

石川  
彛譯

代數學

四

書籍之印

校學範

書門部  
番號

福岡第一師範學校  
(學校圖書)

登錄 番號	第	號
自然科學部		
數學部		
代數學	第	項
目次		
全	6 冊	內第 4 冊
分類 番號	第	號
4 1 2		

T1A1

31

I76

代數學卷之四

東京

石川 彥 譯

第七綱 二次方程式

第二百八十三章 二次方程式ハ、一ニ平方方程式ト名ツク、即チ式中ニ二乗方ノ未知數アリ、其以上ノ乗方ナキ者ナリ、

比如ハ

$$3x^2 - 48$$

$$ax^2 - 2bx = c$$

ハ二次方程式ナリ、

方程式中未知數ヲ混セサル諸率ヲ自由率ト名

ツク

第二百八十四章 二次方程式ヲ分テ二種ト為ス、即チ純平方、調平方、是ナリ、

純平方式

第二百八十五章 純平方式トハ、方程式中ノ未

知數平方ノミナル者ヲ謂フ、即チ

$$3x^2 - 7 = 20$$

ノ如キ是ナ

リ、

原註ニ曰ク、純平方式ハ、未知數ノ平方、單ニ一

率ナル者ヲ以テ通常トス、

第二百八十六章 二次方程式ハ之ヲ約スレハ、

結句左ノ如キ約式ヲ得ル、一次方程式ヲ解ク

ノ法則ヲ推シテ知ル可シ、

是ニ於テ $a$ ハ真方根ナル者アリ、想像數

$x^2 = a$ ナル者アリ、又正數アリ、負數アリ、

右方程式ノ平方根ヲ開ケハ、則チ左ノ如シ、

$$x = +\sqrt{a} \quad \text{或ハ} \quad x = -\sqrt{a}$$

是故、純平方根ハ必ス兩方根ヲ得其數價ハ相  
等シク、但其標記ハ相反ス可シ、

比如ハ純平方式  
アリ、 $x$ ノ數價ヲ求ム、

$$\frac{x^2-4}{6} - \frac{x^2-24}{4} = \frac{x^2}{2} - 32$$

術

$$\frac{x^2-4}{6} - \frac{x^2-24}{4} = \frac{x^2}{2} - 32$$

分  
ヲ  
省  
數

$$2x^2-8-3x^2+72=6x^2-32$$

各  
ヲ  
合  
率

$$7x^2=448$$

以  
セ  
除  
之

$$x^2=64$$

開  
平  
方

$$x=\pm 8$$

是ニ由テ純平方式ヲ解クノ法則ヲ得ル、左ノ  
如シ、

則  
方、程、式、ヲ、約、シ、テ、 $x^2=a$ ノ、如キ、形、狀、ヲ、為、サ、シ、メ、

而シテ、後ニ兩項ハ方根ヲ開ク可シ、  
 設問

一 第	$3x^2 - 16 = x^2 + 2$
二 第	$2x^2 - 54 = 126 - 3x^2$
三 第	$7x^2 + 8 = 57 + 3x^2 + 15$
四 第	$6x^2 + 2d = 2cx^2 + a$
五 第	$ax^2 + 1 - (a-x)(a+x)$
六 第	$\frac{x+4}{x-4} + \frac{x-4}{x+4} = \frac{10}{3}$
七 第	$\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{13}{6}$
八 第	$\frac{x+a}{x-a} + \frac{x-a}{x+a} = 7$
九 第	$\frac{x}{4} + \frac{4}{x} = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$
十 第	$\frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{x}{c} + \frac{c}{x}$

一 十 第	$\frac{x^2-8}{6} = 1 + \sqrt{5}$
二 十 第	$\frac{x^2-2\sqrt{2}}{3} - \frac{x^2-3}{2} = 1 - \sqrt{2}$
三 十 第	$x^2 + 2x = 9 + \frac{18}{x}$
四 十 第	$\frac{3x^2}{2} - \frac{3x^2}{3} = 1$
五 十 第	$\frac{x-4}{12} - \frac{(x-5)(x+5)}{x+4} = x-4$

調平方式

第二百八十七章 調平方式。トハ初乗、及ヒ二乗

方ノ未知數アル方程式ヲ謂フナリ、即チ左式ノ如キ是ナリ、

$$2x^2 - 3x = 12$$

原註ニ曰ク、平方式ノ純調二種ハ、又各ツケテ  
 二次方程式ノ未完完全ト曰フ、○九ノ完全方  
 程式トハ、一次ヨリ以上各次ノ乗方未知數ヲ  
 具備スル者ナリ、故ニ完全三次方程式ニハ、必  
 ス初乗二乗三乗方ノ未知數アリ、  
 第二百八十九章 平方式ヲ解クノ法ヲ求メシ  
 ト欲セハ、假ニ方程式ヲ約シテ左式ヲ得タリト

為ス可シ、

$$x^2 + 2ax = b$$

今此式ノ兩項ニ $a^2$ 、即  
 チ $x$ ノ倍數ノ半ヲ自  
 乗シタル者ヲ加フ可  
 シ、即チ下ノ如シ、

$$x^2 + 2ax + a^2 = a^2 + b$$

是ニ於テ前  
 項ハ適合ノ  
 平方ナレヲ  
 以テ兩項ノ

平方根ヲ

開テ次式

ヲ得、

$$x + a = \pm \sqrt{a^2 + b}$$

轉移

$$x = -a \pm \sqrt{a^2 + b}$$

是故ニ式中必ス兩方  
 根ヲ生シ、其數互ニ同  
 シカラス、

然リト雖、 $a^2 + b$  若シ○ナル時ハ兩根相同シキ

左ノ如シ、

是ヲ兩同方根ノ方程式ト云フ、比如

$$x = a \pm 0$$

ハ左式ノ如シ、

$$x^2 - 10x = -25 \quad a^2 + b = 0$$

ヲ兩項ニ加ス、

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

方開

$$x - 5 = \pm 0$$

$$x = 5 \pm 0 = 5$$

設如ハ  
ニ於テ  
Xノ數價ヲ求ム、

$$\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$$

$$x^2 - 10x = -25$$

是ニ由テ調平方式ヲ解クノ規則ニ得ルヲ左ノ如シ、

術

$$\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$$

ノヲ分省數

$$6x^2 + 6x^2 + 12 + 6 = 13x^2 + 13x$$

式約

$$x^2 + x = 6$$

ヲヲニ兩項加  $(\frac{1}{2})^2$

$$x^2 + x + \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$$

方開

$$x + \frac{1}{2} = \pm \frac{5}{2}$$

$$x = 2 \quad x = -3$$

第一則  
問題ノ式ヲ約シテハ  
形狀ヲ成サシ

$$x^2 + 2ax = b$$

△可シ

第二則 式ハ兩項ニ $x$ ノ倍數ノ半ノ自來ヲ加

ヘテ前項ヲ適合ノ平方ト為ス可シ

第三則 兩項ノ平方根ヲ開キ所得ノ式ヲ解ク

可シ

第二百九十章 方程式若シ $x^2+2ax=b$ ノ形狀ヲ成サシ

△可キ者ハ直ニ左ノ明則ニ從テ其根ヲ開ク可

シ

則  $x$ ノ倍數ノ半ヲ書シテ其標記ヲ反シ次ニ

加減複標ヲ附シテ後項ニ倍數ノ半ノ自來ヲ加  
タル者ノ平方根ヲ記ス可シ

比如ハ  
ニ於テ $x$ ノ數價ヲ求ム

$$x^2-6x=55$$

術

$$x=3\pm\sqrt{55+9}$$

$$x=3\pm 8=11$$

$$\text{又} \\ =-5$$

設問



六十第 $4x^2 + 12x = 40$	一十第 $x^2 + 20x + 19 = 0$
七十第 $2x^2 + 28 = 18x$	二十第 $x^2 - 6x + 6 = 9$
八十第 $(3x - 5)(2x - 2) = 2(x^2 + 15)$	三十第 $x^2 + 8x = 12$
九十第 $(2x + 2)(5x - 8) = (x + 4)(5x + 4)$	四十第 $x^2 + 12x = 10$
十二第 $(3x + 4)^2 = 54x$	五十第 $3x^2 - 15x = -12$

六第 $x^2 + 6x + 1 = 92$	一第 $x^2 + 2x = 15$
七第 $x^2 + 12x = 589$	二第 $x^2 - 6x = 16$
八第 $x^2 - 6x + 10 = 65$	三第 $x^2 - 20x = -96$
九第 $x^2 + 12x + 2 = 110$	四第 $x^2 - 6x - 7 = 33$
十第 $x^2 - 14x = 51$	五第 $x^2 - 28x + 80 = -115$

左ノ各方程式ニ於テ未知數價ヲ求ム

一 廿 第

$$x^2 - \frac{2x}{15} = \frac{7}{12}$$

二 廿 第

$$15x^2 + \frac{2x}{3} = 5$$

三 廿 第

$$4x^2 - \frac{13x}{7} = \frac{5}{18}$$

四 廿 第

$$\frac{1}{2(x-1)} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{1}{4}$$

五 廿 第

$$\frac{4}{x+1} + \frac{5}{x+2} = \frac{12}{x+3}$$

調平方第二法

第二百九十一章

平方式ヲ約ンテ

$$x^2 + 2ax = b$$

ノ形狀ヲ

為サシメント欲シテ、 $x$ ノ倍數動モスレハ、分數ト為ルヲアリ、然レハ則チ解題稍、困難ナリ、是時ニ至テハ、前項ヲ簡約ナル整數ト為スヲ以テ足レリス可シ、其式ハ即チ左ノ如シ、

$$ax^2 + bx = c \dots (壹)$$

此式ニ於テ $a$  $b$ ハ、形狀ニ於テ之ヲ視レハ、整數ニシテ互ニ原初因子ナリ、又 $c$ ハ整數ト為リ、或ハ分數ト為ル可シ、

壹式ノ前項ヲ適合ノ平方ト為サント欲セハ、兩項ニ $a$ ヲ乘シテ左式ヲ得ヘシ、

$$a^2x^2 + abx - ac \dots\dots\dots (貳)$$

フ加ヲ  $\left(\frac{b^2}{4}\right)$  = 項兩

$$a^2x^2 + abx + \frac{b^2}{4} = ac + \frac{b^2}{4} \dots\dots\dots (參)$$

是ニ於テ前項ハ適合ノ平方ナリ、今若シ偶數ナレハ  $\frac{b^2}{4}$ ハ整數ト為ル可シ、然リト雖氏、若シ奇數ナレハ分數ト為ル是レ尤モ勢ノテ避ク可キ者タルカ故ニ、之ヲ避ケンカ為ニ參式ニ四ヲ乘シテ、下式ヲ得ヘシ

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = 4ac + b^2 \dots\dots\dots (肆)$$

肆式ノ前項ハ適合ノ平方ニシテ各率整數ナリ、且ツ此式ハ壹式ニ  $4a$ ヲ乘シ、其兩項ニ  $b^2$ ヲ加ヘテ得ヘキ者ナリ、

是故ニ前項ノ平方ヲ適合ヤシム可キ第二法ノ規則ヲ得ルヲ左ノ如シ、

第一則

式ヲ約シテ、形狀ヲ為サシメ、其  $a$ 、

$$ax^2 + bx = c$$

$b$ 、ヲ相互ニ原初因子タラシム可シ、

第二則 若シ奇數ナル時ハ式ニ  $x^2$ ノ倍數ヲ

來シ、 $x$ ハ、倍數ハ半ヲ自來シタル者ヲ兩項ニ加フ可シ、

第三則 若シ偶數ナル時ハ式ニ $x^2$ ノ倍數ノ

四倍ヲ來シ、 $x$ ノ倍數ノ自來ヲ兩項ニ加フ可シ、

右規則ハ之ヲ第一法ニ比スレハ愈普通ノ者ト

ス、蓋シ之ヲ $x^2 + 2ax = b$ ニ應用スレハ、其術亦前ノ規則ニ

從フ者ニ同シキカ故ナリ、但シ $2a$ 若シ分數ナル時ハ前項ニ於テ分數ヲ避クルノ用意ヲ為スヲ

以テ異ナリトスルノミ、

第一

$5x^2 - 6x = 8$   
ノ $x$ 數價ヲ求ム、

術

五ヲ來シ、 $3^2$   
即チ $9$ ヲ兩  
項ニ加フ、

第二

$15x^2 - 55x = 356$   
ノ $x$ 數價ヲ求ム、

$25x^2 - 30x + 9 = 49$

方開

$5x - 3 = \pm 7$

$5x = 10$

又

$= -4$

$x = 2$

又

$= -\frac{4}{5}$

術

$$15x^2 - 55x = 350$$

之除五以

$$3x^2 - 11x = 70$$

= 121 12  
加ヲヲ  
フ、兩乘  
項シ

$$5x - 11 = \pm 31$$

$$x = 7$$

$$\text{又} = -\frac{10}{3}$$

今若シ

$$x^2 + 2ax = b$$

ノ形狀ナル者ニ、此規則ヲ應用シテ 2a

奇數ナル時ハ、則チ左ノ如シ、

術

$$x^2 - 7x = 44$$

項乘 1  
ニシノ  
加フ、7<sup>2</sup> 四  
ヲ兩倍ヲ

$$4x^2 - 28x + 49 = 225$$

方開

$$2x - 7 = \pm 15$$

$$x = 11$$

又  
-- 4

是故、前項ニハ務メテ分數ヲ避クルヲ以テ常

ニ專要トス、而シテ最初ヨリ兩項ヲ約シテ整數

率ト為ス時ハ、後項ニ於テモ亦實ニ之ヲ避ク可

シ、

設問

左ノ各式ヲ解ク可シ、

五十第	一十第
$\frac{6(2x-11)}{x-3} = 26 - 4x$	$3x^2 - 8x = 5 + 4\sqrt{3}$
六十第	二十第
$\frac{2x-3}{3x-5} + \frac{3x-5}{2x-3} = \frac{5}{2}$	$x^2 + 11x - 80 = 0$
七十第	三十第
$\frac{3x-2}{2x-5} + \frac{2x-5}{3x-2} = \frac{10}{3}$	$7x + \frac{72x}{10-3x} = 50$
	四十第
	$\frac{9+4x}{3} + \frac{x+7}{x-7} = x+14$

