{m-1} \dots \dots \dots (壹)$$

$$\frac{a^m - b^m}{a + b} = a^{m-1} - a^{m-2}b + a^{m-3}b^2 - a^{m-4}b^3 + \dots + ab^{m-2} - b^{m-1} \dots \dots \dots (貳)$$

$$\frac{a^m - b^m}{a - b} = a^{m-1} + a^{m-2}b + a^{m-3}b^2 - a^{m-4}b^3 + \dots + ab^{m-2} + b^{m-1} \dots \dots \dots (參)$$

第九十一章 上章ノ壹貳參式ニ於テ、 m ニ若干

ノ真價ヲ附與スレハ、則チ左ノ商ヲ得、是レ後來
參觀ノ為ニ用ナル者ナリ。

壹

$$\frac{a^3+b^3}{a+b} = a^2 - ab + b^2$$

貳

$$\frac{a^5+b^5}{a+b} = a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4$$

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} = a - b$$

$$\frac{a^4-b^4}{a+b} = a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$$

$$\frac{a^6-b^6}{a+b} = a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 - b^5$$

參

$$\frac{a^2-b^2}{a-b} = a + b$$

$$\frac{a^3-b^3}{a-b} = a^2 + ab + b^2$$

$$\frac{a^4-b^4}{a-b} = a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$$

$$\frac{a^5-b^5}{a-b} = a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4$$

又同法ヲ以テ左ノ商ヲ得、

肆

$$\frac{x^3+1}{x+1} = x^2 - x + 1$$

伍

$$\frac{x^5+1}{x+1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

$$\frac{x^2-1}{x+1} = x-1$$

$$\frac{x^4-1}{x+1} = x^3 - x^2 + x - 1$$

$$\frac{x^6-1}{x+1} = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$$

陸

$$\frac{x^2-1}{x-1} = x+1$$

$$\frac{x^3-1}{x-1} = x^2 + x + 1$$

$$\frac{x^4-1}{x-1} = x^3 + x^2 + x + 1$$

$$\frac{x^5-1}{x-1} = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

分割因子

第九十二章 凡ソ數ノ因子トハ、之ヲ相乘シテ
其數ヲ生スヘキ者ヲ謂フ、

第九十三章 最小因子トハ、二三ノ數ヲ相乘シ
 テ成ル者ニ非サルヲ謂フ、故ニ此因子ハ之ヲ自
 除スルノ外、一個ニアラザルヨリハ、之ヲ除スル
 能ハサル者ナリ、

第九十四章 代數ノ因子ヲ分割スルニ、着眼ヲ
 以テシ、或ハ實驗ニ由リ、或ハ成形ノ法ニ從フ、

單率ノ最小因子ヲ顯スハ、唯、倍數ノ因子
 ヲ分割シ、自乘標ノ數ニ從テ字因ヲ重複
 スルニ在リ、即チ上式ノ如シ、

$$15a^3x^2y = 3 \times 5 \times a \times a \times a \times x \times x \times y$$

第九十五章 複率ノ因子ヲ分割スルニハ、左ノ

諸款ニ注意スヘシ、

第一款 複率ノ諸率ニ通スル公倍數ア
 ル者ハ各率ノ公倍數ヲ括弧ノ外ニ出シ、
 其他ノ諸因子ヲ括弧ノ内ニ入ル可シ、即
 チ上式ノ如シ、

第二款 三率ノ二率ハ全ク平方ニシテ、
 一率ハ二率ノ平方根相乘ノ積ニ倍ナル
 者ハ、二率平方根ノ和或ハ其差ノ平方ナ
 ルヘシ、(第七十章ノ第一則、第二則ニ見ヘ

$$2a^2x^3 - 6a^2x^2 + 4a^2x - 10a^3 = 2a^2(x^3 - 3x^2 + 2x - 5a)$$

$$9x^2 - y^2 = (3x+y)(3x-y) \quad 4a^4 - 20a^2b + 25b^2 = (2a^2-5b)(2a^2-5b)$$

タリ、故ニ上式ノ如ク其因子ヲ分割スル
 ヲ得、蓋シ上ノ三率ニ於テ $4a^4$ 及ヒ $25b^2$ ノ二
 率ハ、 $2a^2$ 及ヒ $5b$ ノ平方ニシテ、又一率 $20a^2b$ ハ
 $2a^2$ $5b$ 相乗ノ積ニ倍ナルヲ以テ、上式ノ因
 子ヲ得ルナリ、
 第三款 雙率兩ナカラ平方ニシテ、中間
 ニ減標アル者ハ、兩率平方根ノ和ト差ト
 ノ積ニ同シ、(第七十章ノ第三則ニ見ヘタ
 リ、) 故ニ其因子ヲ分割シ得ル上式ノ如
 シ、

第四款

$$a^m \pm b^n$$

如キ形狀ヲ成ス者ハ、既ニ
 其條ニ説ク所ノ法式ニ從テ、因子ヲ分割
 ス可シ、即チ上式ノ如シ、

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

原註ニ曰ク、複率ノ因子中、一モ諸率ニ通スル
 者ナキ時ハ、因子ノ分割全体ニ及ハスシテ、一
 部ニ止マルモ亦可ナリ、

設問

左ノ諸複率ノ因子ヲ分割スヘシ、

時ハ其術左ノ如シ、

比如ハノ代数ニ於テ、 $y-1$ ヲ以テ x ニ代用スル
 x^3+x^2-5x-3

第九十六章 代数学ニ於テ、式中ノ某數量ヲ去
テ、此ニ他ノ數量ヲ填充スルノ法アリ、是ヲ代用
法ト曰フ、

代用法

第七

一第

$$(x^2-x)a+(x^2+x)(3b-c)-q$$

$$a^3b+a^2b^2+a^2bc$$

因子ヲ分割シ、 x
ノ自乘標ニ從テ、
位次ヲ立ツヘシ、

二第

$$3x^2y^2-3x^4y^2+3x^2y^4-6x^3y^3$$

三第

$$5a^3bc^2-15a^2b^2c^3-5a^2b^2c^2d$$

十第

$$y^5-243$$

八第

$$a^5m-9am^3$$

四第

$$a^2+c^2x+cmx$$

一十第

$$x^6-y^6$$

九第

$$8a^3-x^3$$

五第

$$x^3-x^2y+xy^2-y^3$$

二十第

$$a^3-ab^2+2abc-ac^2$$

六第

$$a^4b^2+2a^3b^3+a^2b^4$$

<p>第五第</p> $a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4$ <p>如何、 ル、 時、 ハ、 此、 代、 數、</p>	<p>第三第</p> $y^4 - 2y^3 + y^2 - 6$ <p>ス、 以、 テ、 シ、 此、 ニ、 於、 テ、 代、 用、</p>	<p>第一第</p> $a^2 + ab + b^2$ <p>ス、 以、 テ、 シ、 此、 ニ、 於、 テ、 代、 用、</p>	<p>設問</p>
<p>第六第</p> $x^3 + ax^2 + a^2x + a^3$ <p>ハ、 此、 代、 數、 如何、</p>	<p>第四第</p> $x^2 + ax + b$ <p>從、 テ、 位、 次、 ヲ、 立、 ツ、 ヘ、 シ、 代、 用、 シ、 ル、 ノ、 白、 架、 標、 ニ、</p>	<p>第二第</p> $a^2 - 2a + 1$ <p>ス、 以、 テ、 シ、 此、 ニ、 於、 テ、 代、 用、</p>	

元、
數、
術

顯、
ハ、
ル、
、
所、
ハ、
緊、
要、
諸、
術、
ヲ、
代、
用、
ノ、
數、
ニ、
施、

是、
ニ、
由、
テ、
代、
用、
ノ、
法、
則、
ヲ、
得、

左、
ノ、
如、
シ、

$$x^3 = (y-1)^3 = y^3 - 3y^2 + 3y - 1$$

$$x^2 = (y-1)^2 = y^2 - 2y + 1$$

$$-5x = -5(y-1) = -5y + 5$$

$$-3 = -3$$

$$x^3 + x^2 - 5x - 3 = y^3 - 2y^2 - 4y + 2$$

代算術

第十

$$x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 8x - 3$$

此ニ於テ、
以テ、
ス、
シ、
代用ヲ

第十一

$$2(a-b)^2(b-c)^3 + 2(a-b)^3(c-a)^2 + 2(b-c)^2(c-a)^3 = x^4 + y^4 + z^4$$

此ニ於テ
ナル時ハ、
シテ其當ヲ得
ルヤ如何、
果
 $a-b=x$
 $b-c=y$
 $c-a=z$

第九

$$x^3 - 7x - 6$$

此ニ於テ
 $y-2$
ヲ以テ
 x ニ代用スヘシ、

第八

$$(x+a+b+c)^5 + (x-a-b-c)^5$$

此ニ於テ
 $a+b+c=0$
ナル時ハ如何、

第七

$$x^4 + y^4$$

此ニ於テ、
 y ニ代フル時ハ如何、
 $a+b$
ヲ以テ

イ

最大公倍数

第九十七章 二三以上ノ數量ヲ悉ク整除ス、
キ者、之ヲ公倍数ト謂フ、

第九十八章 最大公倍数トハ、二三以上ノ數量
ヲ悉ク整除ス、ハキ諸數ノ中ニ就テ、最大ナル者
ヲ謂フ、其數タルヤ、必ス諸數量ニ普ク通スル所

ノ原初因子ヲ以テ成ル者ナリ、
茲ニ公倍数ニ就テ、最大ト稱スル者ハ、之ヲ比較
シテ、其類ヲ別ツノミ、必スシモ代數學、若シクハ
數學ニ所謂ル價格ノ大小ニ因テ之ヲ稱スルニ