六第	一第
$21x^2 - 292x = -500$	$5x^2 + 4x = 204$
七第	二第
$6x^2 - 13x + 6 = 0$	$5x^2 + 4x = 213$
八第	三第
$7x^2 - 3x = 160$	$7x^2 - 20x = 32$
九第	四第
$3x^2 - 53x = -84$	$6x^2 - 15x = 9$
十第	五第
$x^2 + 13x - 140 = 0$	$2x^2 - 5x = 117$

別例法方

第二百九十二章 上ニ説ク所ノ兩規則ハ、以テ各種ノ平方式ヲ解クニ足ル可シ、然リト雖氏又自ラ別例アリ稍規則ヲ改革シ、或ハ作式ノ法ヲ變換シテ大ニ解題ヲ簡易ナラシムル者アリ、

第二百九十三章 未知數ノ最上乗方ノ倍數、若シ適合ノ平方ナル時ノ例ニ於テハ、其式上ノ如クナルヘシ、

前項ノ平方ヲ適合ナラシムルガ為ニ兩項ニ加フル所ノ數ヲトスル時ハ、其式

$$a^2x^2+bx=c \dots (壹)$$

左ノ如シ、

$$a^2x^2+bx+t^2=c+t^2 \dots (貳)$$

今雙率平方ノ中率ヲ以テ、兩端率平方根ノ積ニ倍トスル時ハ、則チ次ノ如シ、

$$2t \times ax = bx$$

$$t = \frac{b}{2a} \quad t^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$$

然レハ則チ貳式變シテ下ノ如シ、

$$a^2x^2+bx+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=c+\left(\frac{b}{2a}\right)^2 \dots (參)$$

本章ノ例ニ於テハ、參ヲ以テ法式ト為シ、仍テ左則ニ從フ可シ、

$$25x^2 - 20x = -3$$

此問題ノ兩項ニ加ヘテ前項ヲ適合ノ平方ト  
為ス所ノ數左ノ如シ、

$$t = \frac{(20)^2}{(2 \times 5)} = (2)^2$$

故ニ解題ノ術左ノ如シ

術

$$25x^2 + 20x = \dots ?$$

$$25x^2 + 20x + 4 = 1$$

$$5x - 2 = \pm 1$$

答  $\begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = -\frac{1}{5} \end{cases}$

第一

設如

ハ  
X

2  
7

數  
值

7  
問

7.

$$\frac{4x^2}{49} \quad \frac{x}{2} \quad \frac{51}{64}$$

此問題ニ於テハ加數左ノ如シ



五 第	一 第	設 問
$\frac{841x^2}{625} - \frac{58x}{5} = 11$	$16x^2 + 12x = 10$	
六 第	二 第	
$\frac{7x^2 - 8x}{12} + \frac{7x^2 + 8}{2} = 10x - 3$	$36x^2 - 5x = \frac{39}{144}$	
	三 第	
	$81x^2 - 12x = -\frac{1}{3}$	
	四 第	
	$\frac{49x^2}{25} - \frac{6x}{5} = \frac{40}{49}$	

術	$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{7}{8} = \frac{49}{64}$	代 數 學 卷 之 四
$\frac{4x^2}{49} - \frac{x}{2} = \frac{51}{64}$		
$\frac{4x^2}{49} - \frac{x}{2} = \frac{100}{64}$		
$\frac{2x}{7} - \frac{7}{8} = \pm \frac{100}{8}$		
答 $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{119}{16} \\ \text{又} \\ = -\frac{21}{16} \end{array} \right.$	而 シ テ 其 術 左 ノ 如 シ	

第二百九十四章 方程式左ノ如キ形狀ナル者

ノ例ニ於テハ、補助數  $2a$  ヲ以テ繁難ナル

術ヲ避ク可シ

$$x^2 + 2ax = (2a + m)m \dots (壹)$$

第一

設如ハ

$$x^2 + 5x = 6$$

ノ  $x$  數價ヲ求ム、

第二

術

$$2a = 5$$

$$x^2 + 19x = 92 \quad x^2 - 2ax = 2a + 1 \quad 2a + 1 = 6$$

ノ  $x$  ヲ問フ、

$$x^2 - 2ax + a^2 = a^2 + 2a + 1$$

$$x - a = \pm(a + 1)$$

$$x = 2a + 1$$

$$\begin{aligned} &\text{又} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= 6 \\ \text{又} \\ &= 5 \end{aligned} \right\} \text{答}$$

シ 假  
テ 二  
式 2a  
ヲ 五  
更 ト  
ム 為  
ル シ、  
左 2a+1  
ノ ヲ  
如 六  
シ、 ト  
為  
シ、  
而



第一

$$2a = 10000$$

$$2a - 16 = 9984$$

$$32a = 160000$$

術

$$x^2 + (2a - 16)x = 32a$$

$$x^2 + (2a - 16)x + (a - 8)^2 = a^2 + 16a + 64$$

$$x + (a - 8)^2 = \pm a + 8$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 16 \\ \text{又} \\ = -10000 \end{array} \right\} \text{答}$$

$$x^2 + 9984x = 160000$$

ノ  
x  
ヲ  
求  
ム、

第二、  
煩難ヲ避クルヲ得ハシ、  
此例ノ諸問題ハ、悉ク之ヲ括括ツテ、一種ト為ス  
ノ能ハス、故ニ左ニ其一ニヲ掲テ、之ノ辨明スヘ

第二百九十五章 又大數ハ、補助數ヲ用テ術ノ

第六

$$x^2 + 72x = 385$$

第七

$$x^2 - 325x = 3350$$

第二

$$a=45$$

$$200a=9000$$

術

$$x^2+ax=200a$$

$$4x^2+ax+a^2=a^2+800a$$

$$2x+a=\pm\sqrt{a(a+800)}=\sqrt{45\times845}$$

開方標下ノ一因子  
 五ヲ乘シ、又一因  
 子ハ、五ヲ以テ之ヲ  
 除スレハ、左ノ如シ、

代數卷之四

第三

$$2x+a=\sqrt{225\times169}$$

$$2x+15\cdot3=\pm15\cdot13$$

$$2x=15\cdot10$$

又

$$=-15\cdot16$$

$$\left. \begin{array}{l} x=75 \\ \text{又} \\ x=-120 \end{array} \right\} \text{答}$$

$$16x^2-225x=225$$

ノ

x

ヲ

求ム

ハ、

代數卷之四

二。

$$x^{2n} + 2ax^n - b$$

是ニ於テ、 $x$ ニ單數アリ、複數アリ、ルニ正  
負アリ、整分アリト雖、氏、常ニ自、衆、標、大、ナ、  
ル者、ハ、其、小ナル者ニ倍ス、

二次狀方程式  
第二百九十六章 二次狀方程式トハ、其實二次  
即チ平方ニアラスト雖、氏之ヲ解クニ二次方程  
式ノ解クノ法ヲ以テス可キ者夥多アリ、此類ノ  
方程式ハ總テ左ノ如ク、之ヲ約スヲ得ヘシ、

$$15 = a \quad 16 = a + 1$$

術

$$(a+1)x^2 - a^2x = a^2$$

$$4(a+1)^2x^2 - 4a^2(a+1)x + a^4 = a^4 + 4a^3 + 4a^2$$

$$2(a+1)x - a^2 = \pm(a^2 + 2a)$$

$$2(a+1)x = 2a^2 + 2a$$

又

$$= -2a$$

$$(a+1)x = a(a+1)$$

又

$$= -a$$

$$x = 15$$

又

$$= -\frac{15}{16}$$

答

術

第三

術

$$x^{-2} + 10x^{-1} = 24$$

$$x^{-2} + 10x^{-1} + 25 = 49$$

合 = 平  
ス、適方

方平開

$$x^{-1} + 5 = \pm 7$$

轉移

$$x^{-1} = 2$$

又

$$= -12$$

ト 分子 一箇

$$x = \frac{1}{2}$$

又

$$= -\frac{1}{12}$$

答

$$x^{-2} + 10x^{-1} = 24$$

ノ

ス

ヲ

求ム、

$$x - 6x^{\frac{1}{2}} = -5$$

合 = 平  
ス、適方

$$x - 6x^{\frac{1}{2}} + 9 = 4$$

方平開

$$x^{\frac{1}{2}} - 3 = \pm 2$$

$$x^{\frac{1}{2}} = 5$$

又

$$= 1$$

衆自

$$x = 25$$

又

$$= 1$$

答

第二

術

第一

$$x - 6x^{\frac{1}{2}} = -5$$

ノ

ス

ヲ

問

フ、

$$x^4 - 16x^2 = -28$$

ノ

ス、ヲ 8<sup>2</sup>

加 64 即

$$x^4 - 16x^2 + 64 = 36$$

方平開

$$x^2 - 8 = \pm 6$$

轉移

$$x^2 = 14$$

又

$$= 2$$

$$x = \pm \sqrt{14}$$

又

$$= \pm \sqrt{2}$$

答

$$x^4 - 16x^2 = -28$$

ノ

ス

ヲ

數價ヲ求ム、

代數學卷之四

第四

$$(x^2+2x)^2-23(x^2+2x)=-120$$

ノ  
x  
ヲ問フ、

此問題ノ式モ亦以テ平方狀ト為ス可シ、何ト

ナレハ複數ノ初乗及ヒ二乗方アルカ故ナ

$$x^2+2x$$

ナリ、今便宜ノ為ニ、  
 $x^2+2x$ ヲyト為シテ式ニ代用

ス。

術

$$y^2-23y=-120$$

$$y^2-23y+\frac{529}{4}=\frac{49}{4}$$

$$y-\frac{23}{2}=\pm\frac{7}{2}$$

$$y=15$$

$$\text{又} \\ =8$$

ヲニ下因  
得式ノテ

$$x^2+2x=15$$

$$x^2+2x=8$$

今此二式ヲ解クト左ノ如シ、

$$x^2+2x=15$$

$$x^2+2x+1=16$$

$$x+1=\pm 4$$

$$\left. \begin{array}{l} x=3 \\ \text{又} \\ =-5 \end{array} \right\} \text{答}$$

$$x^2+2x=8$$

$$x^2+2x+1=9$$

$$x+1=\pm 3$$

$$\left. \begin{array}{l} x=2 \\ \text{又} \\ =-4 \end{array} \right\} \text{答}$$



是故ニ右問題ノ答ニ於テハ方根四アリ、即チ3  
 -5 及ヒ 2 -4 是ナリ、四價皆以テ式ニ合ス可シ、  
 又三次及ヒ四次方程式ハ、右問題ノ如ク最初ヨ  
 リ二次状ヲ成ス者ニ非スト雖、亦時トシテ二  
 次方程式ノ如ク、之ヲ解クヲ得ヘキ者アリ、若  
 シ然レハ則チ、其式中必ス已知倍數ヲ附シタル  
 複率ノ初乗及ヒ二乗方アル可シ、此式果シテ實  
 際ニ適當スルヤ否ヤ、今將ニ之ヲ左ニ論セント  
 ス、  
 諸率ヲ悉ク前項ニ移シ、未知數ノ最上乗方若シ

偶數ニアラサル時ハ、其未知數ヲ以テ式ノ兩項  
 ニ乗シテ、之ヲ偶數ト為ス可シ、而シテ後ニ其式  
 ノ成立ニ應シ、二三或ハ數率ノ平方根ヲ開キ、其  
 餘殘ノ代數率、及ヒ連合ノ真數率ヲ併セ、或ハ之  
 ヲ指キテ、既ニ已ニ得ル所ノ平方根ノ乘數、或ハ  
 除數ナル時ハ、之ヲ約シテ二次状ト為ス可ク、否  
 ラサル者ハ、則チ成立ツ可カラサル者トス、

第五

$$x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 36x + 45 = 0$$

ノ  $x$  ヲ求ム、

術

$$(x^2 - 2x)^2 - 18(x^2 - 2x) = -45$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 18(x^2 - 2x) + 81 = 36$$

$$(x^2 - 2x) - 9 = \pm 6$$

$$x^2 - 2x = 15 \dots\dots (壹)$$

$$x^2 - 2x = 3 \dots\dots (貳)$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \\ \text{又} \\ = -1 \end{array} \right\} \text{貳答}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 5 \\ \text{又} \\ = -3 \end{array} \right\} \text{壹答}$$

可  
シ、

複  
數

$$x^2 - 2x$$

=

別  
字

ヲ

代  
用

セ

ス

シ

テ、

左

ノ

術

ヲ

施

ス

ス

解

$$x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 36x + 45 = 0 \quad \begin{array}{l} x^2 - 2x \\ x^4 \end{array}$$

$$2x^2 - 2x$$

$$-4x^3 - 14x^2$$

$$-4x^3 - 4x^2$$

$$-18x^2 + 36x + 45$$

割 ヲ 因

ス、 分 子

$$-18(x^2 - 2x) + 45$$

ス 問 下 是

可 題 ノ 二

シ、 ヲ 如 由

變 ク テ

$$(x^2 - 2x)^2 - 18(x^2 - 2x) + 45 = 0$$

$$x^2 + 2ax = 2a^2$$

$$x + a = \pm a\sqrt{3}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= -a(1 - \sqrt{3}) \\ &\text{又} \\ &= -a(1 + \sqrt{3}) \end{aligned} \right\} \text{答}$$

$$x^2 + 2ax = 0$$

$$x^2 = -2ax$$

$$x = -2a \text{ 答}$$

是、代用  $y$

由

得

ル

所

二

式

ヲ

解

ク

ヲ

左

ノ

如

シ、

$$y^2 + 2a^2y = 0$$

$$y^2 + 2a^2y + a^4 = a^4$$

$$y + a^2 = \pm a^2$$

$$\begin{aligned} y &= -2a^2 \\ &\text{又} \\ &= 0 \end{aligned}$$

第六

テ、  
次式ヲ得、  
ニ、  
ルカ故ニ式  
乗標奇數ヲ  
 $x$ ノ最上自

$$x^3 + 4ax^2 + 2a^2x + 4a^3 = 0$$

ノ

$x$

ヲ

問

ス、

$$x^4 + 4ax^3 + 2a^2x^2 + 4a^3x = 0$$

割、  
因、  
キ、  
方、  
二、  
率、  
ノ、  
平、  
分、  
者、  
ノ、  
開、  
ヲ、  
根、  
ヲ、  
殘、  
者、  
ヲ、  
予、  
ヲ、  
分、  
割、  
ス、

$$(x^2 + 2ax)^2 - 2a^2(x^2 + 2ax) = 0$$

ス、  
ト、  
ヲ、  
複、  
假、  
為、  
 $y$ 、  
數、  
ニ、

$$y = x^2 + 2ax$$

代數學卷之四

$$10x = 2$$

又

$$= -5$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

又

$$= \mp \frac{1}{5}$$

答

術

$$25x^2 - 5 + \frac{1}{4x^2} = \frac{9}{4}$$

$$5x - \frac{1}{2x} = \pm \frac{3}{2}$$

$$10x^2 - 1 = \pm 3x$$

$$10x^2 \mp 3x = 1$$

$$400x^2 \mp 30x + \frac{9}{4} = 10 \mp \frac{9}{4} = \frac{49}{4}$$

$$10x \mp \frac{3}{2} = \pm \frac{7}{2}$$

$$10x = 5$$

又

$$= -2$$

或

ハ

第七

$$500 \times \frac{1}{200} \times 2 = 5$$

如シ、

故ニ兩項ニ一ヲ加ヘテ式ヲ解クヲ左ノ

平方根ノ積ニ倍ナリ、即チ左ノ如シ、  
此式ニ於テ前項ノ兩端率ハ適合ノ平方根ナルカ故ニ、中率ノ適合ヲ求ムレハ、則チ兩端率

$$25x^2 - 6 + \frac{1}{4x^2} = \frac{5}{4}$$

ノxヲ求ム、

第八

$$x + 4\sqrt{x} = 21$$

ノ  
x  
ヲ  
求  
ム、

術

$$x + 4\sqrt{x} = 21$$

$$x + 4\sqrt{x} + 4 = 25$$

$$\sqrt{x} + 2 = \pm 5$$

$$\sqrt{x} = 3$$

又

$$= -7$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 9 \\ \text{又} \\ = 49 \end{array} \right\} \text{答}$$

右問題ニ於ケルカ如ク、式中ニ方根數アル者ハ、所得ノ方根ニ於テ、標記ノ鑿穿ヲ為サ、ル可カラス、此ニ於テ所得ハ9ト49トナリト雖、其

左ノ如シ、

$$\sqrt{9} = +3$$

又

$$= -3$$

$$\sqrt{49} = +7$$

又

$$= -7$$

今若シ  
或ハ  
トスレバ、則チ問題ノ式ニ信ヲ

置ク可シト雖、否ヲサレハ、則チ信ス可カフサル者ナリ、

故ニ

$$x = 9$$

$$\sqrt{x} = 3$$

ヲ以テ式ニ適用スレバ、則チ

$$9 + 12 = 21$$

ト為リ、

又  $x=49$

$$\sqrt{x}=-7$$

ト

スレ

ハ、

則チ

$$49-28=21$$

ト

為リ、

兩數共ニ

式ニ

合

ス  
可  
シ、

然  
リ  
ト  
雖  
氏、  
若  
シ

$$x=9$$

$$\sqrt{x}=-3$$

ト

スレ

ハ、

則チ

$$9-12=21$$

ト

為リ、

又

$$x=49$$

$$\sqrt{x}=+7$$

ト

スレ

ハ、

則チ

$$49+28=21$$

ト

為リ、

兩數共ニ

信ニ

非

ス、

從  
ヘハ、  
所  
得  
ノ  
兩  
方  
根、  
必  
ス  
式  
ニ  
合  
ス  
可  
シ、  
凡  
ソ  
方  
根  
方  
程  
式  
ニ  
於  
テ  
ハ、  
標  
記  
ノ  
適  
當  
ナ  
ル  
者  
ニ

第九

$$2\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}=5$$

ノ

$x$

ヲ

問

フ、

此  
方  
根  
方  
程  
式  
ハ、  
二  
次  
狀  
ノ  
者  
ニ  
ア  
ラ  
ス、  
然  
レ  
ハ

則  
チ、  
間  
方  
標  
ヲ  
省  
ク  
ヲ  
以  
テ  
便  
ト  
為  
ス  
カ  
故  
ニ、  
其

術  
左  
ノ  
如  
シ、

術

$$2\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}=5$$

$$2x+2=5\sqrt{x}$$

$$2x-5\sqrt{x}=-2$$

$$16x-40\sqrt{x}+25=9$$

$$4\sqrt{x}-5=\pm 3$$

$$4\sqrt{x}=8$$

又

$$=2$$

$$\sqrt{x}=2$$

又

$$=\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x=4 \\ \text{又} \\ =\frac{1}{4} \end{array} \right\} \text{答}$$

二次狀方程式解題例

一第	$x^4 - 34x^2 = -225$
二第	$x^6 - 35x^3 + 216 = 0$
三第	$x^6 - 4x^3 - 621 = 0$
四第	$x^{10} + 31x^5 - 32 = 0$
五第	$x^3 - x^{\frac{3}{2}} = 56$

一十第	$(x+a)^{\frac{1}{2}} + 2b(x+a)^{\frac{1}{4}} = 3b^{\frac{1}{2}}$	六第	$x^{3n} - 2x^n = 8$
二十第	$x + \sqrt{5x+10} = 8$	七第	$20x^{\frac{2}{n}} - 31x^{\frac{1}{n}} = -12$
三十第	$9x + 4 + 2\sqrt{9x+4} = 15$	八第	$3\sqrt[3]{x^2} - 10\sqrt[3]{x} = -3$
四十第	$\sqrt{10+x} - \sqrt[4]{10+x} = 2$	九第	$x+5 - \sqrt{x+5} = 6$
五十第	$(x-5)^{\frac{3}{2}} - 3(x-5)^{\frac{3}{4}} = 40$	十第	$(x+12)^{\frac{1}{2}} + (x+12)^{\frac{1}{4}} = 6$

二次方程式雜題

第六 $\frac{x^2 - 10x^2 + 1}{x^2 - 6x + 9} = x - 3$	第一 $x^2 + 11x = 80$
第七 $a^2 - 2ax + x^2 = b$	第二 $3x - \frac{3x-3}{x-3} = \frac{3x-6}{2}$
第八 $x^2 - 2ax + b^2 = 0$	第三 $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$
第九 $mx^2 - 2mx\sqrt{n} = nx^2 - mn$	第四 $\frac{3}{2(x^2-1)} - \frac{1}{4(x+1)} = \frac{1}{8}$
第十 $\frac{4x^2}{49} + \frac{8x}{21} = \frac{20}{3}$	第五 $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x-2}{x+3} = \frac{2x+15}{x+19}$

一十第 $x^3 - 8x^2 + 19x - 12 = 0$	六十第 $2(1+x-x^2) - (1+x-x^2) + \frac{1}{9} = 0$
二十第 $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$	七十第 $x + 16 - 3\sqrt{x+16} = 10$
三十第 $x^4 - 8ax^3 + 8a^2x^2 + 32a^3x - 9a^4 = 0$	八十第 $81x^2 + 17 + \frac{1}{x^2} = 99$
四十第 $y^4 - 2cy^3 + (c^2 - 2)y^2 + 2cy = c^2$	九十第 $25x^2 + 6 + \frac{4}{9x^2} = \frac{955}{9}$
	十二第 $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$



代數卷之四

六廿第	一廿第
$(x+a)^5 - (x-a)^5 = 352a^5 \left\{ \frac{1}{1+x} \left( \frac{1}{1+x} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{2}{3}} - \frac{\sqrt{2x}}{12}$	
七廿第	二廿第
$ax + \frac{1}{ax-1} = \frac{b+c}{c}$	$\left( \frac{x+\sqrt{x^2-9}}{x-\sqrt{x^2-9}} \right) = x-2$
八廿第	三廿第
$\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$	$x^{\frac{6}{5}} + x^{\frac{3}{5}} = 756$
九廿第	四廿第
$\frac{2a}{x^2} + \frac{a^2-x^2}{ax} = \frac{x^2-a^2+16}{8a}$	$6x^{2n} - 13x^n = -6$
十三第	五廿第
$\frac{\sqrt{x+a} - \sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a} + \sqrt{x-a}} = \frac{x}{2a}$	$\sqrt{2+2x} + 2x = c(1-x)$

六十第	一十第
$x-1 = 2 + \frac{2}{\sqrt{x}}$	$\frac{x^2}{361} - \frac{12x}{19} = 32$
七十第	二十第
$\frac{2\sqrt{x}+2}{4+\sqrt{x}} = \frac{4-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$	$\frac{8}{(2x+4)^2} = 1 + \frac{16}{(2x+4)^4}$
八十第	三十第
$x\sqrt{3\sqrt{2}} - \frac{x^2}{2\sqrt{2}} = \frac{2+x^2}{\sqrt[4]{8}}$	$x^2+11+\sqrt{x^2+11} = 42$
九十第	四十第
$\sqrt{x} - \frac{1}{x} - \sqrt{1+\frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x}$	$x^2+2x+6\sqrt{x^2-2x+5} = 11$
十二第	五十第
$\frac{1}{1-\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{1+\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{3}}{x^2}$	$x^2 + \frac{17x^3}{2} = 34x + 16$

一 卅 第

$$\frac{a^2+x^2}{a+x} + \frac{a^2-x^2}{a-x} = 4a$$

二 卅 第

$$\frac{a+x+\sqrt{2ax+x^2}}{a+x} = b$$

三 卅 第

$$\left(\frac{2+x}{2-x}\right)^2 = 1 + \frac{cx}{2b}$$

未知二三數二次方程式

第二百九十七章 既ニ一元平方式ハ、概乎之ヲ  
論シタルヲ以テ、今將ニ一二ノ未知數二次以上  
ナル同數式ヲ論セントス、

第二百九十八章 凡ソ未知二數ハ、兩平方式ヲ  
解クハ、未知一數ハ、四次方程式ヲ解クニ同シ、  
今其理ヲ辨明センカ為ニ左ニ二式ヲ掲ク、

$$x^2+axy+by^2+cx+dy+e=0 \text{ (壹)}$$

$$x^2+axy+by^2+c'x+d'y+e'=0 \text{ (貳)}$$

是ニ於テ、 $a$   $b$   $c$  及ヒ  $a'$   $b'$   $c'$  ハ、正負  
整分、何ノ數タルヲ論セス、  
今此式ヲ  $x$  ニ從テ次序ヲ立テ、因子  
ヲ分合スルハ、則チ左ノ如シ、

$$x^2 + (ay + c)x + by^2 + dy + e = 0 \quad \text{--- (参)}$$

$$x^2 + (a'y + c)x + b'y^2 + d'y + e' = 0 \quad \text{--- (肆)}$$

参  
ヨリ  
肆  
ヲ  
減  
ス

$$[(a - a')y + c - c']x + (b - b')y^2 + (d - d')y + (e - e') = 0$$

轉移

$$[(a - a')y + c - c']x = (b' - b)y^2 + (d' - d)y + (e' - e)$$

$$x = \frac{(b' - b)y^2 + (d' - d)y + (e' - e)}{(a - a')y + (c - c')}$$

$x$ ノ數價ヲ以テ参或ハ肆式ニ代用スレハ、則チ  
 式中只 $y$ ノミヲ存ス可シ今其煩難ナルヲ厭ヒ  
 テ、實ニ之ヲ代用セスト雖、此式變シテ四次方  
 程式トナルハ論ヲ俟タス、其故何トナレハ、 $x$ ノ  
 數價ハ即チ左ノ如シ、

$$\frac{my^2 + ny + q}{ry + s}$$

是ニ於テ $y$ ハ二乗方ナルカ故ニ参或  
 ハ肆式ノ $x^2$ ハ必ス $y$ ノ四乗方トナル  
 ヲ以テナリ、

是故ニ二元二次方程式ハ、總テ平方式ノ法則ヲ  
 以テ之ヲ解クヲ能ハストス、

第二百九十九章 又時トシテ二次以上ノ一元アル同數式ニシテ結局平方式ノ術ヲ以テ之ヲ解ク可キ者アリ、其例多クハ左ノ三種ノ内ニ在リトス、

- 第一 一式ハ一次ニシテ又一式ハ平方ナル者、
  - 第二 兩式平方ト雖氏、而モ同種ナル者、
  - 第三 一式或ハ兩式比準スヘクシテ、兩元ノ其倍數及ヒ自來標同様ナル者、
- 左ニ三種ノ例題ヲ掲ケテ之ヲ辨解ス可シ、
- 第一種 一次式及ヒ二次式