非ス、比如ハ左ノ甲乙兩數ハ、某ノ二三數ニ通ス

甲 $x-3$

ル原初因子ナレハ、兩因子相乘ノ
積ハ則チ最大公倍数ナリ、然ルト

雖氏、所謂ル最大公倍

數ハ、必シモ原初因子

ヨリモ大ナリト為ス

可カラス、試ニ上式ノ

子因初原

$$x^2+4x+2=34$$

數倍公大最

$$x^3+x^2-10x-6=34$$

乙 x^2+4x+2

數倍公大最チ即積ノ乘和乙甲

$$(x^2+4x+2)(x-3)=x^3+x^2-10x-6$$

ク、其真數ニ於テハ大小相同シ、
則チ下式ノ如

第九十九章

諸數アリ、若シ其一因子モ彼是ニ

通スル者ナキ時ハ、此諸數ヲ相互ニ原初因子ト
謂フ可シ、

第一例

第一百章 二三ノ某數量アリ、着眼ヲ以テ其因
子ヲ分割シ得ル者アリ、

最大公倍數ノ因子ハ、本數ノ最小ナル者ヨリモ、
大ナル自乘標ヲ有ツテ能ハサルハ既ニ第八十
一章ノ第二條ニ説ケルカ如シ、是ニ由テ自ラ左
ノ規則ヲ得

第一則 着眼或ハ其他ハ法ヲ以テ各異ハ原

初因子ヲ認テ、普ク諸本數ニ通シ最小ハ自乘標
ヲ以テ本數ニ相因ル者ヲ取ルヘシ、
第二則 上則ニ從テ得ル所ハ諸因子ヲ相乘シ
テ其積ヲ取リ、是ヲ最大公倍數ト為ス、

設問

第一

$$a^5 - 2a^3x^2 + ar^4$$

ト

$$a^4 - 2a^3x + a^2x^2$$

ト

ノ最大公倍數ヲ求ム、

兩數ノ因子ヲ分割シテ左式ヲ得、

左ノ諸數ノ最大公倍數ヲ問フ、

$$a^5 - 2a^3x^2 + ax^4 = a(a^4 - 2a^2x^2 + x^4) = a(a-x)^2(a+x)^2$$

$$a^4 - 2a^3x + a^2x^2 = a^2(a^2 - 2ax + x^2) = a^2(a-x)^2$$

公倍數ナリ、

得即チ求ムル所ノ最大

ヲ $(a-x)^2$ カリ、之ヲ相乘シテ下式

自乘標最小ナル者ハ a ト

式中兩數ニ通スル因子ノ

最大公倍數

$$a(a-x)^2 = a^3 - 2a^2x + ax^2$$

第六
 $a^2x^3 - 3a^2x^2 + a^2x$
 $3axx^2 - ax^2x^2 - ax^2$

第二
 $2a^2bc^3$
 $6ab^2c^5$
 $10a^2bc^2$

第七
 $16x^2 - 1$
 $x - 4x^2$
 $1 - 8x + 16x^2$

第三
 $5x^2y^2z^2$
 $6x^3yz^2$
 $12x^2yz^3$

四第
 $x^2 - y^2$
 $x^2 - 2xy + y^2$

五第
 $a^2m - b^2m$
 $2ac^2m - 2c^2bm$

第一百〇二章 此例ニ於テハ、最大公倍數ヲ求

其因子ヲ分割シ能ハサル者アリ、

第一百〇一章 二三ノ某數量アリ、着眼ヲ以テ

第二例

ハルニ方テ、宜シク除法ヲ用ヒ、以テ、其本數ヲ
 分割スヘシ、然リト雖、其法則ヲ立テント欲セ
 ハ、先ツ整除ノ原由ヲ考定セザル可カラズ、
 第一百。三章 比如ハ先ツAヲ以テ某數ト為
 シ、Dヲ以テ之ヲ整除スヘキ者ト為シ、 q ヲ以テ
 其商ト為ス時ハ、則チ左ノ甲式ヲ得ヘシ、又其分
 子ニ m ヲ乘スレハ、則チ乙式ヲ得ヘシ、

$$\text{甲} \quad \frac{A}{D} = q$$

$$\text{乙} \quad \frac{Am}{D} = qm$$

(第八十四章第一則ニ從ス)

爰ニ於テ qm ハ整數ナリ、若シDニシテAヲ除ス

ルヲ得レハ、必ス亦Amヲ除スルヲ得ヘキカ故ナ
 リ、是ニ由テ左則ヲ得、
 第一則 二數A、其、一、ヲ整除シ得ヘキ者ハ必
 ス、亦、二、數、ハ、積、ヲ、整、除、シ、得、ヘ、シ、
 復タABヲ以テ某ノ二數ト為シ、Sヲ以テ其和
 ト為シ、AB兩數共ニDヲ以テ之ヲ整除スヘキ
 者ト為ス時ハ、則チ左ノ諸式ヲ得、

$$\frac{A}{D} = q$$

$$\frac{B}{D} = q'$$

$$A+B=S$$

$$D \text{ ヲ以テ之ヲ除レハ}$$

$$q+q' = \frac{S}{D}$$

ト為ル、

此ニ於テ $\frac{S}{D}$ ハ整數ナリ、蓋シSハ $q+q'$ ニ同シクシ

テ、 $q+q'$ ハ整數ナルニ因レリ、是ニ由テ左則ヲ得、
第二則 二數アリ、各之ヲ整除シ得ヘキ者ハ亦
必ス其和ハ整除シ得ヘシ、

又 d ヲ以テ A 、 B ノ差ト為シ、 A 、 B 共ニ D ヲ以テ
除スヘキ者ト定メ、 q 、 q' ヲ以テ其商ト為ス時ハ
則チ左式ヲ得、

$$A-B=d$$

D ヲ以テ之ヲ除レハ $q-q'$ ト為ル、此ニ於テ

$\frac{d}{D}$ ハ整數ナリ、蓋シ $q-q'$ ノ整數ナルニ因レリ、是
ニ由テ左則ヲ得、

第三則 二數アリ、各之ヲ整除シ得ヘキ者ハ亦
必ス其差ヲ整除シ得ヘシ、

第一百〇四章 上章ニ説ク所ノ理由ヲ推シテ、
二數ノ最大公倍數ト、本數ヲ分離シタル各部ト
ノ間ニ、相關涉スル所アルヲ見ルヘシ、

比如ハ二數アリ、各同字ノ自乘標ニ從テ位次ヲ
立テ、兩數ノ大ナル者ヲ以テ A ト為シ、小ナル者
ヲ以テ B ト為シ、小ヲ以テ法ト為シ、大ヲ以テ實
ト為シ、以テ之ヲ除リ、其除殘ヲ以テ舊ノ法ヲ除
リ、數次斯ノ如ク術ヲ施シテ、終ニ奇零ナキニ至

リ、而シテ其數次ノ商ヲ以テ q, q', q'' 等ト為シ、其
除殘ヲ以テ R, R', R'' 等ト為ス時ハ、各次ノ術ヲ視
ル、恰モ左ノ如シ、

第一術

$$B \overline{) A} \begin{matrix} (q \\ Bq \\ R \end{matrix}$$

第二術

$$R \overline{) B} \begin{matrix} (q' \\ Rq' \\ R \end{matrix}$$

第三術

$$R' \overline{) R} \begin{matrix} (q'' \\ Rq'' \\ 0 \end{matrix}$$

右 A, B, R, R' ノ互ニ相關涉スル所ヲ考定セント
欲セハ、須ク先ツ除法ニ注意スヘシ、夫レ除法ニ
於テ法ト商トノ積ハ實ニ同シ、若シ除殘アル者
ハ、之ヲ積ニ加ヘテ實ニ同シ、是ヲ上術ニ推及シ
テ、左ノ三式ヲ得、

第一式

$$R'q' = R$$

第二式

$$Rq' + R' = B$$

第三式

$$Bq + R = A$$

右第一式ニ由テ之ヲ觀レハ、 R ハ R' ヲ除テ奇零
ナシ、故ニ亦 Rq' ヲ除ルヘシ、(前章第一則)、

又 R' ハ Rq' ヲ除スヘク、且ツ自除スヘキハ固ヨリ
ナルカ故ニ、其和 $Rq' + R'$ 即チ B ヲ除スヘク、(前章第二
則)、亦 Bq ヲ除スヘシ、(前章第一則)、

又 R' ハ Bq 暨ヒ R ヲ除スヘキカ故ニ、其和 $Bq + R$ 即チ
 A ヲ除スヘシ、(前章第二則)、是ニ由テ左則ヲ得、

第一則 最後ノ法、 R ハ諸實 R 、 B 、 A ノ公倍数ナリ、

又除法ニ於テ、實ヨリ法ト商トノ積ヲ減スレハ、除殘ニ同シキカ故ニ、上ノ第一第二術ニ由テ、次

ノ二式ヲ得、

$$A - Bq = R$$

$$B - Rq' = R'$$

凡ソ B ヲ除スヘキ者ハ亦 Bq ヲ除スヘキカ故ニ

前章第一則、 A 、 B 兩數ヲ除スヘキ者ハ $A - Bq$ 即チ R

ヲ除スヘシ、(前章第三則)是故ニ A 、 B ノ最大公倍

數ハ、以テ R ヲ除ス可シ、仍チ B 、 R ノ公倍数ナリ、

又第二式ニ於テ、 B 、 R ノ最大公倍数ハ、以テ R ヲ

除ス可シ、仍チ R 、 R ノ公倍数ナリ、然リ而シテ R

R ノ最大公倍数ハ即チ R ナリ、即チ R ナリ、是ヲ

以テ R ハ R 、 B ノ最大公倍数ニシテ、亦 B 、 A ノ最

大公倍数ナリ、是ニ由テ左則ヲ得、

第二則 最後ノ法、 R ハ兩本數ノ最大公倍数ニ

シテ、復々術中ニ交實ト為シ、又法ト為ス所ハ諸

數ハ最大公倍数ナリ、

問題

第一

$$\begin{array}{r}
 12x^3 - 2x^2 - 7x - 3 \\
 \text{ト} \\
 3x^2 - 2x - 1 \\
 \text{トノ最大公倍数ヲ求ム、}
 \end{array}$$

術一第

$$\begin{array}{r|l}
 12x^3 - 2x^2 - 7x - 3 & 3x^2 - 2x - 1 \\
 12x^3 - 8x^2 - 4x & 4x + 2 \\
 \hline
 6x^2 - 3x - 3 & \\
 6x^2 - 4x - 2 & \\
 \hline
 x - 1 & \text{残一第}
 \end{array}$$

術二第

$$\begin{array}{r|l}
 3x^2 - 2x - 1 & x - 1 \\
 3x^2 - 3x & 3x + 1 \\
 \hline
 x - 1 & \\
 x - 1 & \\
 \hline
 &
 \end{array}$$

答

$$x - 1$$

右兩複率ノ最大公倍数ヲ求ムルノ術ハ、別ニニ
様ノ變革ナキヲ得、今茲ニ之ヲ説明スヘン、

第一 一因子ヲ省約スルノ法

兩本數ニ通スル所ノ一因子ハ、兩數ヨリ之ヲ取
除キ、別ニ儲テ最大公倍数ノ因子ト為スヘキハ、
論ヲ俟タスシテ明カナリ、而シテ殘餘ノ複率ニ
除術ヲ用ヒテ、最大公倍数ヲ求ムヘシ、
若シ兩複率ニ通セサル所ノ因子ハ、最大公倍数
ノ因子タル者ニアラスシテ、之ヲ省約スルヲ能
ハス、又兩複率ノ最大公倍数ハ、第一問題ニ於ケ

ル如ク、術中ニ交、賢ト為シ、法ト為ス所ノ最大公
 倍数ニ同シ、(第二則)故ニ術中各次ノ除殘ヨリ、一
 因子ノ省約シ得ル者ハ、之ヲ省約ス可キハ、固ヨ
 リ論ヲ俟タス、又若シ兩本數ニ通スル所ノ諸因
 子ノ悉皆省約スレハ、其餘ノ因子ハ、固ヨリ求ハ
 ル所ノ最大公倍数ニ屬スル者ニアラス、亦各次
 除殘ノ最大公倍数ニモ屬スル者ニモニナルナ
 リ、(第二則)
 右此變革法ハ、左ノ問題ニ於テ、詳ニ之ヲ辨明ス
 ヘシ、

第二

$$\begin{array}{r} 12x^5 + 22x^3 + 6x \\ \text{ト} \\ 6x^5 - 15x^3 - 36x \end{array}$$

トノ最大公倍数ヲ求ム、

此初ノ複率ハ皆200ノ因子ヲ有テ、後ノ複率ハ皆
 300ノ因子ヲ有ツカ故ニ、此兩因子ヲ省約スルニ、

第一術

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 + 11x^3 + 3 & 2x^4 - 3x^2 - 12 \\ 6x^4 - 15x^3 - 36 & 3 \\ \hline & 26x^3 + 39 \end{array}$$

先ツ兩數ニ通スル所ノxヲ取
 除キ、儲テ以テ求ムル所ノ最大
 公倍数ノ別因子ト為スヘシ、而
 シテ後ニ、殘餘ノ複率ニ除術ヲ
 施ス上ノ如シ、

右ノ除殘ヨリ十三ヲ省約シテ、 $2x^2+3$ ヲ得テ以テ次ノ除術ノ法ト為ス、

第二 術

$$\begin{array}{r} 2x^4-5x^2-12 \\ 2x^4+3x^2 \\ \hline 8x^2-12 \\ -8x^2-12 \\ \hline \end{array}$$