此例題ヲ解クニハ、通常ノ省元法ヲ用フ可シ、

第一 兩式中 $x$ 、 $y$ ノ數價ヲ求ム

$$\begin{aligned} 5x^2 - 6xy &= 8 \\ 3x - 2y &= 6 \end{aligned}$$

術

$$\begin{aligned} 5x^2 - 6xy &= 8 \\ 3x - 2y &= 6 \end{aligned}$$

ス、ヲ變式

ス、ヲ變式

$$x = \frac{6 + 2y}{3}$$

$$\frac{5(6 + 2y)^2}{9} - \frac{6y(6 + 2y)}{3} = 8$$
$$18 + 120y + 20y^2 - 108y + 36y^2 = 72$$
$$16y^2 - 12y + \frac{9}{4} = \frac{441}{4}$$

$$6+9v=8v^2-4v$$

$$8v^2-13v=6$$

$$v=2$$

$$\text{又} \\ = -\frac{3}{8}$$

左 今  
式  $v=2$   
ヲ トスレハ、  
得、 貳式ニ由テ

$$x=vy$$

$$2v^2y^2-vy^2=6$$

即チ

$$y^2 = \frac{6}{2v^2-v} \quad \text{(壹)}$$

$$2y^2+3vy^2=8$$

即チ

$$y^2 = \frac{8}{2+3v} \quad \text{(貳)}$$

$$\frac{6}{2v^2-v} = \frac{8}{2+3v}$$

解  
左ノ如シ、  
 $x$ ヲ以テ  
 $vy$ ト為ス時ハ、問題ノ二式變シ

第二

$$2x^2-xy-6$$

$$2y^2+3xy=8$$

ノ  
 $x$   
 $y$ ヲ求ム、

同種ノ式ニ在テハ、補助數ヲ用テ省元ス可シ、  
第二種 同種式

$$4y - \frac{3}{2} = \pm \frac{21}{2}$$

$$4y=12 \\ \text{又} \\ = -9$$

$$y=3 \\ \text{又} \\ = -\frac{9}{4}$$

$$x=4 \\ \text{又} \\ = \frac{1}{2}$$

$$y = \pm 1 \quad \text{是ニ由テ}$$

$$x = \pm 2$$

$$\text{又} \quad v = -\frac{3}{8}$$

$$\text{テ次式ヲ得}$$

$$y = \pm \frac{8}{\sqrt{7}} \quad x = \mp \frac{3}{\sqrt{7}}$$

是例ニ由テ之ヲ觀レハ、他ノ同數式ノ例ニ於ケルカ如ク、式ニ適合ス可キ數價ヲ交換スレハ、標記ハ其順序ニ當ル者ヲ取ル可シ、詳ニ之ヲ解スレハ、複標ノ上標ヲ取ル時ハ、總テ上標ヲ取リ、其下標ヲ取ル時ハ、總テ下標ヲ取ル可シ、即チ左ハ如シ、

$y = +\frac{8}{\sqrt{7}}$	$y = -1$
ナレハ	ナレハ
$x = -\frac{3}{\sqrt{7}}$	$x = +2$
$y = -\frac{8}{\sqrt{7}}$	$y = -1$
ナレハ	ナレハ
$x = +\frac{3}{\sqrt{7}}$	$x = -2$

第三種 比率式

此種類ノ式ヲ解クニハ衆法ヲ用ヒ、或ハ二數ノ和差及ヒ積ノ關涉ニ從フヲ便トス、

第三

$$x+y=10$$

$$xy=21$$

ノ  $x$   $y$  ヲ求ム、

第四

$$x = 7$$

術

又

$$= 3$$

$$x + y = 10 \dots (壹)$$

$$y = 3$$

又

$$= 7$$

$$xy = 21 \dots (貳)$$

ス、自 壹  
架 ヲ

$$x^2 + 2xy + y^2 = 100$$

ス、ヲ 四 貳  
減 倍 ノ

$$x^2 - 2xy + y^2 = 16$$

方 平 開

$$x - y = \pm 4$$

壹

$$x + y = 10$$

$$x + \sqrt{xy} + y = 10$$

$$x^2 + xy + y^2 = 133$$

ノ

x

y

ヲ

求

ム、

術

$$x + y = s$$

$$\sqrt{xy} = p$$

次 = テ 此  
式 代 問 二  
ヲ 用 題 數  
得、 シ ノ ヲ  
テ 式 假

$$s + p = 19 \dots (壹)$$

$$s^2 - p^2 = 133 \dots (貳)$$

除 テ 壹  
ス、 貳 ヲ  
以

$$s - p = 7 \dots (參)$$

壹

由

ト

リ、參

ト

$$s = 13$$

$$p = 6$$

即

チ

$$x + y = 13$$

$$xy = 36$$

ヲ 以

用 下

ノ 前

可 例

シ、

術

$$x^2 + 2xy + y^2 = 169$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 25$$

$$x - y = \pm 5$$

$$x = 9$$

又

$$= 4$$

$$y = 4$$

又

$$= 9$$

第五

$P + Q = 6 \dots\dots (壹)$  術

$P^2 + Q^2 = 20 \dots\dots (貳)$   $x^{\frac{2}{3}} = P$   $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{1}{5}} = 6$

ス、自 壹  
乗ヲ

$y^{\frac{1}{5}} = Q$   $x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{2}{5}} = 20$

又

$P^2 + 2PQ + Q^2 = 36 \dots\dots (參)$   $x^{\frac{4}{3}} = P^2$

ス、ヲ リ 參  
減 貳 ヲ

$y^{\frac{2}{5}} = Q^2$

$2PQ = 16 \dots\dots (肆)$

ス、ヲ リ 貳  
減 肆 ヲ

$P^2 - 2PQ + Q^2 = 4$

此數ヲ問題ノ式ニ  
代用シテ左式ヲ得

開平方

$x^{\frac{2}{3}} = 4$   
又  
 $= 2$

$P - Q = \pm 2$

$x^2 = 64$   
又  
 $= 8$

壹

$P + Q = 6$

$x = \pm 8$   
又  
 $= \pm 2\sqrt{2}$

$P = 4$

又

$= 2$

$y^{\frac{1}{5}} = 2$   
又  
 $= 4$

$Q = 2$

又

$= 4$

$y = 32$

又  
 $= 1024$

此例ニ於テ補助數ヲ用フルハ、術中ニ分數自乗

標ヲ避クル所以ナリ、然リ而シテ、未タ必シモ補

助數ヲ要スルニアラス、但便宜ニ從テ之ヲ用フ

ルノミ、凡ソ補助數ハ、宜シク未知數中ノ自乗標



代  
用  
ス、  
壹  
貳  
兩  
式  
、  
伍  
ノ  
數  
價  
ヲ

$$P^2(P+Q)=208=13 \cdot 16 \quad (\text{壹})$$

$$Q^2(Q+P)=1053=13 \cdot 81 \quad (\text{貳})$$

除  
ス、  
テ  
貳  
ヲ  
壹  
ヲ  
以

$$P^3 + \frac{9P^3}{4} = 13 \cdot 16 \dots (\text{陸})$$

$$Q^3 + \frac{4Q^3}{9} = 13 \cdot 81 \dots (\text{柒})$$

由  
リ、  
陸  
ニ

$$P^3 = x^3 = 64$$

由  
リ、  
柒  
ニ

$$Q^3 = y^3 = 729$$

$$\frac{Q^2}{P^2} = \frac{81}{16} \dots (\text{參})$$

$$\frac{Q}{P} = \frac{9}{4} \dots (\text{肆})$$

即

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{9P}{4} \\ P &= \frac{4Q}{9} \end{aligned} \right\} \dots (\text{伍})$$

シ  
テ  
左  
式  
ヲ  
得、  
此  
數  
價  
ヲ  
問  
題  
ノ  
式  
ニ  
代  
用  
シ、  
且  
ツ  
因  
子  
ヲ  
分  
合

術

$$x^{\frac{2}{3}} = P$$

$$x^{\frac{4}{3}} = P^2$$

$$x^2 = P^3$$

$$y^{\frac{2}{3}} = Q$$

$$y^{\frac{4}{3}} = Q^2$$

$$y^2 = Q^3$$

第  
六

$$x^2 + x^{\frac{4}{3}} y^{\frac{2}{3}} = 208$$

$$y^2 + x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{4}{3}} = 1053$$

ノ  
x  
y  
ヲ  
求  
ム、

最  
低  
ナル  
者  
ニ  
之  
ヲ  
代  
用  
ス  
可  
シ、

第七

術

$x = \pm 8$

$y = \pm 27$

若シ肆式ノ後項ヲ負數トスレハ兩數次ノ如シ、

$x = \pm 8\sqrt{-\frac{13}{5}}$

$y = \pm 27\sqrt{-\frac{13}{5}}$

$x + y = 8 \dots (壹)$

$x^3 + y^3 = 152 \dots (貳)$

ノ  $x$   $y$  ヲ求ム、

$x + y = 8 \dots (壹)$

$x^3 + y^3 = 152 \dots (貳)$

ス、三 壹 乘 ヲ

$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 512 \dots (参)$

ス、ヲ リ 参 減 貳 ヲ

$3x^2y + 3xy^2 = 360 \dots (肆)$

$xy(x + y) = 120 \dots (伍)$

除 テ 壹  
ス、伍 ヲ  
ヲ 以

$xy = 15 \dots (陸)$

第三問題ノ如ク  
壹陸兩式ヲ合ス、

$x = 5$   
又  
 $= 3$

$y = 3$   
又  
 $= 5$

第三百章 二元以上ノ例題ヲ解クノ法ハ又更ニ説明ヲ須ヒスシテ自ラ明カナリ、只其式ヲ約シテ結局二次狀ト為ス可キノミ、其法ハ則チ前ノ例題ヲ適用ス可シ、故ニ學者宜シク上章三種ノ例題ニ熟練スルヲ務ムヘシ、蓋シ術ノ巧拙ハ理解ニ在ラスシテ、專ラ實用ニ熟達スルニ在リトス、

第三百。一章 左ニ掲クル所ノ例題ハ、幾何級  
數、及ヒ其他ノ問題ヲ解クノ補助タル可キ者ナ  
リ、

例題

$$x^5 + y^5$$

ノ  
數價ヲ顯ス可シ、

$$x + y = s$$

$$xy = p$$

アリ、  
ス  
 $p$   
ノ諸率ヲ以テ

$$x^2 + y^2$$

$$x^3 + y^3$$

$$x^4 + y^4$$

解

$$xy = p \dots\dots (貳) \quad x + y = s \dots\dots (壹)$$

ス、ヨ  
目壹  
米ヲ

$$x^2 + 2xy + y^2 = s^2$$

$$2xy = 2p$$

減)

$$x^2 + y^2 = s^2 - 2p \dots\dots (甲)$$

得所一第

果甲以壹  
ス、ニテヲ

$$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = s^3 - 2ps$$

$$xy(x + y) = sp$$

減)

$$x^3 + y^3 = s^3 - 3ps \dots\dots (乙)$$

得所二第

今之ヲ丙式ニ適用シテ次式ヲ得

$$s = 9$$

$$s^2 = 81$$

$$s^4 = 6561$$

此問題ニ於テハ $s$ 等ノ數價左ノ如シ

問

$$x + y = 9$$

$$x^4 + y^4 = 2417$$

ニ於テ $x, y$ ノ數價幾許ナルヤ

次ノ問題ハ上ノ法式ヲ實用スルノ法ヲ辨明スル者ナリ

復  
甲  
自  
乘

$$\begin{array}{r} x^4 + 2x^2y^2 + y^4 = s^4 - 4s^2p + 4p^2 \\ 2x^2y^2 = 2p^2 \end{array}$$

$$\text{減)} \quad x^4 + y^4 = s^4 - 4s^2p + 2p^2 \dots (\text{丙})$$

得所三第

乙  
以  
甲  
乘  
ス、ニテ

$$\begin{array}{r} x^5 + x^3y^2 + x^2y^3 + y^5 = s^5 - 5s^3p + 6sp^2 \\ x^2y^2(x + y) = sp^2 \end{array}$$

$$\text{減)} \quad x^5 + y^5 = s^5 - 5s^3p + 5sp^2 \dots (\text{丁})$$

得所四第

<p>五 第</p> $4x^2 + 3xy^2 = 43$ $3x^2 - y^2 = 3$	<p>一 第</p> $x - y = 15$ $x - 2y^2 = 0$	<p>左ノ二三同數式ニ於テ未知數價ヲ求ム</p> <p>未知二三數例題</p>
<p>六 第</p> $3x^2 + xy = 336$ $4x + y = 40$	<p>二 第</p> $xy + 2y^2 = 120$ $2x + y = 22$	
<p>七 第</p> $xy + y^2 = 126$ $5(x + y) = 7x$	<p>三 第</p> $x + y^2 = 25$ $4x = 9y$	
<p>八 第</p> $x^2 + 4y^2 = 181$ $5(x - y) = 4y$	<p>四 第</p> $5x^2 - y = 35$ $5x + y = 25$	

$x = 7$   
又  
 $= 2$   
  
 $y = 2$   
又  
 $= 7$

$6561 - 324p + 2p^2 = 2 \cdot 17$   
 $p^2 - 162p = -2072$   
 $p^2 - 162p + 6561 = 4489$   
 $p - 81 = \pm 67$   
 $xy - p = 148$   
又  
 $= 14$

ス  
✓  
ハ、  
則チ  
 $x + y = 9$   
ノ  
式ヲ

ト  
為ル  
可ク、  
若シ  
 $xy = 14$   
ト

$x$   
 $y$   
ノ  
數價ハ  
想  
數

是ニ於テ  
 $xy = 148$   
ト  
ス  
ハ、

一廿第 $(x^2+y^2) \times (x-y) = 13$ $xy(x-y) = 6$	七十第 $x^2+y^2 = 65$ $xy = 28$
二廿第 $x^3+y^3 = (x+y)xy$ $x+y = 4$	八十第 $x^2+y^2 = 89$ $xy = 3$
三廿第 $3x^2y^2 - 2xy = 1$ $x = 2y$	九十第 $x^3+y^3 = 4914$ $x+y = 18$
四廿第 $x^3+y^3 = 18xy$ $x+y = 12$	十二第 $x^3+y^3 = 189$ $x^2y+xy^2 = 180$

三十第 $x^2+xy = 12$ $xy - 2y^2 = 1$	九第 $x^2+xy = 12$ $y^2+xy = 24$
四十第 $x^2-xy+y^2 = 21$ $y^2-2xy+15 = 0$	十第 $x^2-2xy-y^2 = 1$ $x+y = 2$
五十第 $(x+y)^2 + 2(x+y) = 120$ $xy - y^2 = 8$	一十第 $x^2+xy = 56$ $xy + 2y^2 = 60$
六十第 $6x^2 + 2y^2 = 5xy + 12$ $3y^2 - 3x - 2xy = 3$	二十第 $3x^2+xy = 68$ $4y^2+3xy = 160$

代數卷之四

九廿第 $x^2 - y^2 - (x+y) = 8$ $(x+y)(x-y)^2 = 32$	五廿第 $x^4 + y^4 = 2402$ $x + y = 8$
十三第 $x^2 + y^2 = a$ $xy = b$	六廿第 $x^2y + xy = 12$ $x^3y + y = 18$
一卅第 $x^2 + y^2 = 2a$ $xy = 2b$	七廿第 $x^3 + y^3 = 2xy(x+y)$ $xy = 16$
二卅第 $y\sqrt{x} + \sqrt{y} = 21$ $xy^2 + y = 333$	八廿第 $x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}} = a$ $y^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}} = b$

七卅第 $x^{\frac{5}{2}} + y^{\frac{5}{2}} = 3x$ $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = x$	三卅第 $x + \sqrt{xy} = a$ $y + \sqrt{xy} = b$
八卅第 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} + 2y^{\frac{1}{3}} = 23$ $x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} = 6$	四卅第 $x + y = 35$ $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = 5$
九卅第 $x^{\frac{4}{5}} + y^{\frac{2}{5}} + x^{\frac{2}{5}} + y^{\frac{1}{5}} = 26$ $x^{\frac{2}{5}}y^{\frac{1}{5}} = 8$	五卅第 $x + y = 10$ $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}$
十四第 $\frac{x}{y} + \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \frac{33}{4}$ $x - y = 5$	六卅第 $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = 4(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})$ $x - y = 16$

代數卷之四

平方論

第三百。二章 以上既ニ平方式ヲ解クノ術ヲ  
 説キ了リタルヲ以テ、此以下更ニ平方普通ノ原  
 理ヲ論辨ス可シ、

第三百。三章 設如ハ、左ノ如キ通式アリ、

$$x^2 + 2ax = b \quad (\text{甲})$$

此式ヲ解テ其方根ヲ  
 得ト爲シ、又一方根ヲ  
 得ト爲ス時ハ、兩方根  
 ノ價格次ノ如シ、

$$r = -a + \sqrt{a^2 + b} \quad (\text{壹})$$

$$r = -a - \sqrt{a^2 + b} \quad (\text{貳})$$

此二式  
 ヲ加ヘ、  
 或ハ之  
 ヲ相乘

第十四第

$$x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}} = 2y^2$$

$$8x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{2}} = 14$$

二十四第

$$x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{3}{4}} y^{\frac{2}{7}} + y^{\frac{3}{2}} = 1009$$

$$x^3 + x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{3}{2}} + y^3 = 582193$$

三十四第

$$y^2 - 8x^{\frac{1}{2}} y = 64$$

$$y - 2x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} = 4$$

四十四第

$$x^2 y + x y^2 = 30$$

$$\frac{x}{y} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

五十四第

$$x^2 + y^2 = 8$$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{2}$$

六十四第

$$x^5 - y^5 = 3093$$

$$x - y = 3$$

七十四第

$$x^2 + xy + y^2 = 7$$

$$x^4 + x^2 y^2 + y^4 = 133$$

八十四第

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 9$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$$

$$8x + 3y = 5$$



スレハ

則チ次

ノ如シ

$r+r'=-2a$  (参)

$rr'=-b$  (肆)

即チ左ノ如シ

第一 兩方根ハ和ハ $x$ ノ倍數ノ標記ヲ變シタル

ル者ニ同シ

第二 兩方根ハ積ハ自由率ノ標記ヲ變シタル

者ニ同シ

第三百〇四章 上章ノ參肆兩式ニ由テ左式ヲ

得

$2a=-(r+r')$

$b=-rr'$

此數價ヲ甲ヨ  
リ減シテ自由  
率ノ移轉ス

$x^2-(r+r')x+rr'=0$

因子  
ヲ分  
割ス

$(x-r)(x-r')=0$

是故ニ平方式ノ諸率ヲ悉ク前項ニ移シハ其所

得ハ雙率ノ兩因子ト成ル可ク而シテ其雙率ハ

方根ノ標記ヲ反シテ未知數ニ附スル者ナリ

第三百〇五章 凡ソ平方式トハ文字若シクハ

數量ノ初來及ヒ二來ヲ併有スル者ナリ

上章ニ説ク所ノ理ニ由テ、平方式ハ解テ原初因子ト為スヲ得ヘシ、

第一 比如ハノ原初因子ヲ解ク可シ、

術

$$x^2 + 12x - 45 = 0$$

此式ニ由テ容易ニ次ノ方根ヲ得ヘシ、

$$x = 3$$

$$x = -5$$

由是

$$x^2 + 12x - 45 = (x-3)(x+5)$$

第二ノ原初因子ヲ求ム、

$$5x^2 - 8x + 3$$

先ツ因子ヲ分テ次式ヲ得、

$$x^2 - \frac{8x}{5} + \frac{3}{5}$$

$$x^2 - \frac{8x}{5} + \frac{16}{25} = \frac{1}{25}$$

$$x - \frac{4}{5} = \pm \frac{1}{5}$$

$$x = 1$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$5\left(x^2 - \frac{8x}{5} + \frac{3}{5}\right)$$

今又上例ノ如ク、此括弧内ノ因子ヲ分割ス、

是ニ由テ問題ノ數量ヲ分割スレハ其因子下ノ如シ、

$$5x^2 - 8x + 3 = 5(x-1)\left(x - \frac{3}{5}\right)$$

答

設問

左ノ諸數ヲ解テ其原初因子ヲ求ム可シ、

第一	$x^2 + 2x - 120$
第二	$x^2 - 9x + 14$
第三	$x^2 + 8x + 15$
第四	$x^2 - 35x + 360$
第五	$x^2 - \frac{x}{4} - \frac{3}{8}$
第六	$15x^2 + 19x + 6$
第七	$cx^2 - 2ax + c^3x - 2ac^2$

第三百。六章 又同一理ニ由テ、豫メ方根ヲ定メテ、之ヲ得ヘキ平方式ヲ作ルヲ得ヘシ、其術

ハ則チ問ニ基ツキ、求ムル所ノ式中ニ含有スヘキ兩雙率ヲ相乘スルニ在リ、  
比如ハ方根  $\frac{1}{3}$  及ヒ  $\frac{1}{2}$  ヲ得ヘキ式ヲ求ム、

術

$$\left. \begin{array}{l} x - \frac{1}{3} \\ x + \frac{1}{2} \end{array} \right\} \text{因子}$$

$$\text{乘)} \quad x^2 + \frac{x}{6} - \frac{1}{6} = 0$$

即チ

$$6x^2 + x - 1 = 0$$

答

設問

左ノ各兩方根ヲ得ヘキ式ヲ問フ、

第一第	6
第二第	-15
第三第	16
第四第	-1
第五第	$\frac{2}{3}$
第六第	$-\frac{1}{6}$
第七第	$\frac{1}{2}$
第八第	$\frac{1}{4}$
	2a
	-c

四式考

第三百〇七章

平方通式

$x^2 + 2ax = b$

= 於テ、xノ倍數、及

ト自由率ニ各正負ノ差異アリ、今其正負標記ノ相同シカラサルヲ示サント欲ヒハ當ニ左ノ四

式ヲ取ル可シ、

$x^2 + 2ax = +b \dots (壹)$

$x^2 - 2ax = +b \dots (貳)$

$x^2 + 2ax = -b \dots (参)$

$x^2 - 2ax = -b \dots (肆)$

此所  
得次  
ノ如  
シ

$x = -a \pm \sqrt{a^2 + b} \dots (壹)$

$x = +a \pm \sqrt{a^2 + b} \dots (貳)$

$x = -a \pm \sqrt{a^2 - b} \dots (参)$

$x = +a \pm \sqrt{a^2 - b} \dots (肆)$

今此方根タルヤ、或ハ眞數ト為リ、或ハ想像數ト為リ、又或ハ正負ノ相同シカラサルアリ、又或ハ兩方根ノ等不等アル者ハ、抑モ何ニ因ルカ、將ニ之ヲ次章ニ説カントス、

第三百。八章 眞數、及ヒ想像數、

第一式及ヒ第二式ニ於テハ、開方標下ノ數量  $a^2+b$

ハ正數ナルカ故ニ、其方根數ハ眞數ナリ、然リト

雖氏、第三及ヒ第四式ニ於テハ、開方標下ノ數量

$a^2-b$  ハ  $a^2$  ト  $b$  トノ大小ニ由テ正負ノ別ヲ生ス、 $b$

若シ實數ニ於テ  $a^2$  ヨリモ大ナル時ハ、負數ナル

可シ、然レハ則チ、其方根數ハ想像數ナリ、是ニ由

テ左則ヲ得、

第一 第一及ヒ第二式ニ於テハ、各兩方根數常、

眞數ナリ、

第二 第三及ヒ第四式ニ於テハ、自由率ハ實數、

若シ  $x$  ハ倍數ハ半ノ平方ヨリモ大ナル時ハ、各

兩方根想像數ナリ、否サレハ、則チ眞數ナリ、

第三百。九章 正數、及ヒ負數、

$$a^2+b > a^2$$

$$a^2-b < a^2$$

故ニ

$$\sqrt{a^2+b} > a$$

$$\sqrt{a^2-b} < a$$

是ニ由テ之ヲ觀レハ、第一及ヒ第二式ニ於テ、方  
根ノ標記ハ、方根數ノ標記ニ符合ス、然リ而シテ  
第三第四式ニ於テ、方根ノ標記ハ開方適合部ノ

標記ニ符合ス、因テ左則ヲ得、

第一 第一、第二式ニ於テハ各一方根正數ニシ、

テ又一方根負數ナリ、

第二 第三式ニ於テハ兩方根負數ニシテ第四

式ニ於テハ兩方根正數ナリ、

第三百十章 等方根、及ヒ不等方根、

第一第二式ニ於テハ兩方根常ニ不等ナルハ固

ヨリナリ、蓋シ此兩式ニ於テハ一方根ハ適合部

及ヒ方根數ノ和ニシテ、又一方根ハ兩部ノ差ヲ

ルカ故ナリ、

第三第四式ニ於テモ亦同上ナルコアリ、但シ

ナル時ハ兩方根相同シク而シテ第三式ニ於テ  $a^2=b$

ハ、則チ左ノ如シ、

$$\begin{aligned}x &= -a \pm 0 \\ &= -a \quad \text{又} \\ &= -a\end{aligned}$$

又第四式ニ於テハ則チ左ノ如シ、

$$\begin{aligned}x &= +a \pm 0 \\ &= +a \quad \text{又} \\ &= +a\end{aligned}$$

是ニ由テ左則ヲ得、

第一 第一第二式ニ於テハ兩方根皆常ニ不等ナリ、

第二 第三第四式ニ於テハ自由率實ニ $x$ ノ倍數ノ半ノ平方ニ同シキ時ハ兩方根相等シク若シ否サレハ則チ不等ナリ、

第一及ヒ第三式ニ於テ負數方根ハ適合部及ヒ方根數部ノ和ヲ以テ成リ、第二及ヒ第四式ニ於テ正數方根ハ兩部ノ和ヲ以テ成ル者トス、故ニ等方根ヲ除クノ外、左ノ如シ、

第三 第一及ヒ第三式ニ在テハ負數方根ハ實數ニ於テ正數方根ヨリモ大ナリ、

第四 第二及ヒ第四式ニ在テハ正數方根ハ實數ニ於テ負數方根ヨリモ大ナリ、

右平方式ノ方根ニ就テ擬定スル所ノ規則ハ、論理上及ヒ實用上ニ於テ頗ル緊要ノ者トス、

例題考

第三百十一章 平方式ノ例題ヲ解クニ方テ、詳ニ其式ヲ察スレハ、或ハ兩方根共ニ例題ノ要件

ニ適合スル者アリ、或ハ單ニ一方根ニノミ適合  
 スル者アリ、頗ル異同アルニ似タリ、然リ而シテ  
 此異同ヲ生スル所以ノ者ハ他ナシ、是レ代數學  
 語ハ之ヲ通常ノ言語ニ比スレハ其意較廣キヲ  
 ハテナリ、蓋シ一例題ノ要件ヲ示ス所ノ式ニシ  
 テ、又他ノ同一理ノ例題ニ適スルモ亦此理ニ由  
 テ然ルナリ、設如ハ左ノ如シ、