答

$$(2x^2+3)xx-2x^3+3x$$

此最後ノ法ニ、初メ諸アル所ノ通因子 x ヲ采シテ、最大公倍数ヲ得、

第二 一因子ヲ設置スルノ法、法ノ因子ノ省約スルノ後ニ至テ、其初率ハ實ニ初率ニ包含セラル者アルハ此除術ニ於テ屢見ル所ナリ、斯ノ如クナル時ハ、若干數ヲ設ケテ以

テ實ニ采シ、法ノ初率ヲ以テ除スヘキ者ト為スヘシ、法ノ因子ハ既ニ已ニ省約シタル者ト想像スル時ハ、新ニ設置スル所ノ因子ハ、固ヨリ法實ニ通スル者ニアラス、故ニ此變革法ヲ以テ除術ヲ反復シ、最後整除ノ法ハ、即チ求ムル所ノ最大公倍数ナリ、今左ニ問題ヲ設ケテ之ヲ辨明ス、

第三

$$2x^4-12x^3+17x^2+6x-9$$

ト

$$4x^3-18x^2+19x-3$$

トノ最大公倍数ヲ求ム、

第一複率ノ初率ハ、第二複率ノ初率ヲ以テ除ス
 可カラサル者ナリ、之ヲ除ス可カラシメンカ為
 二、之ニ二ヲ乗ス、

術一第

$$\begin{array}{r|l}
 4x^4 - 24x^3 + 34x^2 + 12x - 18 & 4x^3 - 18x^2 + 19x - 3 \\
 \hline
 4x^4 - 18x^3 + 19x^2 - 3x & x, -1 \\
 \hline
 -6x^3 + 15x^2 + 15x - 18 & \\
 -2x^3 + 5x^2 + 5x - 6 & \\
 -4x^3 + 10x^2 + 10x - 12 & \text{實ノ設新} \\
 -4x^3 + 18x^2 - 19x + 3 & \\
 \hline
 -8x^2 + 29x - 15 &
 \end{array}$$

上術ノ第一殘ニ於テ、
 三ヲ省約シテ二ヲ乗
 ス、因テ新ニ第二ノ實
 ヲ設置シ、法ノ第一率
 ヲ以テ除スヘキ者ヲ
 作ル、是ニ由テ x 及ヒ
 -1ノ二商部ヲ得タリ、

術二第

$$\begin{array}{r|l}
 8x^3 - 36x^2 + 38x - 6 & -8x^2 + 29x - 15 \\
 \hline
 8x^3 - 29x^2 + 15x & -x, +7 \\
 \hline
 -7x^2 + 23x - 6 & \\
 -56x^2 + 184x - 48 & \text{實ノ設新} \\
 -56x^2 + 203x - 105 & \\
 \hline
 -19x + 57 &
 \end{array}$$

然リト雖、其相連接セ
 サルカ故ニ、昆馬ヲ以テ
 之ヲ分畫ス、

第一術ノ法ニ二ヲ乗シ
 テ實ト為シ、以テ第二術
 ヲ行フ上ノ如シ、

術三第

$$\begin{array}{r|l}
 -8x^2 + 29x - 15 & x - 3 \\
 \hline
 -8x^2 + 24x & -8x + 5 \\
 \hline
 5x - 15 & \\
 5x - 15 & \\
 \hline
 -19 &
 \end{array}$$

此術ニ由テ、最大公倍数ハ
 $x-3$
 ト為ス、
 リ $x-3$ ヲ以テ第二術ノ除殘ヲ除
 得テ、以テ第三術ノ法

ナルヲ知ルヘシ、然リト雖モ若シ第二術ノ除殘
ヲ省約スルニ、 19 ヲ用ヒスシテ 19 ヲ用ユル時ハ、
此最大公倍數ハ $-x+3$ 即チ $3-x$ トナルヘシ、然リ而シ
テ茲ニ所謂ル、最大ナル字義ハ、固ヨリ自來標及
ヒ倍數ニ關與シテ、代數ノ價格ニ係ハラス、(第九
十八章)故ニ本數兩複率ノ最大公倍數ハ $x-3$ ト為
シ、或ハ $3-x$ ト為スモ亦可ナリ、是ヲ以テ術中ニ省
約シ、或ハ設置スル所ノ因子ニハ、正負就レノ標
ヲ附スルモ妨ナシトス、

第一百〇五章 上章ニ辨明スル所ノ理由ヲ推

シテ左ノ四則ヲ得、

第一則 兩複率ハ同字ニ就テ諸率ハ位次ヲ立
テ次ニ兩數ハ諸因子ヲ省約ス可シ、若シ此因子
兩數ニ通スル者ハ最大公倍數ハ一因子ト為シ、
テ別ニ儲置スヘシ、

第二則 第一則ニ由テ得ル所ノ兩數ニ就テ小
ナル者ヲ以テ大ナル者ヲ除リ、除殘ノ第一率ハ
法ハ第一率ヨリモ、乘方低キニ至ルマテ除法ヲ
反復スヘシ、但シ各次ノ除殘ニ於テ省約ス可キ
者ヲ省約シ設置ス可キ者ヲ設置シ、法ノ第一率

ヲ以テ除ス可キ者ヲ作ルニ注意ス可シ

第三則 第一術 最後ノ除殘ヲ以テ次回ノ法ト

為シ前ノ法ヲ以テ實ト為シ而シテ實ヲ施ス

前ノ如ク終ニ整除ヲ得ルニ至ルマテ反復シ最

後ノ法ヲ以テ最大公倍数ト為ス若シ最初ニ通

因子ヲ儲ヘタル者ハ之ヲ最後ノ法ニ乗シテ以

テ最大公倍数ヲ得ヘシ

第四則 三數以上ノ最大公倍数ヲ求ムハ時ハ

先ツ二數ノ最大公倍数ヲ求メ復タ此公倍数ト

第三數トハ最大公倍数ヲ求ム可シ四數以上皆

之ニ準シ最後ニ得ル所ハ即チ諸數ノ最大公倍
數ナリ

設問

左ノ二三複率諸數ノ最大公倍数ヲ問フ

一第

$$\begin{matrix} x^4-2x^3-4x^2+11x-6 \\ x^3-8x^2+17x-10 \end{matrix}$$

二第

$$\begin{matrix} 6x^3+x^2-44x+31 \\ 6x^3-26x^2+46x-42 \end{matrix}$$

三第

$$\begin{matrix} x^3-6ax^2+10a^2x-3a^3 \\ 3ax^2-14a^2x+15a^3 \end{matrix}$$

四第

$$\begin{matrix} x^4-8x^3+14x^2+16x-40 \\ x^3-8x^2+19x-14 \end{matrix}$$

五第

$$\begin{matrix} a^3+5a^2+5a+1 \\ a^3+1 \end{matrix}$$

最小公除數

第一百。六章 某數ノ除。數トハ、某數ヲ以テ整
 除シ得ヘキノ數ヲ謂フ、
 是ニ由テ之ヲ考フレハ、所謂ル除數ナル者ハ、某
 數ニ若干ノ整數ヲ乘シタル積ニ同シカラサル
 ヲ得ス、比如ハ A ヲ以テ B ノ除數トスレハ、其式
 $A=Bm$
 ノ如シ、而シテ此 m ハ整數ナラサルヲ得ス、
 第一百。七章 二三數ノ公。除。數トハ、其二三ノ
 數ヲ以テ之ヲ除シテ、各、整商ヲ得ル者ヲ謂フ、

<p>一十第</p> $15x^6+71x^4+60x^2-56$ $3x^6-17x^4-20x^2-84$	<p>六第</p> $20t^4-5a^3b-3a^2b^2+7ab^3+3b^4$ $4a^3-2a^2b-4ab^2-3b^3$
<p>二十第</p> $3a^4+14a^2m^2-5m^4$ $6a^4-14a^2m^2+4m^4$ $3a^4-22a^2m^2+7m^4$	<p>七第</p> $3x^3-4x^2y+3xy^2-2y^3$ $4x^2-7xy+3y^2$
<p>三十第</p> $2a^3x^3-2a^2bx^2y+ab^2xy^2-b^3y^3$ $a^2bx^2y-2ab^2xy^2+b^3y^3$	<p>八第</p> $4x^5-2x^4+4x^3-27x^2+4x-7$ $2x^4+6x^3-19x^2+4x-5$
<p>四十第</p> $9a^4+12a^3+10a^2+4a+1$ $3a^4+8a^3+14a^2+8a+3$	<p>九第</p> $a^5c-4a^3cm+3acm^2$ $a^4c^2-6a^2c^2m+5cm^2$
	<p>十第</p> $x^4-4x^3-16x^2+7x+24$ $2x^3-15x^2+9x+40$

算術 卷二
第一百。八章 二三數ノ最小公除數トハ、其二
三數ヲ以テ各、之ヲ整除シ得ヘキ數ノ最小ナル
者ヲ謂フ、

第一例

第一百。九章 二三數皆、着眼ヲ以テ其因子ヲ
分割スヘキ者アリ、整除ノ理原ヲ推シテ左ノ條
件ヲ決定ス可シ、

第一條 凡ソ某數ノ除數タル者ハ、某數ノ諸因
子ヲ悉ク含有セサル可カラス、

第二條 凡ソ二三數以上ノ公除數タル者ハ二

三以上各數ノ諸因子ヲ悉ク含有セサル可カラ
ス

第三條 凡ソ二三數ノ最小公倍數タル者ハ、二
三數ノ諸因子ヲ悉ク含有シテ其他ヲ包羅ス可
カラス

是ニ由テ左則ヲ得

第一則 着眼ヲ以テ二三數ハ原初因子ヲ取リ
同因子ハ、自乘標ハ最大ナル者ヲ用ユヘシ、
第二則 上則ニ從テ得ル所ハ諸因子ヲ相乘シ
其積ヲ以テ最小公除數ト為スヘシ、

第一

$$a^2 + ab = a(a+b)$$

$$a^2d - b^2d = d(a-b)(a+b)$$

$$a^2c - 2abc + b^2c = c(a-b)^2$$

設問

此諸因子ノ分割シテ上式ヲ得、
 乘シテ最小公除數ヲ得ル
 此諸因子ノ最大ナル者ヲ
 乘シテ最小公除數ヲ得ル
 答

$$acd(a-b)^2(a+b) = a^2cd - a^2bcd - a^2bcd + ab^2cd$$

第二

$$2a^2bc$$

$$5a^2c^2$$

$$10ab^2d$$

$$15abcd$$

第三

$$3x^2y$$

$$15xy^2$$

$$10xyz^3$$

$$5x^3y^2z$$

第四

$$x^2 + xy$$

$$xy - y^2$$

$$x^2 - y^2$$

第五

$$x^4 - a^4$$

$$x^2 - a^2$$

$$x^2 + a^2$$

$$x^4 - 2a^2x^2 + a^4$$

第六

$$x^3 - x$$

$$x^3 - 1$$

$$x^3 + 1$$

第七

$$x^4 + 2x^2 + 1$$

$$x^4 - 2x^2 + 1$$

$$x^2 + 2x + 1$$

$$x^2 - 2x + 1$$

$$x + 1$$

$$x - 1$$

第八

$$4x^3 + 2x$$

$$6x^2 - 4x$$

$$6x^2 + 4x$$

第九

$$x^2 - 4a^2$$

$$(x+2a)^3$$

$$(x-2a)^3$$

第十

$$a^4 - b^4$$

$$a^3 - b^3$$

$$a^2 - b^2$$

$$a - b$$

第二例

第一百十章 又着眼ヲ以テ因子ヲ分割シ能ハ
 ナル者アリ、此時ニ方テハ、互シク左ノ條件ニ注

意スヘシ、

第一條 兩複率互ニ原初因子タル時ハ、即チ其積ヲ以テ最小公除數ト為ス可シ

第二條 兩複率ニ公倍数アル時ハ、其積必ス公倍数ノ自乗ヲ含有ス可シ、此兩複率ノ最小公除數ハ、兩本數ノ積、或ハ其一數ニ於テ、最大公倍数ノ初次乗方ヲ省約シテ之ヲ得ヘシ

第三條 既ニ兩複率ノ最小公除數ヲ得テ、又之ト第三數ノ最小公除數ヲ求メ、第四第五モ亦斯ノ如ク之ヲ求メテ、最後ニ得ル所ノ者ハ必ズ其

諸數ノ因子ヲ包羅シテ、其他ヲ含有セス、是ヲ其諸數ノ最小公除數ト為ス、(前章第三條)