第一 或人馬ヲ買フ、其價ヲ知ラス、今之ヲ金ニ  
 十四圓ニ賣レハ、其損失ノ割合ハ馬ノ價ヲ百分  
 スル者ニ同シト云フ、因テ馬ノ價ヲ問フ、

αヲ馬ノ價ト為シ、之ヲ金ニ十四圓ニ賣レハ、  
 其損失ハ  $\alpha \times \frac{\alpha}{100}$  即チ  $\frac{\alpha^2}{100}$  ナリ、是ニ由テ次式ヲ  
 作ル、

$$\alpha - \frac{\alpha^2}{100} = 24$$

$$\alpha^2 - 100\alpha = -2400$$

$$\alpha^2 - 100\alpha + 2500 = 100$$

$$\alpha - 50 = \pm 10$$

$$\alpha = 60$$

又

$$\alpha = 40$$

是ニ於テ、αノ兩價共ニ式ノ要件ニ合スル



左ノ如シ、

$$60 \times 60 = 36$$

$$60 - 36 = 24$$

又

$$40 \times 40 = 16$$

$$40 - 16 = 24$$

第二 或人、金二百四十圓ヲ以テ羊ヲ買フ、而シテ其數ヲ知ラス、若シ此價ヲ以テ今八頭多カラシノハ、羊毎頭ノ價金一圓ヲ減ス可シト云フ因テ羊ノ數ヲ問フ、

ハ  $x$  ヲ以テ買フ所ノ羊ノ數ト為セハ、一頭ノ價ハ  $\frac{240}{x}$  ナリ、今八頭多カラシメハ、一頭ノ價ハ

$$\frac{240}{x+8}$$

トナル可シ、因テ左式ヲ作ル、

$$\frac{240}{x} - 1 = \frac{240}{x+8}$$

約之  
ス

$$x^2 + 8x = 1920$$

$$x^2 + 8x + 16 = 1936$$

$$x + 4 = \pm 44$$

$$x = 40$$

又

$$= -48$$

是ニ於テ  $x$  ノ第一價ハ式ノ要件ニ適ス可シト雖、負數ノ所得ハ之ヲ例題ニ合スレハ、實ニ多ハ當ニ少ニ作ルヘク、減ハ當ニ増ニ作

ルヘシ、否サレハ則チ要件ニ適セサル者トス、

想像方根辨

第三百十二章 平方式ノ自由率、若シ負數ニシテ、其實數ハ未知數ニ乘方ノ倍數ノ半ノ平方ヨリモ大ナル時ハ、其式ノ方根ハ想像ナリ、想像方根ハ常ニ式ニ合ス可シト雖、而モ例題ノ要件ヲ式中ニ顯スニ至テハ、想像方根何者タルヲ辨知セサル可カラス、

第一 設如ハ數二十アリ、之ヲ兩分シテ二數ト

為シ、兩數ノ積ヲ一百四十タラシメント欲ス、二數各幾許ナルヤ

$x$  ヲ一數ト為シ、  
 $20-x$  ヲ又一數ト為シ、問題ニ由テ次式ヲ作ル、

$$x(20-x)=140$$

$$x^2-20x=-140$$

$$x^2-20x+100=-40$$

$$x-10=\pm\sqrt{-40}$$

$$x=10\pm\sqrt{-40}$$

此所得ハ即チ想像方根ナリ、何ヲ以テカ之ヲ辨

ス、曰ク問題ヲ以テ之ヲ觀レハ、二十ヲ兩分シテ

之ヲ相乘シタル積ノ最大ナルヘキ者ハ、

$$10 \times 10 = 100$$

ニシ

テ二十ノ兩半ノ積ナリ、故ヲ以テ此例題ノ成立  
ツ可カラサルヲ知ル可シ、

第二 農夫アリ、長方形ノ田地五十町ノ周界ニ  
長總計二十四町ノ垣ヲ建テ之ヲ圍ムト云フ、此  
田地ノ長闊各幾許ナルヤ

$x$ ヲ以テ長ト為シ、 $y$ ヲ以テ闊ト為ス、

$$x + y = 12$$

$$xy = 50$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 144$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = -56$$

$$x - y = \pm 2\sqrt{-14}$$

$$x = 6 \pm \sqrt{-14}$$

$$y = 6 \mp \sqrt{-14}$$

是レ亦想像方根ノ所得ナリ、而シテ此例題ハ畢  
竟成立ツ可カラサル者ナリ、何トナレハ、凡ソ平  
積ノ周界ハ正方形ヲ以テ最短ト為ス、今此田ハ  
長方形ナリト云フ、其周界ハ必ス正方形ヨリモ  
長カラン而シテ五十町ノ平方根ハ七町余ニシ

テ周界總計ハ既ニ二十八町ニ過キタリ、正  
方形ニテ、且ツ斯ノ如シ、況ヤ二十四町ノ垣ヲ以テ、長  
形五十町ノ田地ヲ圍ムト云フニ至テハ、其為ス  
可カラサルヤ論ヲ俟タス、是ヲ以テ吾輩斷シテ  
曰ハシ、想像方根ハ式、中ノ要件成立ツ可カラサ  
ルヲ示ス者ナリト、

光明例題

第三百十三章 代數式ヲ辨知スルノ規則ヲ愈  
倍詳明センカ為ニ、尚左ニ普通ノ例題ヲ掲ク、

例題 A、B兩光ノ中間ヲ連續スル所ノ一線ニ

テ、兩光ノ照明相同シキ所ノ一點ヲ求ム、但シ光  
明ノ勢力ハ距離若干ノ自果ヲ以テ、距離一箇ノ  
勢力ヲ除スル者ニ同シトス、

○<sup>1</sup> A<sup>2</sup> C<sup>3</sup> B<sup>4</sup> ○<sup>5</sup>  
○ヲ以テ、距離一箇ニ於テ、A光ノ勢力ト  
為シ、bヲ以テ、距離一箇ニ於テ、B光ノ勢  
力ト為ス、  
○ヲ以テ、兩光間ノ距離ABト為シ、Aヲ距  
離ノ本元ト為シ、此ヨリ右ニ數フル者ハ、  
總テ正數ト為ス、

Cヲ以テ、光力同等ノ一點ト為シ、 $x$ ヲ以テ、A  
 ヨリ此點ニ至ルノ距離ト為シ、 $c-x$ ヲ以テ、B  
 リ同點ニ至ルノ距離ト為ス、即チ左ノ如シ、

$$AC = x$$

$$BC = c - x$$

然リ而レテ、例題ノ要件ニ從ヒ、A光ノ勢力ハ、  
 距離 $x$ ニ於テ $\frac{a}{x^2}$ ナリ、又B光ノ勢力ハ、距離  
 $c-x$ ニ於テ $\frac{b}{(c-x)^2}$ ナリトス、而シテCハ光力同等  
 一點ヲ示ス者ナルカ故ニ、是ニ於テ兩光ノ

勢力相同シ、因テ左式ヲ作ル、

$$\frac{a}{x^2} = \frac{b}{(c-x)^2} \quad (元)$$

即チ

$$\frac{(c-x)^2}{x^2} = \frac{b}{a}$$

又

$$\frac{c-x}{x} = \frac{\pm\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$$

此式ヲ解テ $x$ ノ  
 數價ヲ得ルヲ左  
 ノ如ク、

$$x = \frac{c\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad (壹)$$

$$x = \frac{c\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \quad (貳)$$

是ニ於テ $x$ ノ兩價共ニ眞數ニ  
 シテ不等ナリ、因テ其法ヲ決定  
 スルヲ左ノ如シ、

兩光同等ナル處ハ AB 線中若シクハ其長延線ニ  
於テ二點アリトス、

此決定ハ代数ノ例題ヲ解テ其式ノ要件ニ適合  
セシメレト欲セハ必ス之ヲ確信セサル可カラ  
ス、蓋シ兩光本來ノ強弱如何ヲ問ハス、兩光同等  
トナル所ノ一點ハ、必ス其中間ニ在リ、元來兩光  
ノ勢力相同シカラサレハ、必ス又他ニ一點アリ、  
弱光ノ方ニ延フル所ノ線ニ在リテ、亦兩光同等  
トナラサルヲ得ス、

今  $x$  ノ數價ヲ考定スルニ方テ、豫定ノ法方數條

アリ、即チ左ノ如シ、

### 第一豫定

$$a > b$$

此ニ於テ  $x$  ノ兩價ハ、共ニ正數ナルカ故ニ、兩光  
同等ノ二點皆 A ノ右ニ在リ、

$x$  ノ第一價ハ C ヨリモ小ナリ、是レ  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$  ハ真ノ

分數ナルヲ以テ、必ス一箇ヨリモ小ナルカ故ナ  
リ、又  $x$  ノ此價ハ C ノ半ヨリモ大ナリ、其故ハ則  
チ左ノ如シ、

$$\sqrt{a} = \sqrt{b} \dots\dots (一)$$

以ル  $a > b$   
テ、ヲナ

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} < 2\sqrt{a} \dots\dots (二)$$

除ス、  
テ壹ヲ  
以

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} > \frac{1}{2}$$

故  
=

$$\frac{c\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} > \frac{c}{2}$$

是故ニ兩光明同等トナルノ第一點ハ、AトBト  
ノ間ニ、Cニ在リテ、AヨリモBニ近シ、

Xノ第二價ハCヨリモ大ナリ、是レ  
 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ ハ真ノ

分數ニア、ラサルヲ以テ、一箇ヨリモ大ナルカ故

ナリ、是ヲ以テ第二點ハBノ外ニ出タル長延線  
ニ於テCニ在リ、

右此二點ノ所在ハ其實ヲ失ハサルヤ明ケシ、何  
トナレハ、初メ豫定スル所ニ於テ、 $a$ ハ $b$ ヨリモ  
大ナリトスレハ、B光ノ弱キハ自ラ其内ニ在リ、  
是レ兩點共ニAヨリモBニ近キ所以ナリ、

第二豫定  
 $a < b$

Xノ第一價ハ正數ニシテ、Cノ半ヨリモ大ナリ、  
其故左ノ如シ、

$$\sqrt{a} = \sqrt{a} \dots (壹)$$

ヲ  $a < b$   
以 ナ  
テ ル

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} > 2\sqrt{a} \dots (貳)$$

除 テ 貳  
ス、 壹 ヲ  
以

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} < \frac{1}{2}$$

故  
ニ

$$\frac{c\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} < \frac{c}{2}$$

是ヲ以テ兩光明同等ノ第一點ハ、AトBトノ間  
ニ在リテ、A光弱キカ故ニ、BヨリモAニ近シ、  
xノ第二價ハ負數ナリ、是レ分母  
 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$   
ノ負數ナル  
カ故ナリ、

此例題ノ本意ニ於テ、Aヨリ右ニ向フ所ノ距離  
ヲ以テ正數ト為ス、故ニ上(第一百八十一章)ニ既  
ニ示ス所ノ負數所得ヲ辨明スルノ規則ニ從ヒ、  
爰ニ負數ヲ得レハ、Aヨリ左ニ向テ距離ヲ數フ  
可シト考ヘサル可カラス、是ヲ以テ第二點ハA  
ノ左ニ於テCニ在リトス、蓋シ此豫定ニ於テハ、  
A光弱キニ因テ然ルナリ、