是ニ由テ左則ヲ得、

第一兩複率則 兩數ノ最大公倍数ヲ求メ、一數ニ於テ、此倍数ヲ省約シテ、其所得ヲ他ノ一數ニ乗スヘシ、

第二數複率則 先ツ兩數ノ最小公除數ヲ求メ、其所得ト第三數ノ最小公除數ヲ求メ、第四第五モ亦皆斯ノ如クシテ、最後ノ所得ヲ以テ求ムル所ノ諸數ノ最小公除數ト為スヘシ、

原註 = 曰ク、諸數中最大ナル複率ヨリ始メテ、之ヲ求ムルヲ善シトス、

設問

左ノ諸數ノ最小公除數ヲ問フ、

<p>一 第</p> $\begin{array}{l} x^3 + x^2 - 4x + 6 \\ x^3 - 5x^2 + 8x - 6 \end{array}$	<p>五 第</p> $\begin{array}{l} 3x^3 + 6x^2 - 5x - 10 \\ 6x^4 - 4x^2 - 10 \end{array}$
<p>二 第</p> $\begin{array}{l} x^3 - 2x^2 - 19x + 20 \\ x^2 - 12x + 35 \end{array}$	<p>六 第</p> $\begin{array}{l} x^2 + 7x + 10 \\ x^2 - 2x - 8 \\ x^2 + x - 20 \end{array}$
<p>三 第</p> $\begin{array}{l} 6a^2m^4 - am^2 - 1 \\ 2a^2m^4 + 3am^2 - 2 \end{array}$	<p>七 第</p> $\begin{array}{l} a^2 - 3ab + 3b^2 \\ a^2 - ab - 2b^2 \\ a^2 - b^2 \end{array}$
<p>四 第</p> $\begin{array}{l} 2x^3 - 5x^2 - x + 1 \\ x^3 - 5x^2 + 7x - 2 \end{array}$	<p>八 第</p> $\begin{array}{l} 2x^2 - 7xy + 3y^2 \\ 2x^2 - 5xy + 2y^2 \\ x^2 - 5xy + 6y^2 \end{array}$

第三綱 分數

解義凡則

第一百十一章 横線ノ上下ニ分母子ヲ書シテ以テ除術ヲ示スハ、既ニ第十二章ニ於テ之ヲ説ケリ、代數學ノ今、數トハ、即チ此記號ヲ以テ除術ヲ示ス者ヲ謂フナリ、第一百十二章 分數トハ、横線ノ上ニ分子ヲ書シ、其下ニ分母ヲ記シテ以テ商ヲ顯ハス者ナリ、故ニ $\frac{a}{b}$ ハ分數ナリ、今讀テ $\frac{a}{b}$ ヲ以テ a ヲ除スル者ト為ス、

第一百十三章 分數ノ分母トハ横線ノ下ニ在
ル所ノ數ニシテ、即チ除術ノ法ナリ、

第一百十四章 分子トハ、横線ノ上ニ在ル所ノ
數ニシテ、即チ除術ノ實ナリ、

第一百十五章 分數ハ、左ノ如ク之ヲ分離スル

ヲ得ヘシ、

上式ニ由テ左ノ條件ヲ得、

$$\frac{a}{b} = \frac{1 \times a}{b} = \left(\frac{1}{b}\right) \times a$$

第一條 分數ノ價格ハ、分母ノ一個分子ニ分子
ヲ乘スル者ニ同シ、

第二條 分數ニ於テ分母ノ一個分子ハ、以テ分
數ノ一箇ト為スヘシ、而シテ其分子ハ此一箇ヲ
幾倍獲スルヲ示ス者ナリ、

第三條 分數ハ、分數ノ一箇、或ハ其集合スル者
ナリ、而シテ其價格ハ、分母ニ係ハル者トス、

第一百十六章 整數トハ、更ニ分數ヲ附屬セサ
ル者ヲ謂フ、即チ

$$x^2 - 3xy$$

混數トハ整數分數ト混淆スル
者ヲ謂フ、即チ

$$a^2 + \frac{x}{b}$$

第一百十八章 夫レ分數ハ、除法ノ變體ナリ、故

ニ其術ニ於テモ、亦除術ノ如ク、實法商ノ三數ニ
關係ナキヲ免レス、是ニ因テ二様ノ變化ヲ生ス、
一ニ曰ク價格ノ變化、二ニ曰ク標記ノ變化、是ナ
リ、

第一 價格變化

第一百十九章 第八十四章ニ述フル所ノ言ヲ

轉シテ、分子ノ關係ヲ示スノ左ノ如シ、

第一則 分子ニ乘スレハ分數ニ乘シ、分子ヲ除
スレハ分數ヲ除ス、

第二則 分母ニ乘スレハ分數ヲ除シ、分母ヲ除

スレハ分數ニ乘ス、

第三則 分子共ニ同數ヲ乘シ或ハ除スル者、
ハ分數ヲ變更セス、

第二 標記變化

第一百二十章 分數ノ視標トハ、横線ノ前ニ記

スル所ノ標ニシテ、分數ノ加減ヲ示ス者ナリ、比

$$y + \frac{a^2 - ax^2}{4a - 2x}$$

如ハ、上ノ分數ニ於テ正視標アリ、則チ其
加フ可キヲ示ス者ナリ、

第一百二十一章 分數ノ眞標トハ、實數眞價ノ
標ニシテ、分數ノ正負果シテ如何ヲ示ス者ナリ、

a=2 x=3

$\frac{a^2-ax^2}{4a-2x} = \frac{4-18}{8-6} = \frac{-14}{2} = -7$

比如ハ上章ノ分數ニ於テ、aヲ二
ト為シ、xヲ三ト為セハ、則チ上式
ノ如シ、
是ニ於テ、此分數ノ視標ハ正ナレ
ル、其真標ハ負ナルヲ知ル可シ、

第一百二十二章 分母子ノ各率ハ自ラ固有ノ
標記アリ、分數ノ視標或ハ真標ト同シカラス、若
シ各率ノ標記ヲ變更スレハ、總數ノ正負モ亦變
易ナキヲ得ス、是ニ由テ左則ヲ得、

第一則 分、子、或ハ分、母、ノ、諸、標、ヲ、變、更、ス、レ、ハ、分、
數、ノ、真、標、ヲ、改、ム、(第八十五章第一則)、
第二則 分、母、子、共、ニ、諸、標、ヲ、變、更、ス、レ、ハ、分、數、ノ、
真、價、ヲ、改、メ、ス、(第八十五章第二則)、
第三則 分、數、ノ、視、標、ヲ、變、更、ス、レ、ハ、其、真、標、ヲ、改、
ム、

約分

第一百二十三章 約分トハ、分數ノ價格ヲ變易
セシテ、其形狀ヲ省約スルノ術ナリ、

第一例

第一百二十四章 分數ヲ省約シテ、最小率ヲ得ルノ法アリ、

分母子互ニ原初因子ナル者ヲ最小率分數ト為ス、分母子共ニ同因子ヲ省約シタル者ハ、其價格ヲ變セス、(第一百十九章第三則)是ニ由テ左則ヲ得、

第一則 分母子ヲ分割シテ、原初因子ヲ求メ、分母子ハ同因子ヲ廢棄スヘシ、
第二則 或ハ分母子ハ最大公倍數ヲ求メ、以テ、分母子ヲ除スヘシ、

設問

第一

$$\frac{a^4-1}{a^5+a^3}$$

ヲ約シテ其最小率ヲ求ム、

術

答

$$\frac{a^4-1}{a^5+a^3} = \frac{(a^2-1)(a^2+1)}{a^3(a^2+1)} = \frac{a^2-1}{a^3}$$

第二

$$\frac{3a^2-2a-1}{4a^3-2a^2-3a+1}$$

ヲ約シテ其最小率ヲ求ム、

術
 諸分數ヲ約シテ、各其最小率ヲ問フ。
 答ト為ス、
 分數ノ形ヲ復シテ以テ
 最大公倍數ノ求メ、
 從テ、
 第一百。五章ノ法ニ從

三 第

$$\frac{7x^3yz}{21xy^2z}$$

四 第

$$\frac{x^2-1}{xy+y}$$

五 第

$$\frac{a^2-ab^2}{a^2+2ab+b^2}$$

六 第

$$\frac{x^5-b^2x^3}{x^4-b^4}$$

七 第

$$\frac{2x^3-16x-6}{2x^3-24x-9}$$

一十第

$$\frac{6a^2+7ax-3x^2}{6a^2+11ax+3x^2}$$

二十第

$$\frac{x^5-x^4-x+1}{x^4-x^3-x^2+x}$$

三十第

$$\frac{(x+y)^5-x^5-y^5}{(x+y)^3-x^3-y^3}$$

四十第

$$\frac{(3x^2-1)(2x^2-1)-x^2(5x^2-7)}{(3x^2-1)^2+(x^3-3x)^2}$$

第二例
 第一百二十五章 分數ヲ約シテ整數或ハ混數ト為スノ法アリ、
 分子諸率ノ中ニ、分母ノ率ヲ以テ整除スルキ字

因アル時ハ、分數ノ一部ヲ除スルヲ得ヘシ、是ニ由テ左則ヲ得、
第一則 分母ヲ以テ、分子ヲ除スルヲ得ル者ハ、務テ之ヲ除シ以テ整商ヲ得ヘシ、
第二則 若シ有奇アル者ハ、之ヲ分母ハ上ニ書シ、固有ノ標記ヲ以テ整商ニ附属スヘシ、是ヲ混數ト為ス、

設問

左ノ各分數ヲ約シテ整數ト為シ、或ハ混數ト為スヘシ、

一 第		六 第	
$\frac{ab+x}{b}$		$\frac{24x^2-18x-6}{8x}$	
二 第		七 第	
$\frac{a^2+bx}{a}$		$\frac{3x^3-7x^2+7x+30}{x^2-4x+8}$	
三 第		八 第	
$\frac{5ay+ab+y}{y}$		$\frac{56x^2+126x-140}{7x+21}$	
四 第		十 第	九 第
$\frac{2x^2-2y^2}{x-y}$		$\frac{x^7-y^7}{x^3-y^3}$	$\frac{x^5+y^5}{x-y}$
五 第		一十 第	
$\frac{3x^2-12ax-9x+y}{3x}$		$\frac{x^6-6x^4+10x^2-3}{x^2-1}$	

第三例

第一百二十六章 混數ヲ約シテ分數狀ト為スノ法アリ、是レ恰モ上章ノ反ナルヲ以テ、更ニ辨解ヲ須ヒスシテ自ラ明ナリ、是ニ由テ左則ヲ得、

則分母ヲ以テ整數ニ乘シ分數正標ナル時ハ、
 之ヲ加ヘ負標ナル時ハ、之ヲ減シテ其所得ヲ分
 母ハ上ニ記スヘシ、

設問

第一第	$1+a+\frac{a^2}{b}$
第二第	$2b-\frac{3x-a}{c}$
第三第	$5a+\frac{ab+x}{b}$
第四第	$12+\frac{2a+b}{b}$
第五第	$5x-\frac{2x-5}{3}$

第六第	$3a-9-\frac{3a^2-30}{a+3}$
第七第	$x+y+\frac{y^2}{x-y}$
第八第	$x+1-\frac{x^3-4x^2+8}{(x-2)^2}$
第九第	$a^2+ab+b^2-\frac{a^3+b^3}{a-b}$
第十第	$1+2y+2y^2+3y^3+\frac{2y^4+2y^5}{1-y^2}$

第四例

第一百二十七章 分母ノ因子ヲ分子ニ移シ、分
 子ノ因子ヲ分母ニ移スノ法アリ、
 比如ハ $\frac{ax^m}{by^n}$ ヲ以テ分數ト為シ、其母子ニ y^n ヲ乘
 スヘシ、然ル時ハ分母ノ y^n ニ自乘標零ヲ得、自乘
 標零ナル者ハ一箇ニ同シ、(第八十八章第一則)是

一十第	$(x-1)^3 \cdot \frac{(x-1)^3}{x}$
二十第	$x^3+5xy+y^3+\frac{2xxy^2}{x^3-5xy+y^2}$

甲

$$\frac{ax^m}{by^n} = \frac{ax^m y^{-n}}{by^{n-n}} = \frac{ax^m y^{-n}}{by^0} = \frac{ax^m y^{-n}}{b}$$

乙

$$\frac{ax^m}{by^n} = \frac{ax^{m-n} y^n}{by^n x^{-m}} = \frac{ax^2}{by^n x^m} = \frac{a}{by^n x^m}$$

ヲ以テ之ヲ發棄シテ
 甲式ヲ得、又若シ分母
 子ニ x^m ヲ乘スレハ乙
 式ヲ得ヘシ、

右同法ヲ以テ、負數目乘標アル者モ、亦互ニ處ヲ
 移ス Γ ヲ得ヘシ、比如ハ分數 $\frac{ax^{-m}}{b}$ ニ於テ、分母子
 ー x^d ヲ乘シテ丙式ヲ得、又同一理ニ從ヒ分數ヲ
 變シテ整數ノ形狀ヲ成サシムル Γ ヲ得ヘシ、即
 チ丁式ノ如シ、

丙

$$\frac{ax^{-m}}{b} = \frac{ax^{-m} x^d}{bx^d} = \frac{ax^0}{bx^d} = \frac{a}{bx^d}$$

丁

$$\frac{x^m}{y^n} = \frac{x^m y^{-n}}{y^{n-n}} = \frac{x^m y^{-n}}{y^0} = \frac{x^m y^{-n}}{1} = x^m y^{-n}$$

此四式ニ類スル者ハ、
 中間ノ手術ヲ省キ左
 ノ法則ニ由テ、直ニ最
 後ノ數ヲ得ヘシ、

第一 分母ノ因子ヲ分子ニ移シ、或ハ分子ノ因
 子ヲ分母ニ移スノ法則、自乘標ノ正負ヲ變更
 スヘシ、

第二 分數ヲ變シテ整數狀ヲ作ルノ法則、分
 母ノ諸因子ヲ分子ニ移シ、各其自乘標ノ正負ヲ、

變更スヘシ、

設問

左ノ分數ニ於テ、分母ノ未知因子ヲ分子ニ移スヘシ、

一第	$\frac{ax}{c^2y^2}$
二第	$\frac{3a^2}{5mx^3}$
三第	$\frac{1}{axy^2}$
四第	$\frac{c}{a(x-y)}$
五第	$\frac{2a^2x^2y^3}{5a^2xy^7}$
六第	$\frac{4x^2x}{3ax^{-3}}$
七第	$\frac{3b^2(a-x)}{5cm(a-x)^{-2}}$
八第	$\frac{3c^2(1-x)^{-2}(x-y)}{4m(x-y)^2(1-x)}$

左ノ分數ニ於テ、已知因子ヲ分母ニ移シ、未知因子ヲ分子ニ移スヘシ、

九第	$\frac{a^2bc^2x^3}{5xy^2z}$
十第	$\frac{(a-b)(x-a)^2}{(x-a)^4(a-b)^3}$
一十第	$\frac{5a^2bx^3y^2}{cb^{-3}x^5y^{-4}}$
二十第	$\frac{3a^{-2}xz}{5mz^{-3}}$
三十第	$\frac{5x(x^2-1)}{3ax^3(x^2-1)^{-1}}$
四十第	$\frac{5ab^{-12}cd^{-3}}{12a^{-12}b^{-3}c^{-3}}$
五十第	$\frac{5a^2b}{x^3x}$
六十第	$\frac{7xy^2}{a^2m^3}$
七十第	$\frac{a^2b}{4x^3y}$
八十第	$\frac{4ab^2}{(a-x)^2}$

左ノ分數ニ於テ、負數自架標アル因子ヲ移スヘシ、

左ノ分數ヲ整數狀ニ作ルヘシ、

第五例

第一百二十八章 二三ノ分母ヲ通シテ、之ヲ同
一ニスルノ法アリ、
前ニ第一百二十四章ニ於テ、除法ヲ以テ分數ヲ
約シ、最小率ト為スノ法ヲ論ハ、今之ヲ反轉シ、乘
法ヲ以テ分數ヲ變化スレハ、亦大率ト為スリヲ
得ヘシ、然レハ則テ其分母ハ、最小率ニ若干數ヲ
乘シタル者ニアラサルヲ得ス、是ニ由テ左ノ條
件ヲ得、

第一條 凡ソ二三ノ分數ヲ變シテ、其分母ヲ通

スレハ、通分母ハ必ス最小率分母ノ公除數ニア
ラサルヲ得ス、

第二條 凡ソ二三分數ノ最小通分母ハ、必ス各
分母ノ最小公除數ニアラサルヲ得ス、

比如ハ $\frac{c}{a^2b}$ 及ヒ $\frac{d}{ab^3}$ ノ最小通分母ヲ求ムルニ、
先ツ着眼ヲ以テ兩分母ノ最小公除數ハ a^2b^3 タル
ヲ知ルヘシ、然レハ則テ左式ヲ得、

$$\begin{aligned} a^2b^3 \div a^2b &= b^2 \\ a^2b^3 \div ab^3 &= a \end{aligned}$$

是ヲ以テ第一分數ノ母子 = b^2 ヲ乘
シ、第二ノ分母子 = a ヲ乘スレハ、兩
分數ノ通分母ハ a^2b^3 タルヲ知ルヘシ、

其分子ハ即チ左式ノ如シ、

$$c \times b^2 = b^2 c$$

$$d \times a = ad$$

是ニ由テ下式ヲ得、

$$\frac{c}{a^2 b} = \frac{b^2 c}{a^2 b^3}$$

$$\frac{d}{a b^3} = \frac{ad}{a^2 b^3}$$

右ノ理解、由テ左則ヲ得、

第一則、諸分母ハ最小公除數ヲ求メテ、以テ最、

小通分母ト為スヘシ、

第二則、上則ニ由テ得ル所ノ最小通分母ヲ以、

テ各分母ヲ除シ、所得ノ商ノ以テ分子ニ乘シ、其、

積ヲ以テ新分子ト為スヘシ、

原註ニ曰ク混數ハ先ツ分數ニ作テ後ニ衡ヲ

施ス、ク、且ツ諸分數皆先ツ最小率ニ作ルヲ
要ス、

設問

左ノ分數及ヒ混數ヲ最小通分母ニ作ルヘシ、

第五 $a^2 + \frac{a}{y}, \frac{c}{ay-1}$	第一 $\frac{2a}{x}, \frac{3b}{2c}$
第六 $\frac{x}{a+b}, \frac{y}{a-b}, \frac{z}{a^2-b^2}$	第二 $\frac{2a}{b}, \frac{3a+2b}{2c}$
第七 $\frac{a}{x-1}, \frac{b}{x^2-1}, \frac{c}{x^3-1}$	第三 $\frac{5a}{3x}, \frac{3b}{2c}, 4d$
第八 $\frac{x^2+x+1}{x^3-5x^2+6x-5}, \frac{x^2-x+1}{x^3-4x^2-4x-5}$	第四 $\frac{a}{b}, \frac{x+1}{c}, \frac{y}{x+a}$

加法

第一百二十九章 凡々分數ハ、分母ノ一個分子ニ分子ヲ乘シタル者ニ同シキハ、既ニ第一百十

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{1}{c} \times a + \frac{1}{c} \times b = \frac{1}{c} \times (a+b) = \frac{a+b}{c}$

又

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = a \cdot c^{-1} + b \cdot c^{-1} = (a+b) \cdot c^{-1} = \frac{a+b}{c}$

五章ニ之ヲ論シタリ、若シ二三ノ分數アリ、分母相同シキ時ハ、則チ同一箇ノ分數ナルカ故一其一箇ハ即チ加法ノ一箇ト為スヘキ者ニシテ、其式上ノ如シ又上式中間ノ二段ヲ畧シテ左則ヲ得、

第一則 分數ヲ約シテ、最小通分母ト為ハヘシ、
第二則 諸分分子ヲ加ヘテ、通分母ノ上ニ記スヘシ、

原註ニ曰ク、混數ハ整數ト分數トヲ分テ、別ニ之ヲ加フルモ亦可ナリ○凡ソ所得ノ分數ハ之ヲ最小率ニ約スヘシ、

設問

一第

$\frac{3x}{5} + \frac{2x}{7} + \frac{x}{3}$

二第

$\frac{a}{b} + \frac{a+b}{c}$

三第

$\frac{a^2}{3} + \frac{a^2+x^2}{a+x}$

四第

$\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}$

五第

$(2a + \frac{a+3}{5}) + (4a + \frac{2a-5}{4})$

<p>第 一 百 三 十 一 章</p> <p>分 數 ニ 整 數 ヲ 乗 ス ル ノ 法 ニ リ、 一 ニ 曰 ク、 分 數 ノ 分 母 ニ 乗 ス、 二 ニ 曰 ク、 分 數</p>	<p>八 第</p> $\frac{x^2+x-5}{2x^2-11x+12}$ $\frac{x^2+x-1}{2x^2+5x-12}$	<p>四 第</p> $3a + \frac{11a-11}{15}$ $2a + \frac{3a-5}{7}$
	<p>九 第</p> $\frac{3a+b}{a^2+3ab+2b^2}$ $\frac{a-7b}{a^2+5ab+6b^2}$	<p>五 第</p> $\frac{a+b}{a-b}$ $\frac{a-b}{a+b}$
	<p>十 第</p> $\frac{4a-3b}{7a^2(a-b)-2(a^3-b^3)}$ $\frac{3a-b}{3ab(a+b)-2(a^3-b^3)}$	<p>六 第</p> $x + \frac{xy}{x^2+xy}$ $\frac{x+y}{x^2-xy}$
		<p>七 第</p> $3x + \frac{x}{b}$ $x - \frac{x-a}{c}$