第三豫定

$$a = b$$

此豫定ニ於テ、xノ第一價ハ正數ニシテ、 $\frac{c}{2}$ ニ



同シ、故ニ兩光明同等ト為ル所ノ一點ハ、AトBトノ間ニ於テ其中央ニ在リ、

Xノ第二價ハ  $\frac{cva}{0} = \infty$  ナリ、此商ヲ得ル者ハ、兩光明

同等ノ點ハAB線中、或ハ其長延線ニ於テ第一點ノ他ニ嘗テ之レアラサルナリ、故ニAヨリノ距離ヲ極定ス可カラサル者トス、

此治定モ亦其實ヲ失サルヤ明ケシ、何トナレハ、此豫定ニ於テハ、兩光ノ勢力本來相同シキカ故ニ、兩光明同等ナルハ、必ス兩光ヨリ相距ルヲ互

等シキ處ハ、只兩光中央ノ一點ニ在ルノミ、

然ルト雖モ、若シa、bヲ以テ一定ノ數量ニアラ

スト為シ、初ノ不等ニシテ、後漸次ニ等ニ近ツク

者ト假定スレハ、則チXノ第二價ハ、漸々大ニシ

テ終ニ無究ニ至ル者ト為ル可シ、然レハ則チ、兩

光明同等トナルノ第二點ハ、Aヲ距ルヲ次第ニ

遠ク、遂ニ遙遠無究ニ至ル可シ、其方向ハaノb

ヨリモ大、或ハ小ナルニ從ヒ、右或ハ左ニ距ル可

シ、

是ニ由テ之ヲ觀レハ、 $a=b$ ノ豫定ニ於テモ、亦兩光

明同等ト為ル所ノ點ハ、二處ニ在リト云フヲ得ヘシ、但シ其一點ハAヲ距ルヲ無究ナリトス可シ、

第四豫定

$$a=b$$

$$c=0$$

xノ第一價ハ  $\frac{0}{2\sqrt{a}}=0$  ナルヲ以テ、第一點ハ即チA

ノ處ニ在リ、

xノ第二價ハ  $\frac{0}{0}$  即チ不定ノ標ナリ(第一百八十章第四條)此所得ハ即チ兩光明同等ト為ル

所ノ點々無數ナルヲ示ス者ナリ、

此説明モ亦其實ヲ失ハサルヤ明ケシ、何トナレハ、此豫定ニ在テハ、兩光從來相等シクシテ、共ニAノ一處ニ在リ、故ニ兩光明至ル所ノ各處、皆相同シキナリ、

第五豫定

$$c=0$$

$$a>b \text{ 或ハ } a<b$$

是ニ於テxノ兩價ハ、共ニ0ト為ル可シ、然レハ則チ通常零字ヲ辨明スルノ規則ニ從ヒ、兩光明同等ト為ルノ二點ハ、共ニAノ一處ニ集マル者

ト為ス可シ、然リト雖氏、此治定ハ莫ニ其實ヲ得  
 タリト為ス可カラス、元來勢力不同ノ兩光同處  
 ニ在テハ、未タ嘗テ兩光明同等ナル處ナシ、兩光  
 ノ所在ニ於テ既ニ相同シカラス、況ヤ他處ニ於  
 テオヤ、

初メ此例題ノ要件ヲ示ス所ノ根本タル、元式ニ

反テ  $c=0$  為ス時ハ、其所得ハ則チ  $\frac{a}{x^2} = \frac{b}{x^2}$  ナリ、若シ

$a \neq b$  不等  $a > b$   $a < b$  ナレハ、 $x$ ニ何等ノ數價ヲ附スル

モ、一トシテ此式ニ合ス可キ者ナシ、何トナレハ、  
 $x$ ヲ何ノ數ト為スル、毎ニ不等ノ分數ヲ得レハ  
 ナリ、今若シ  $x=0$  ト為スル亦不等ノ不定數ヲ得ヘ  
 シ、

是故ニ  $a \neq b$  ヲ不等ト為シ、 $c$ ヲ零ト為ス時ハ、共  
 ニ例題ノ式ニ合セスシテ、成立シ可カラサルノ  
 豫定ト決ス可シ、

是ニ由テ之ヲ觀レハ、零ヲ以テ答ト為ス者ハ其  
 例題或ハ成立ツ可キ者アリ、或ハ成立ツ可カラ  
 サル者アリトス、故ニ若シ例題ヲ解テ此符號ヲ

得レハ、之ヲ辨明スルニ方テ、必スシモ其例題ヲ  
成立ツ可キ者ト固信ス可カラス、必ス先ツ例題  
ヲ熟考シ、或ハ零ヲ元式ニ代用シテ、其要件ニ合  
スルヤ否ヤヲ察ス可シ、

二次方程式發生例題

第三百十四章 左ニ掲クル所ハ例題ハ、單一ノ  
未知數ニシテ之ヲ解ク可キ者アリ、或ハ未知二  
數ヲ必用トスル者アリ、又一字或ハ二字ヲ用テ  
之ヲ解クヲ便利トスル者アリ、然リト雖モ、毎例

解題ノ法ノ如キハ、一々之ヲ示サスシテ、學者ノ  
見識ト巧拙トニ任ス、其法固ヨリ簡易ヲ貴フ可  
シ、

第一 數十四アリ、之ヲ分テ大小二數ト為シ其  
小ヲ以テ大ヲ除スルノ商九倍ヲシテ、其大ヲ以  
テ小ヲ除スル商十六倍ニ同シカラシメント欲  
ス、問フ大小兩數各幾許ナルヤ、

第二 一社ノ人員、客舎ニ會食ス、初メ此酒饌料  
トシテ社員各金三圓五十錢ヲ出サント約シタ  
リ、然シテ未タ會計ノ時ニ至ラスシテ、社中二人

先ツ去レリ、因テ其餘ノ人員ハ、總人員會計ノ約  
ヨリテ、金二十錢ノ餘分ヲ出シタリト云フ、會食  
ノ杜員幾人ナリシヤ、

第三 某數アリ、之ヲ二十ニヨリ減シテ、其殘ニ  
該數ヲ乘スレハ、其積一百十七トナルト云フ、此  
數幾許ナルヤ、

第四 數十ハアリ、之ヲ大小兩分ト爲シ、各之ヲ  
自乘スレハ、二十五ト十六トノ比準ナリト云フ、  
兩數各幾許ナルヤ、

第五 二數アリ、其差ハ四ニシテ、其和ニ兩數自

乘ノ差ヲ乘スレハ、一十六百トナルト云フ、二數  
各幾許ナルヤ、

第六 多寡二數アリ、其差ト寡數トノ比準ハ、四  
ト三トノ如ク、其積ニ寡數ヲ乘スレハ、五百〇四  
ニ同シト云フ、兩數各幾許ナルヤ、

第七 或人畑地ヲ買フ、其長ト闊トノ比準ハ八  
ト五トノ如ク、一「アックル」ノ價金圓ハ長ノ「ロツト」ノ  
數ノ如ク、總計ノ價金圓ハ周界邊線總計ノ「ロツト」  
ノ數ノ十三倍ノ如シト云フ、畑地ノ長闊各幾許  
ナルヤ、

第八 枯草一積アリ、其長ト闊トハ五ト四トノ如ク、其高ト闊トハ七ト八トノ如ク、價錢總計ハ底面積平方尺ノ二百二十四倍ナリト云フ、因テ此枯草一積ノ長闊高ヲ求ム、  
第九 一數アリ、之ニセヲ加ヘテ、其和ノ平方根ヲ開キ、之ニ十六ヲ加ヘテ、復タ其和ノ平方根ヲ開ケハ、兩方根ノ和ハ九ナリト云フ、此數幾許ナルヤ、

原註ニ曰ク、 $x^2 - 7$ ヲ本數ト為ス可シ、

第十 甲乙兩人共ニ鶏卵一百顆ヲ市ニ鬻キ、兩

人所得ノ價相同シ、而シテ甲若シ乙ト同顆ヲ鬻ケハ價十八ペンスヲ得ヘク、乙若シ甲ト同顆ヲ鬻ケハ價八ペンスヲ得ヘシト云フ、因テ兩人各鬻ク所ノ顆數ヲ問フ、

第十一 二數アリ、其和六ニシテ、其立方ノ和ハ七十二ナリト云フ、二數各幾許ナルヤ、

第十二 或人若干時間ニシテ、三十六里ノ旅路ヲ行ケリ、若シ每一時間ニ行ク $\frac{1}{2}$ 、今一里多ケレハ、此旅路ヲ行クノ時間、三時ヲ減スヘシト云フ、此人實ニ每一時間幾里ヲ行キシヤ

第十三 二數アリ、其和ハ一百ニシテ、其平方根ノ差ハ二ナリト云フ、兩數各幾許ナルヤ、

第十四 或人金六百七十五圓ヲ以テ羅紗ヲ買ヒ、此羅紗每一反價金四十八圓宛ニテ之ヲ賣リ、羅紗一反ノ原價ヲ儲ケタリト云ノ、因テ問フ羅紗幾反ナリシヤ、

第十五 商人アリ、羅紗一反ヲ價金三十九圓ニ賣レリ、其利得ノ割合ハ百分ノ原價ノ如シト云フ、因テ其原價ヲ問フ、

第十六 商人アリ、一行李ノ物價ヲ買ヒ、其代價

ノ外ニ車賃金四圓ヲ出シ、此物貨ヲ價金三百九十圓ニ賣テ、其利得ノ割合ハ百分ニ付、原價及ヒ車賃ヲ合計シタル者ノ十二分一ニ當ルト云フ、因テ其原價ヲ問フ、

第十七 二府相距ル一三百九十六里、甲乙二人同時ニ各一府ヨリ發途シテ、互ニ相向テ行キ、若干日ヲ經テ兩人相會ス、時ニ兩人各指ヲ屈シテ、發途以來ノ日數ヲ算スレハ、各日々ニ行ク所ノ里數ニ同シ、而シテ甲ハ既ニ二百十六里ヲ旅行シタルヲ知レリト云フ、兩人各日々ニ幾里ヲ行

キシヤ、

第十八 數六十アリ、之ヲ分テニト為シ、二數ノ積ヲ七百。四ト為ス可シ、

第十九 釀造家アリ、セリ<sup>ガク</sup>七打<sup>カ</sup>カラ<sup>レ</sup>ト十二打ヲ合セテ之ヲ賣リ、價金五十磅ヲ得タリ、而シテ二酒ノ價ヲ顧レハ、價金十磅ノセリ<sup>ハ</sup>價金六磅ノカラ<sup>レ</sup>トヨリモ三打多シト云フ、兩酒各一打ノ價ヲ問フ、

第二十 甲一人、丙地ヨリ丁地ニ向テ發足シ、毎一日七里ヲ行キ、既ニ三十二里ヲ往テ後ニ、乙一

人丁地ヲ發シテ丙地ニ向ヒ、毎日行ク所ノ里數ハ、道法總計ノ十九分一ニシテ、毎一日行ク所ノ里數ニ同シキ日數ニシテ甲ニ會スト云フ、因テ丙丁兩地ノ距離ヲ求ム、

第二十一 農夫アリ、小麥ヲ賣テ價金二十四圓ヲ得又大麥ヲ賣テ同價ヲ得タリ、但シ大麥ハ小麥ヨリモ十六俵多クシテ、價ハ每一俵ニ付、金二十五錢低シト云フ兩麥各幾俵アリシヤ、

第二十二 甲乙兩旅人アリ、甲ハ丙地ヨリ發シ乙ハ同時ニ丁地ヨリ發シテ互ニ相向テ行ク、兩



人、大道ヲ直行スト雖、丙丁兩地ノ中央ニ相會  
ヒスシテ、中央ヨリ十八里一方ニ偏レリ、然シテ  
甲ハ乙ノ路程ヲ十五日又四分三ニシテ達シ、乙  
ハ甲ノ路程ヲ二十八日ニシテ達シタリト云フ、  
丙丁兩地間ノ距離幾許ナルヤ、

第二十三 二數アリ、其差ニ其平方ノ差ヲ乘ス  
レハ三十二ト爲リ、其和ニ其平方ノ和ヲ乘スレ  
ハ二百七十二ト爲ルト云フ、兩數各幾許ナルヤ、  
第二十四 甲乙二人アリ、共ニ牧地ヲ借ルニ、一  
週間若干ノ賃トシ、兩人相約シテ各其牧畜ノ數

ニ應シテ賃ヲ出サント云フ、初メ甲ハ馬四匹ヲ  
放テ、乙ハ一週間ニ出ス所、十八<sup>リ</sup>シルリングナリ、  
後乙ハ更ニ馬二匹ヲ増シ放テ、一週間ニ二十<sup>リ</sup>  
リングヲ出ス可キ比準ニ至レリト云フ、牧地  
ノ賃銀幾許ナルヤ、

第二十五 某數アリ、其二位ノ積ヲ以テ之ヲ除  
スレハ、二ヲ得ヘク、若シ之ニ二十七ヲ加フレハ、  
二位ノ數轉倒ス可シト云フ、此數幾許ナルヤ、  
第二十六 三數アリ、其第一第二ノ差ハ、第二第  
三ノ差ヨリセ多キヲ六ナリ、三數ノ和ハ三十二

ニシテ、其平方ノ和ハ四百四十一ナリト云フ、三  
數各幾許ナルヤ、

第二十七 二數アリ、其積二十四ナリ、其和ヲ其  
平方ノ和ニ加フレハ六十二ト為ルト云フ、二數  
各幾許ナルヤ、

第二十八 一數アリ、其積ニ其和ヲ加フレハ四  
十七ト為リ、其和ヲ其平方ノ和ヨリ減スレハ、殘  
六十二ナリト云フ、二數各幾許ナルヤ、

原註ニ曰ク、比準二式ヲ生スヘキ未知二數ノ  
例題ニ於テハ、一ヲ  $x+y$  ト為シ、又一ヲ  $x-y$  トスル

ヲ以テ便トス、

第二十九 二數アリ、其和二十七ニシテ、其立方  
ノ和ハ五千一百〇三ナリト云フ、二數各幾許ナ  
ルヤ、

第三十 二數アリ、其和九ニシテ、其四乗方ノ和  
ハ二千四百十七ナリト云フ、二數各幾許ナルヤ、  
第三十一 二數アリ、其積ニ其平方ノ和ヲ乘ス  
レハ、一千二百八十四ナリ、其平方ノ差ハ二十ナ  
リト云フ、二數各幾許ナルヤ、