乗法

ノ分子ヲ除ス、(第一百十九章第一則第三則)
 第一百三十二章 分數相乗ノ總則ハ、左ノ例ニ
 於テ、之ヲ辨明スヘシ、
 比
如
ハ

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ab^{-1} \times cd^{-1}}{1} = \frac{ac}{bd}$$

 此術ニ由テ得ル所ノ者ヲ觀レハ、新
 分子ハ舊兩分子相乗ノ積ナリ、新分
 母ハ舊兩分母相乗ノ積ナリ、是ニ由
 テ左則ヲ得

術

<p>第十第</p> $\frac{4a^2-16b^2}{a-2b} \cdot \frac{5b}{8a^2+32ab+32b^2}$	<p>第六第</p> $\frac{a^4-b^4}{a+b} \cdot \frac{a^2}{ab-b^2}$
<p>第二十第</p> $\frac{x+1}{2a} \cdot \frac{x-1}{a+b} \cdot 3a$	<p>第七第</p> $\frac{a^2x-x^2}{a} \cdot \frac{6a}{2ax-2x^2}$
<p>三十第</p> $\frac{a^3-x^3}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{ax+x^2} \cdot a + \frac{ax}{a-x}$	<p>第八第</p> $a + \frac{x}{b} \times a - \frac{4}{b}$
<p>四十第</p> $\frac{a^4-x^4}{a^2-b^2} \cdot \frac{a+b}{a^2+x^2} \cdot \frac{a-b}{a-x}$	<p>第九第</p> $\frac{3x^2-5x}{14} \cdot \frac{7a}{2x^3-3x}$
<p>五十第</p> $\frac{x^2-b^2}{bc} \cdot \frac{x^2+b^2}{b+c} \cdot \frac{bc}{x-b}$	<p>第十第</p> $\frac{x^2-y^2}{x} \cdot \frac{x}{x+y} \cdot \frac{a}{x-y}$

<p>第一第</p> $\frac{a}{b} \times \frac{b}{x}$	<p>第一第</p> <p>諸母第二シ、 目、フ、則 子、相、 ヲ、采、 廢、シ、兩、 棄、フ、分、 ス、新、子、 ハ、分、ヲ、 シ、母、相、 ト、采、 約、シ、 シ、テ、 新、新、 分、分、 母、子、 子、ト、 ニ、為、 通、シ、 ス、兩、 ル、分、</p>
<p>第二第</p> $\frac{a+x}{30} \times \frac{5a}{3(a+x)}$	<p>第二第</p> <p>整數及ヒ、此數ハ、之ヲ、分數狀ニ作為ス、</p>
<p>第三第</p> $\frac{3x+3y}{2a} \times \frac{2a}{5x}$	
<p>第四第</p> $\frac{a^2-x^2}{2y} \times \frac{2a}{a+x}$	
<p>第五第</p> $\frac{4y^2}{5y-10} \cdot \frac{15y-20}{2y}$	

第六十第

$$\frac{c(a-c)}{a^2+2ac+c^2} \times$$

$$\frac{c(a+c)}{a^2-2ac+c^2} \times$$

$$\frac{a^2-a^2}{ac^2x}$$

第七十第

$$\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{a-b-c} \times$$

$$\frac{c+b-a}{(c-b-a)(b-c-a)}$$

除法

第一百三十三章

整數ヲ以テ分數ヲ除スルノ

法ニアリ、一ニ曰ク、分數ノ分子ヲ除ス、二ニ曰ク、

分數ノ分母ニ果ス、(第一百十九章第一則第三則)

分數相除ノ總則ハ、左ノ例ニ於テ、之ヲ辨明スヘ

比如ハ $\frac{0}{d}$ ヲ以テ $\frac{a}{b}$ ヲ除ス

術

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = ab^{-1} \cdot cd^{-1} = \frac{ab^{-1}}{cd^{-1}} = \frac{ad}{cb}$$

上術ノ所得ヲ以テ之ヲ觀レハ、新分
子ハ實ノ分子ニ法ノ分母ヲ乘シテ
之ヲ得、新分母ハ實ノ分母ニ法ノ分
子ヲ乘シテ之ヲ得ヘシ、是ニ由テ左
則ヲ得、

第一則 整數及ヒ混數ハ之ヲ分數狀ニ作ルハ

シ、

第二則 法ハ分子ヲ轉倒シテ乘術ヲ施スヘ

設問

<p>第六</p> $\frac{2ax+x^2}{a^2-x^2} \div \frac{x}{a-x}$	<p>一第</p> $\frac{5x}{a} \div \frac{b}{c}$
<p>七第</p> $\frac{14x^3}{5} \div \frac{10x-4}{25}$	<p>二第</p> $\frac{a+b}{0} \div \frac{c}{a-b}$
<p>八第</p> $\frac{9x^2-3x}{5} \div \frac{x^2}{5}$	<p>三第</p> $\frac{15ab}{a-x} \div \frac{10a^2}{a^2-x^2}$
<p>九第</p> $\frac{6x-7}{x+1} \div \frac{x-1}{3}$	<p>四第</p> $\frac{2x^2-7}{x+a} \div \frac{a^2}{x^2+2ax+a^2}$
<p>十第</p> $\frac{x+x^2}{3a^2} \div \frac{2ax+2ax^2}{7}$	<p>五第</p> $\frac{x^4-b^4}{x^3} \div \frac{x+b}{x-b}$

<p>二十第</p> $\frac{9y^2-3y}{5} \div \frac{y^2}{5}$	<p>一十第</p> $\frac{a^6-x^6}{a^2-2ax+x^2} \div \frac{a^2+ax+x^2}{a-x}$
<p>七十第</p> $\frac{a^3}{x^3} \div \frac{1}{a} \div \frac{a}{x^2} \div \frac{1}{x} \div \frac{1}{a}$	<p>三十第</p> $\frac{na \cdot nx}{a+b} \div \frac{ma \cdot mx}{a+b}$
<p>八十第</p> $\frac{a-1}{a} + \frac{b-1}{b} + \frac{c-1}{c} - 1 \div 2 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$	<p>四十第</p> $a \div \frac{x}{x+y} \times \frac{a}{x-y}$
	<p>五十第</p> $\frac{3(x^2-1)}{2(a+b)} \div \left(\frac{x+1}{2a} \right) \left(\frac{x-1}{a+b} \right)$
	<p>六十第</p> $\frac{10ab+3a^2+3b^2}{10ab-3a^2-3b^2} \div \frac{3a+b}{b-3a} \div \frac{b}{a}$

複分約法

第一百三十四章 分母子各、整數ナル時ハ、之ヲ
單分數ト云ヒ、否サレハ之ヲ複分數ト云フ、

第一百三十五章 複分數ヲ約シテ單分數ト為

スニハ、横線ノ上ニ在ル數ヲ實ト為シ、横線ノ下
ニ在ル數ヲ法ト為シテ、前ノ第一百三十三章ノ

規則ニ從フ可シ、

左ノ二條ニ注目スル時ハ、更ニ簡易ノ法ヲ生
ハシ、

第一條 凡ソ分數ニ其分母ヲ乘スレハ、則チ其

積ハ分子ナリ、

第二條 凡ソ分數ニ分母ノ除數ヲ乘スレハ、則

チ其積ハ整數ナリ、

是ニ由テ複分ヲ約スルノ規則ヲ得ルヲ左ノ如

シ、

則 複分中、諸分數ノ分母ヨリ、最小公除數ヲ取
リ、之ヲ分母子ニ乘スヘシ、

設問

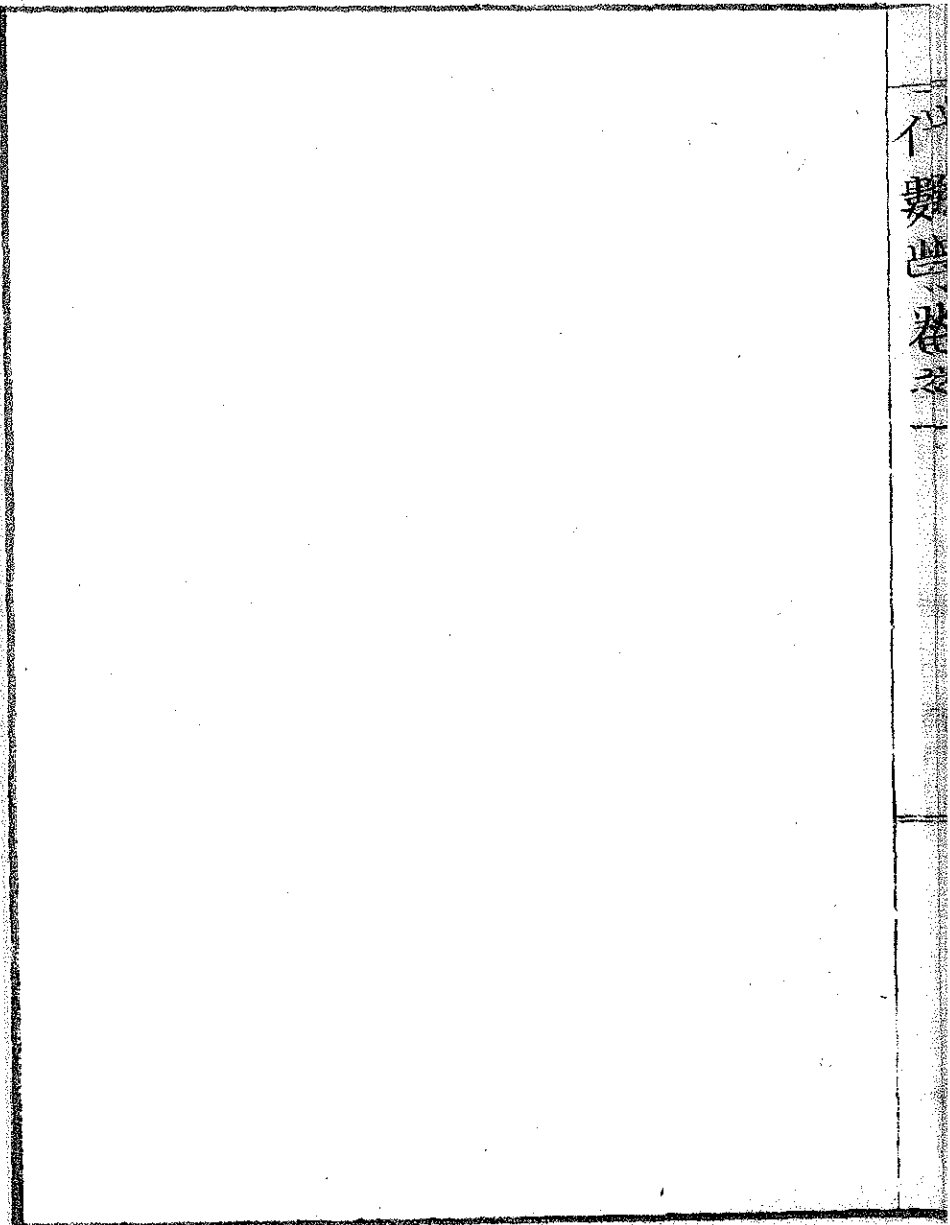
第一

$$\frac{\frac{a}{a-x}-1}{1-\frac{a}{a+x}}$$

ヲ約スヘシ、

第八	第五
$\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ $\frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{a-b}{a+b}$	$\frac{a+1}{b} - 2 + \frac{b-1}{a}$ $\frac{a-1}{b} - 2 - \frac{b+1}{a}$
第九	第六
$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$ $\frac{1}{y-1} + \frac{1}{y+1}$	$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab}$ $\frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a}$
第十	第七
$\frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b} + \frac{c+1}{c} + \frac{d+1}{d}$ $\frac{cd}{c+d} + \frac{ab}{a+b}$	$\frac{a+b}{c+d} + \frac{a-b}{c-d}$ $\frac{a+b}{c-d} + \frac{a-b}{c+d}$

第二	術
$a + \frac{b}{c}$ $a + \frac{c}{b}$	$\frac{a}{1} \cdot \frac{x-1}{a+x} = \frac{a^2+ax}{a^2-x^2} = \frac{a^2+x^2}{a^2+ax} = \frac{ax+x^2}{ax-x^2} = \frac{a+x}{a-x}$ 答
第三	分母子ニ最小公除數 乘シテ上式ヲ得
$\frac{a^2}{b^2c^2} + \frac{b^2}{a^2c^2}$ $\frac{a^2}{b^2c^2} + \frac{b^2}{a^2c^2}$	$(a-x)(a+x)$ 即 $\frac{x-1}{m} + \frac{x+1}{n}$ $\frac{x-1}{m} + \frac{x+1}{n}$ $a^2 - x^2$
第四	
$\frac{x-1}{m} + \frac{x+1}{n}$ $\frac{x-1}{m} + \frac{x+1}{n}$	



代數學卷之一 答式

東京

石川 彗 譯

記號用法演習之部

二 第 $7xy - 5z^3$	八 第 $12m^2 - d$
三 第 $\frac{12a^2 - 5b^3}{a+b}$	九 第 $(b+c)m$
四 第 $6d$	一十第 $\frac{ab}{160} - c$
五 第 ab	三十第 $\frac{bc}{m+1}$
六 第 $7cm$	四十第 $\frac{2[(c-b)-d]}{n}$

八第	六第	一第
$11(c-2a)+m-8$	$4a^2c+5m$	$14xy$
九第	七第	二第
$10(a-x^2)-5\sqrt{a-x}$	$15a-4\sqrt{c}$	$-17a^2b$
三十第	十第	三第
$10a^2x^2-xy+5ax$	$9a^2x$	$+2a^2cx$
四十第	一十第	四第
$7a^2-8ac-5cd+2b$	$-abd^2$	$-7x^2yz$
五十第	二十第	五第
a^2x^2	$4a^2+4xy$	$15x^2-xy$

加法之部	十二第	四十第	八第	二第
	10.1	28	8	64
	一十第	五十第	九第	三第
	1	3424	44	192
	二十第	六十第	十第	四第
	$8\frac{8}{105}$	30	24	40
	三十第	七十第	一十第	五第
	$1\frac{8}{105}$	$7\frac{2}{3}$	6	82
		八十第	二十第	六第
		$4\frac{1}{2}$	336	584
		九十第	三十第	七第
		$16\frac{1}{2}$	11	11792

實數算當之部

七 第		二 第	加 法 括 弧 之 部
$(4a+4)y+(3c+6)x$		$(12a+2m)xy^2$	
八 第		三 第	
$(a+2b+3)x+(2cd+c+2)xy$		$(4a+c)\sqrt{x}$	
十 第	九 第	四 第	
$(c+a)\sqrt{x}$	$(8a-2)x+8y$	$(a+b-c)(x^2-y^2)$	
一 十 第		五 第	
$(a-b-c)(m+\sqrt{m})$		$(a^2+b^2)(m^2-1)$	
二 十 第		六 第	
$(a+2)(x+y+z)$		$(a+2c+4d)x$	

七 十 第	六 十 第	代 数 卷 之 一
$10b^2-2bx^2+3b^2x^2-10$	$9x^2+3$	
二 廿 第	八 十 第	
$17a-\sqrt{m-1}-7$	$ac-2$	
三 廿 第	九 十 第	
$6a^2c^{\frac{1}{2}}+c^2a^{\frac{1}{2}}+4a^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{2}}$	$9m^2+11$	
四 廿 第	十 二 第	
$15m\sqrt{m-c}-5a(a-b)$	$12x^4+6x^2+12$	
五 廿 第	一 廿 第	
$5a+3b+c-d-3m$	$6x^3y^2+8xy$	

三 廿 第	八 十 第
$10x^4y + 20x^2y^3 + 2y^5$	$3p + 9r - 5s + 8$
四 廿 第	九 十 第
$10x^2y - 4ax^3 - a$	$8a^2 + 5ax + 10x^2$
五 廿 第	十 二 第
$12cdx - a^2b + 13$	$x^3 + 3x^2 - x - 3$
	一 廿 第
	$a^4c + 3a^3c^2 + 3a^2c^3 + ac^4$
	二 廿 第
	$7x^3 + 67x^2 - 189x + 60$

三十第	七 第	二 第
$2b$	$a^2x^2 + \sqrt{a}x + x^2y$	$-4mc^2$
四十第	九 第	三 第
y	$3m - b^2 - b + c^2 + c$	$5a^2bc$
五十第	十 第	四 第
$2a + 2b + 2c$	$3x^2 + x + y^2 - a$	$2x^3y^2z$
六十第	一 十 第	五 第
$2a + 2b - 6x - 1$	$8a - 6c$	$3a - 2x + 3c$
七十第	二 十 第	六 第
$14y^2 + 3y - 17$	$7x^2 + 3xy - y^2 + 3c$	$2ax + 4y$

減法之部

个斐學卷二

括弧用法之部

五第	二第
$(a-m)x+(b-n)y+(c-p)z$	$(m+4)x^2y^2$
六第	三第
$(c-1)x$	$(a-c)x+(b+1)y$
七第	四第
$(a+2c)\sqrt{xy}$	$(c^2-1)d^2m+ax^2$
八第	
$(2a-m)x^3+(7a+3m)x^2+(2a+2m)x$	
九第	
$1+(2a-1)x^2+(3a^2-2a)x^4+(4a^3-3a^2)x^6+(5a^4+a^3)x^8$	

九第	六第	一第
$2m+2$	$4x^2-5x-5am$	$2a+2b^2-d+m$
十第	七第	二第
$4z^3+z$	$9a$	$4x^2+6y-x-s$
一十第	八第	三第
$3c^2$	x^2+c	$4a-2c-2m^2$
二十第		四第
$8a^2b-4cd-5a^3-c$		$3x^3+11x-8$
三十第		五第
$3m^2d+6n-5a^2m-3am^2$		$2a+m-2c+x$

括弧用法之部

四第	二第	十二第
$12x^2 - 7xy - 10y^2$	$15x^3y^2 + 6x^2y^3$	$8a^2(x+y)^2$
五第	三第	一廿第
$6x^3 - 3x^2y - 9xy^2 + 6y^3$	$-12a^2c^2m + 9ac^3b^2$	$4m^2(x-z)^2$
六第		二廿第
$6a^4x^2z^2 - 2ayx^3 + 2ax^4$		$(a-c)^{2m}$
七第		
$3x^6 - 9x^5 + 6x^4 - 15x^3 + 9x^2$		
八第		
$a^4c^3 - 3a^3c^4 + a^3c^2 - a^2c^3 + a^2c - ac^2 + ac$		
九第		
$4ax^2 + 8axy - 6x^2 - 12xy$		

乘法第二例之部

四十第	八第	二第
$6x^{30}y^{4m}$	$-28x^3y^2z^5$	$-6a^4c^5m^2d$
五十第	九第	三第
$42x^5y^4z$	$-12c^5d^2m^4$	$-15c^6m^2d^2$
六十第	十第	四第
$75a^6b^5c^2$	$45a^4b^3x^3y^2$	$8x^6y^4z^5$
七十第	一十第	五第
$42x^6y^7$	a^{m+n}	$119a^4b^2c^4$
八十第	二十第	六第
$-30c^4d^4m^4$	$x^{m+1}y^{m+1}$	$110a^{10}b^{10}c^{10}$
九十第	三十第	七第
$a^5b^6c^4d^3h^2m$	$-24a^{m+2}b^{m+3}c^2$	$234a^4b^4c^4$

乘法第一例之部

七廿第	五廿第	四廿第	諸式通則之部
$32x^5+1$	c^8+c^4+1	$y^6+10y-33$	
六廿第			
$x^7-7x^6+21x^5-17x^4-25x^3+6x^2-2x-4$			
九第	八第	四第	
$16x^4-9y^2x^2$	$25c^6-20c^4d+4c^2d^2$	$c^2+2cm+m^2$	
十第		五第	諸式通則之部
$9a^4x^2+12a^2xy+4a^2y^2$		$x^2-2xy+y^2$	
二十第	一十第	六第	
$4x^4-4x^2+1$	x^2+2x+1	x^2-y^2	
四十第	三十第	七第	
x^4-60x^2+900	m^2-1	$9x^4+24x^2y+16y^3$	

二十第		十第		代數四卷
$a^3-4a^2c+4ac^2-c^3$		$6a^3-16a^2b+6ab^2+4b^3$		
四十第	三十第	一十第		
a^6-b^6	$2x^3-19x^2+26x-16$	x^3+y^3		
八十第		五十第		
$a^2+am+ad+dm$		$a^{m+n}+a^nb^m+a^mb^n+b^{m+n}$		
九十第	七十第	六十第		代數四卷
$a^2+2am+2m-1$	a^4-b^4	$12x^4-192$		
二廿第	一廿第	十二第		
m^4-10m^2+9	$a^5-41a-120$	$x^5+151x-264$		
三廿第				
$4x^6-5x^5+8x^4-10x^3-8x^2-5x-4$				

九十第		三十第
$a^{m-1} - a^{m-2}c + a^{m-3}c^2 - a^{m-4}c^3 + a^{m-5}c^4$		$7(x+y)^2$
一廿第	十二第	四十第
$9a - 3m$	$am^2 - bm^2 - m$	$4m(c-x^2)^3$
		五十第
		$d + 4x - 3b$
		六十第
		$-3ab + 3x^3 - d^2$
		七十第
		$2x^2 - 3x - 5$
		八十第
		$3x^3 - 9x^2 + 2x - 21$

七第	一第	除法第一例之部	五第
$-5xy^2$	$4b$		$9a^4b^2 - d^6$
八第	二第		六十第
$39b^3c$	$3a^2d$		$x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2$
九第	三第		七十第
$3a^2b^3d$	$-6x^2yz$		$40^2 + 20 + \frac{1}{4}$
十第	四第		八十第
$9a^{m-n}$	$2a^2$		$x^{2m} + 2x^ny^z + y^{2n}$
一十第	五第		九十第
$2x^{m-1}y^{m-1}$	$-a$		$x^{2m} - y^{2z}$
二十第	六第		
$(a-c)^2$	$4x^2$		

九十第 $a^2+ax+x^2+\frac{2x^3}{a-x}$	三十第 $x^4+2x^3+3x^2+2x+1$
十二第 $x^{m-1}-y^{m-1}$	四十第 $a^2+b^2+c^2-bc-ac-ab$
一廿第 a^c-b^a	五十第 $2x^3y+3x^2y^2-xy^3+4y^4$
二廿第 $x^{2n}-3x^ny^n+y^{2n}$	六十第 a^2+c^2+a+c
	七十第 x^3-2x^2+3x-4
	八十第 $x^4+x^3a+x^2a^2+xa^3+a^4$

六第 $2a^3+2a+5$	一第 $a^2+2ax+x^2$
七第 $x^3-2x^2y+2xy^2-y^3$	二第 $a^2-2ac+c^2$
九第 $a^2+2ab+2b^2$	八第 x^3-ax-b
十第 $x^4-x^3+x^2-x+1$	三第 $a-2$
一十第 $1+8x+40x^2+200x^3+\dots$	四第 x^2-2x+3
二十第 $1-2x+2x^3-2x^4+2x^6-2x^7+2x^9-2x^{10}+\dots$	五第 $5x^3+4x^2+3x+2$

除法第二例之部

八 第		一 第		代 用 法 之 部
$2(x^5+10x^3y^2+5x^2y^4)$		a^2-ab+b^2		
九 第		二 第		
y^3-6y^2+5y		x^2+2x+1		
十 第		三 第		
$y^5+3y^4+5y^3$		$x^4+10x^3+37x^2+60x+30$		
一 十 第		四 第		
當		$x^2+(2a+a)x+x^2+ax+b$		
		六 第	五 第	
		$4m(m^2+1)$	$5a^4$	
		七 第		
		$2(a^4+6a^2b^2+b^4)$		

七 第		一 第	代 用 法 之 部
$(a+3b-c)x^2-(a-3b+c)x-q$		$a^2b(a+b+c)$	
八 第		二 第	
$am(a^2-3m)(a^2+3m)$		$3x^2y^2(1-x^2+y^2-2xy)$	
九 第		三 第	
$(4a^2+2ax+x^2)(2a-x)$		$5a^2bc^2(a-3bc-d)$	
十 第		四 第	
$(y^4-3y^3+9y^2-27y+81)(y+3)$		$a^2+c(c+m)x$	
一 十 第		五 第	
$(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)(x+y)(x-y)(x-y)$		$(x-y)(x-y)(x-y)$	
二 十 第		六 第	
$a(a+b-c)(a-b+c)$		$a^2b^2(a+b)(a+b)$	

五 第	二 第	最小公除數第一例之部	二十 第
$x^6 - a^2x^4 - a^4x^2 + a^6$	$30a^4b^3c^2d$		$3a^2 - m^2$
六 第	三 第		三十 第
$x^7 - x$	$30x^3y^2z^3$		$ax - by$
七 第	四 第		四十 第
$x^8 + 2x^4 + 1$	$x^3y - xy^3$		$3a^2 + 2a + 1$
八 第			
$36x^5 + 2x^3 - 8x$			
九 第			
$12x^4a^3 + 48x^2a^4 - 64a^6$			
十 第			
$a^6 + a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 - ab^5 - b^6$			

六第	一第	最大公倍數第二例之部	二第
$2a - 3b$	$x^2 - 3x + 2$		$2abc^2$
七第	二第		三第
$x - y$	$3x - 7$		$x^2y - y^3$
八第	三第		四第
$2x^3 - 4x^2 + x - 1$	$x - 3a$		$x - y$
九第	四第		五第
$c(a^2 - m)$	$-x + 2$		$m(a - b)$
十第	又		六第
$x^2 - 5x - 8$	$x - 2$		$a(x^2 - 3x + 1)$
一十第	五第		七第
$3x^2 + 7$	$a + 1$		$4x - 1$

最小公除數第二例之部

六第	一第
$x^3+3x^2-18x-40$	$x^4-2x^3-7x^2+18x-18$
七第	二第
$a^3-2a^2b-ab^2+2b^3$	$x^4-9x^3-5x^2+153x-140$
八第	三第
$2x^3-11x^2y+17xy^2-6y^3$	$6a^3m^6+11a^2m^4-3am^2-2$
	四第
	$2x^4-9x^3+9x^2+3x-2$
	五第
	$6x^5+12x^4-4x^3-8x^2-10x-20$

約分第一例之部

三十第	八第	三第
$\frac{5(x^2+xy+y^2)}{3}$	$\frac{x^2-2x+4}{2x^2+x-5}$	$\frac{x^2}{3y^2}$
四十第	九第	四第
$\frac{1}{x^2+1}$	$\frac{c}{a+b}$	$\frac{x-1}{y}$
	十第	五第
	$\frac{a^2-2ax+x^2}{a+x}$	$\frac{a^2-ab}{a+b}$
	一十第	六第
	$\frac{3a-x}{3a+x}$	$\frac{x^3}{x^2+b^2}$
	二十第	七第
	$\frac{x^2+1}{x}$	$\frac{2}{3}$

約分第二例之部

代數學卷之二 試

六第 $\frac{4x^5z}{3a}$	一第 $\frac{axy^{-2}}{c^2}$	約分第四例之部	一十第 $\frac{(x-1)^4}{x}$	六第 $\frac{3}{a+3}$
七第 $\frac{3b^2(a-x)^3}{50m}$	二第 $\frac{3a^2x^{-2}}{5m}$		二十第 $\frac{(x^2-y^2)^2}{x^2-5xy+y^2}$	七第 $\frac{x^2}{x-y}$
八第 $\frac{30^2(1-x)^{-3}(x-y)^{-1}}{4m}$	三第 $\frac{x^{-1}y^{-1}z^{-1}}{a}$			八第 $\frac{x+2}{x-2}$
九第 $\frac{x^2y^{-2}z^{-1}}{5a^2b^{-1}c^{-2}}$	四第 $\frac{c(x^2y)^{-1}}{a}$			九第 $\frac{2b^3}{a-b}$
十第 $\frac{(x-a)^3}{(a-b)^2}$	五第 $\frac{2a^2xy^{-4}}{5a^2}$			十第 $\frac{1+y}{1-y}$

一第 $\frac{b+ab+a^2}{b}$	七第 $3x+5+\frac{3x-10}{x^2-4x+8}$	二第 $a+\frac{bx}{a}$	一第 $a+\frac{x}{b}$
二第 $\frac{2bc+3x+a}{c}$	八第 $8x-6-\frac{2}{x+3}$	三第 $5a+1+\frac{ab}{y}$	
三第 $\frac{6abx}{b}$	九第 $x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4+\frac{2y^5}{x-y}$	四第 $2(x^2+xy+y^2)$	
四第 $\frac{13b+3a}{b}$	十第 $x^4+xy^3+\frac{y^6}{x^2+xy+y^2}$	五第 $x+4a-3+\frac{y}{3x}$	
五第 $\frac{13x+5}{3}$	一十第 $x^4-5x^2+5+\frac{2}{x^2-1}$	六第 $3x-2-\frac{x+3}{4x}$	

一第		分 數 加 法 之 部	七第
$\frac{63x+30x+35x}{105} = \frac{128x}{105}$			$\frac{a(x^3+x^2+x+1)}{x^4-1}$
四第	二第		$\frac{b(x^2+1)}{x^4-1}$
$\frac{2a^2+2b^2}{a^2-b^2}$	$\frac{ac+ab+b^2}{bc}$		$\frac{c}{x^4-1}$
五第	三第		八第
$6a + \frac{4a-13}{20}$	$\frac{a^3+a^2x+3a^2+3x^2}{3(a+x)}$		$\frac{(x^2+x+1)^2}{x^5-5x^4+x^3-5x^2+x-5}$
八第	六第		$\frac{(x^2-x+1)^2}{x^5-5x^4+x^3-5x^2+x-5}$
$\frac{x+2y}{10}$	$9x + \frac{5x^2-4x-9}{15x}$		
九第	七第		
0	$\frac{a+c}{a-c}$		

四第	一第	約 分 第 五 例 之 部	六十第	一十第
$\frac{acx+a^2c}{bcx+abc}$	$\frac{4ac}{2cx}$		$\frac{7a^2m^{-3}xy^2}{5^2a^2b^3c}$	$\frac{x^2y^6}{5^2a^2b^3c}$
$\frac{(bx+b)(x+a)}{bcx+abc}$	$\frac{3bx}{2cx}$		七十第	二十第
$\frac{bcy}{bcx+abc}$			$\frac{4^4a^2bx^3y^4}{5a^2m}$	$\frac{3xz^4}{5a^2m}$
五第	二第		八十第	三十第
$\frac{a^3y^2-a}{ay^2-y}$	$\frac{4ac}{2bc}$		$\frac{4ab^2(a-x)^2}{3a}$	$\frac{5x^4(x^2-1)^2}{3a}$
$\frac{cy}{ay^2-y}$	$\frac{3ab+2b^2}{2bc}$			四十第
六第	三第			$\frac{5a^3c^4}{12b^5d^2}$
$\frac{(a-b)x}{a^2-b^2}$	$\frac{10ac}{6cx}$			五十第
$\frac{(a+b)y}{a^2-b^2}$	$\frac{9bx}{6cx}$			$\frac{5a^2bx^3x^{-4}}{5a^2bx^3x^{-4}}$
$\frac{x}{a^2-b^2}$	$\frac{24cdx}{6cx}$			

分數除法之部	五十第	七第	六第	一第
	$\frac{(x+b)(x^2+b^2)}{b+c}$	$3(a+x)$	$\frac{a^2(a^2+b^2)}{b}$	$\frac{a}{x}$
	六十第	八第		二第
	$\frac{1}{ax}$	$\frac{a^2b^2+abx-aby-xy}{b^2}$		$\frac{a}{18}$
	七十第	二十第	九第	三第
	-1	$\frac{3(x^2-1)}{2(a+b)}$	$\frac{3ax-5a}{4x^2-6}$	$\frac{2x+3y}{5x}$
		三十第	十第	四第
		$\frac{a^2(a-b)}{x}$	a	$\frac{(a-x)a}{y}$
		四十第	一十第	五第
		$a+x$	$\frac{5b}{2a+4b}$	$6y$

分數乘法之部

六第	一第	分數減法之部	十第
$x - \frac{4y}{x^2-y^2}$	$\frac{13x}{63}$		0
七第	二第		一十第
$2y - \frac{cx+bx-ab}{bc}$	$\frac{17x+2}{6}$		1
八第	三第		二十第
$\frac{4x+8}{x^2-16}$	$\frac{2y}{x^2-y^2}$		$\frac{3x^2-12x+14}{x^3-6x^2+11x-6}$
九第	四第		三十第
$\frac{2(a-b)}{a^2+4ab+3b^2}$	$a + \frac{32a+5}{105}$		$\frac{3x(x+1)}{x^2+5x+6}$
十第	五第		
$\frac{2}{a^2-b^2}$	$\frac{4ab}{a^2-b^2}$		

七 第 $\frac{ac-bd}{ac+bd}$	二 第 $\frac{abc+b^2}{abc+c^2}$
八 第 $\frac{ab}{a^2+b^2}$	三 第 $\frac{a^2b+b^2c}{a^2c+b^2a}$
九 第 $\frac{x(y^2-1)}{y(x^2-1)}$	四 第 $\frac{x(n-m)-(n+m)}{x(n+m)+(n-m)}$
十 第 $\frac{(a+b)(c+d)}{abcd}$	五 第 $\frac{a-b+1}{a-b-1}$
	六 第 $\frac{a^2+b^2+c^2}{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}$

複分約法之部

六十第 $\frac{3ab+a^2}{ab-3b^2}$	一十第 a^3+x^3	六 第 $\frac{2a+x}{a^2+ax-x^2}$	一 第 $\frac{5c \times c}{a \times b} = \frac{5cx}{ab}$
七十第 $\frac{a+x}{x}$	二十第 $\frac{9y-3}{y}$	七 第 $\frac{7cx-15}{10x-4}$	一 第 $\frac{(a+b)^2}{c^2}$
八十第 1	三十第 $\frac{n}{m}$	八 第 $\frac{9x-3}{x}$	三 第 $\frac{3b(a+x)}{2c}$
	四十第 $\frac{x^2-y^2}{x}$	九 第 $\frac{18x-21}{x^2-1}$	四 第 $\frac{(2x^2-7)(x+a)}{a^2}$
	五十第 $3a$	十 第 $\frac{7}{6a^3}$	五 第 x^2+b^2