第三十二 催工二人共ニ一事ヲ成スニ、十二日

ニシテ了ル可シ、若シ各一人ヲシテ之ヲ成サシ  
メハ、甲ハ乙ヨリモ十日早ク成ル可シト云フ、兩  
人各自ノ日數ヲ問フ、

第三十三 甲乙二人ノ資本ヲ合併シテ金一千  
圓アリ、甲ノ資本ハ九月間、乙ノ資本ハ六月間、商  
業ニ使用シテ後、各其資本及ヒ利分ヲ分ツニ、  
甲ハ金一千一百四十圓、乙ハ六百四十圓ヲ受ケ  
取リタリト云フ、兩人ノ資本各幾許ナルヤ、

第三十四 仲買人アリ、出テ羊ヲ賣ハント欲シ  
テ四牧ニ至ル、其第二牧ノ羊ハ、第一牧ノ羊半數

ノ自來四倍ヨリモ四頭多ク、第三牧ノ羊ハ、第一  
第二ノ合計三倍ナリ、第四牧ハ第三ノ半ヨリモ  
十頭多シ、而シテ四牧ノ羊總計ハ一千一百二十  
一頭ナリト云フ、四牧各幾頭ナリシヤ、

第三十五 二數アリ、其相乘ノ積三倍ヨリ二數  
平方ノ和ヲ減スレハ殘十一ナリ、又其積二倍ヨ  
リ其平方ノ差ヲ減スレハ殘十四ナリト云フニ  
數各幾許ナルヤ、

第三十六 數二十アリ分テ大小二數ト為シ、其  
平方ノ積ヲシテ九千二百十六ナラシメント欲

ス、兩數各幾許ナルヤ、

第三十七 數 $a$ アリ、分テ大小二數ト為シ、其平方ノ積ヲシテ $b$ ナラシメント欲ス、兩數各幾許ナルヤ、

第三十八 二數アリ、其大ナル者ハ、小ナル者ノ $a^2$ 倍ナリ、二數ノ積ハ $b^2$ ナリト云フ、二數各幾許ナルヤ、

第三十九 某數アリ、順次連續ノ三數ヲ相乘シタル積ニ同シ逐次ニ三數ヲ以テ之ヲ除シ、其三商ヲ加フレハ七十四 為ル可シト云フ、此數幾

許ナルヤ、

第四十 繪圖アリ、其長ハ闊ノ二倍ナリ、今之ヲ石版ニ上セ、幅三「インチ」ノ縁ヲ取り、縁ノ平積ヲ繪圖ノ面積ニ比スレハ、三十六平方「インチ」不足ナリト云フ、因テ繪圖ノ闊ヲ問ハ、

第四十一 大小兩方田アリ、其積合計二十五「フク」ル一百「ベル」<sup>「ロツ」</sup>ナリ、兩田相接ンテ六邊ノ一區ト為セハ、其周邊ノ牆ハ長二百八十「ロツ」ナリト云フ、兩田ノ一邊線ヲ問フ、

第四十二 或人所有ノ金一千三百磅アリ、之ヲ

甲乙二口ニ貸附ケタルニ、利息ノ割合相同シカラスシテ、所得ノ利ハ則チ相同シ、然リト雖モ、若シ甲ノ利息ヲ乙ト同割合ニスル時ハ、金三十磅ヲ得ヘク、若シ乙ノ利息ヲ甲ト同割合ニスル時ハ、金四十九磅ヲ得ヘシト云フ、一口ノ利息割合ヲ問フ、

第四十三 甲一人東京ヲ發シテ名古屋ニ往ク、乙一人同時ニ名古屋ヲ發シテ東京ニ來ル、途中兩人相會シテ後ニ、甲ハ二十五時間ニシテ名古屋ニ到リ、乙ハ三十六時間ニシテ東京ニ着ス、兩

人旅行ノ時間各幾許ナルヤ、

第四十四 甲所有ノ地面ハ、方形ニシテ三十六平方<sup>ロツト</sup>ナリ、乙所有ノ地面モ亦方形ニシテ其比隣ニ在リ、但シ幅員甲ヨリモ大ナリ、今甲ハ乙ノ前面ノ地ヲ買ヒ、後面ノ地ヲ殘ス、其境界ハ甲ノ後界ト一直線ヲ為シテ、街道ニ平行ス、而シテ兩人所有ノ地面ハ今幅員相同シト云フ、初メ乙地面ノ一邊線幾許ナリシヤ、

第四十五 三數アリ、相互ニ關涉スル所、次ノ如シ、第一第二數ノ平方ノ和ヲ第一第二ニ加フレ

ハ、三十二ト為リ、第一第三平方ノ和ヲ第一第三ニ加フレハ、四十二ト為リ、第二第三平方ノ和ヲ第二第三ニ加フレハ、五十ト為ル、因テ問フ、三數各幾許ナルヤ、

第四十六 立方體アリ、其體積ノ數ハ、其對角線長ニ同シト云フ、此體ノ尖角ヲ問フ、

第四十七 二數アリ、其和其積、及ヒ其平方ノ和ハ皆相同シト云フ、此二數各幾許ナルヤ、

第四十八 二數アリ、其和其積、及ヒ其平方ノ差ハ皆相同シト云フ、此二數各幾許ナルヤ、

第四十九 二數アリ、其積ハ其平方ノ差ニ同シク、其平方ノ和ハ其立方ノ差ニ等シト云フ、二數各幾許ナルヤ、

### 第八綱 比例、序次、配合、

#### 比例式

第三百十五章 同種ノ二數ヲ比較シテ、兩數價ノ比準ノ算定スルノ法アリ、彼是互ニ其幾倍從スルヲ見ルニ在リ、準則、及ヒ比例ハ即チ此ノ如

キ比較法ニ由テ生スル者ナリ、

第三百十六章 二數ノ準則トハ、其第一ヲ除ス

ルニ其第二ヲ以テシテ、得ル所ノ商ヲ謂フナリ、

二數ノ準則ヲ示スノ法ニ様アリ、

第一 實ヲ法ノ前ニ書シテ、其中間ニ二層點ヲ

記ス、即チ左ノ如シ、

$$a:b$$

是レaトbトノ準則ヲ示ス者ニシテ、aハ實ノリ、bハ法ナリ、

第二 分數ノ形狀ヲ為サシメ、以テaトbトノ準則ヲ示ス1左ノ如シ、

$$\frac{a}{b}$$

第三百十七章 複準則トハ、二三準則ノ積ヲ謂

フナリ、即チ左ノ如シ、

$$\left. \begin{array}{l} a:b \\ c:d \end{array} \right\} \text{單準則}$$

$$ac:bd \quad \text{複準則}$$

第三百十八章 二數ノ二乗準則トハ、兩數平方

ノ準則ヲ謂フナリ、

第三百十九章 二數ノ三乗準則トハ、兩數立方

ノ準則ヲ謂フナリ、

第三百二十章 比例トハ、兩準則同等ノ式ニシテ、各準則ノ兩率ヲ示ス者ナリ、故ニ $a:b$ ニ數若シ $c:d$ ニ數ト其準則相同シキ時ハ、 $a:b::c:d$ 四數ハ其順序ニ從テ、比例スヘキ者トス、比例式ヲ記スルノ法ニ様アリ、即チ左ノ二式是ナリ、

又  $a:b::c:d$  共ニ讀テ $a$ ノ $b$ ニ於ケルハ猶ホ  
 $a:b=c:d$  或ハ又讀テ $a$ ト $b$ トハ準則ハ恰  
 モ $c$ ト $d$ トハ準則ニ同シト為ス、比例式ヲ記ス

ルノ二法相同シト雖、寧、第二法ヲ以テ便ト為ス、

第三百二十一章 比例式ノ項トハ、準則ヲ示ス所ノ二數ヲ合稱スル者ナリ、

第三百二十二章 比例式ノ率トハ、比較スル所ノ四數ナリ、

第三百二十三章 比例式ノ前率トハ、兩項ノ初率、即チ比例式ノ第一率、及ヒ第三率ナリ、

第三百二十四章 比例式ノ後率トハ、兩項ノ次率、即チ比例式ノ第二率、及ヒ第四率ナリ、



第三百二十五章 比例式ノ兩外率トハ其第一率及ヒ第四率ヲ謂フナリ

第三百二十六章 比例式ノ兩中率トハ其第二率及ヒ第三率ヲ謂フナリ

第三百二十七章 數量ノ同準則連續シテ比例式第一項ノ準則ハ第二項ノ準則ニ同シク第二項ノ準則ハ第三項ノ準則ニ同シク第三項ノ準則ハ第四項ノ準則ニ同シキカ如ク陸續比例式ト為ル者ニ連續比例ト云フ每率比々皆兩隣ノ中率ト為ル者ナリ即チ左式ノ如シ

$$a:b=b:c=c:d=d:e$$

是ニ於テ、 $a, b, c, d, e$ ノ諸數ハ連續比例ナリ、而シテ $b$ ハ $a, c$ ノ中率ナリ、 $c$ ハ $b, d$ ノ中率ナリ、

第三百二十八章 二數相互ニ關涉スルノ理ニ

由テ、常ニ一定ノ準則ヲ保チ、其一準則變スレハ、其二モ亦隨テ同シク變フル時ハ、之ヲ二數直變ト為ス、

設如ハ物貨若干 $A$ ハ價金 $B$ ナリ、今此兩數ノ一

箇ヲ改ムルヲ無クシハ、 $2A$ ハ價 $2B$ ト為リ、 $3A$ ハ價 $3B$ ト為リ、凡ソ $mA$ ハ價 $mB$ ト為ルハ論ヲ俟タサルヘシ、

第三百二十九章 一數若シ他ノ一箇分子ト、一定ノ準則ヲ保ツ時ハ、之ヲ二數反轉ト為ス、  
第三百三十章 一數若シ他ノ二數ノ積ト、一定ノ準則ヲ保ツ時ハ、之ヲ單複二數同變ト為ス、  
第三百三十一章 同變ノ標記ニ $\propto$ ヲ用フ、比如  
 $A \propto B$ ト記スル者ハ、 $A$ ノ變更 $B$ ノ如キヲ示ス者

ナリ、

上章變更ノ解義ニ由レハ、 $A \propto B$ ハ即チ左ノ比例式ト同一義ナリ、

$$A : B = m : 1$$

此ニ於テ $m$ ハ一定ノ數ナリ、式ニ由テ次式ヲ得、

$$A = mB$$

是ニ由テ左則ヲ得、

則  $A$ ノ變更若シ $B$ ニ同シキ時ハ $A$ ハ $B$ ニ一定ノ數ヲ乘シタル者ニ同シ、

比例定則

第三百三十二章 定則トハ、信憑スヘキ明證アリテ、法則ト為ス可キ定言ナリ、又解題合格ノ例文ナリ、

第三百三十三章 註釋トハ、定則ノ應用ヲ擴メ、或ハ其制限ヲ示ス所ノ附言ナリ、

第三百三十四章 設如ハ、左ノ比例式アリ、

$$a : b = c : d$$

又準則ヲ示スノ

第二法ヲ用フレハ、則チ次ノ如シ、

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{(甲)}$$

是ヲ比例ノ本

式ト為ス、而シテ若シ此式ヲ以テ成立ツ可キ者ト為セハ則チ之ニ因テ以テ比例式ノ定則ヲ示スコトヲ得ヘシ、

定則第一 各比例式ニ於テ兩外率ハ積ハ兩中率ハ積ニ同シ、

比如ハ、 $a : b = c : d$ ヲ以テ比例式ト為シ、又甲式

$$a : b = c : d$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

ヲ作

テ其分數ヲ省ケハ、 $bc = ad$ ヲ得、即チ兩中率 $b$  $c$ ノ積

ハ兩外率  $ad$  ノ積ニ同シ、

註釋 最後ノ式ニ由テ、各率ノ價格ヲ得ルヲ左

ノ如ク、

$$\left. \begin{array}{l} \text{前中率} \quad b = \frac{ad}{c} \\ \text{後中率} \quad c = \frac{ad}{b} \end{array} \right\} \text{(壹)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{前外率} \quad a = \frac{bc}{d} \\ \text{後外率} \quad d = \frac{bc}{a} \end{array} \right\} \text{(貳)}$$

是ニ由テ左則ヲ得、

第一則 各中率ハ他ハ中率ヲ以テ兩外率ノ積ヲ除スル者ニ同シ、  
(壹)

第二則 各外率ハ他ハ外率ヲ以テ兩中率ノ積ヲ除スル者ニ同シ、  
(貳)

定則 第二兩數ノ積若シ他ハ兩數ノ積ニ同シ、  
キ時ハ兩々互ニ中率ト為シ、或ハ又外率ト為ス  
ヲ得ヘシ

比如ハ、  
 $ad = bc$  ヲ以テ兩積同等ノ式ト為シ、  
 $bd$  ヲ以テ

除スレハ、即チ甲式

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

又

$$a:b = c:d$$

ヲ得、

是ニ由テ之ヲ觀レハ、該式後項ノ積  $bc$  ノ因子ハ、  
 即チ中率ナリ、前項ノ積  $ad$  ノ因子ハ、即チ外率ナ  
 リ、  
 定則第三、四、數比例式ヲ為ス者ハ、二率ヲ交換  
 シテ、亦比例式ヲ為ス可シ、之ヲ詳説スレハ、前率  
 相互ノ準則ハ、後率相互ノ準則ニ同シ、  
 比如ハ左式アリ、

$$a:b=c:d$$

甲式ニ  
由リ、

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \dots (壹)$$

壹ニ  
ヲ乘ス、

$$a = \frac{bc}{d} \dots (貳)$$

〇ヲ以テ貳  
ヲ除シテ次

式ヲ

得

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \dots (參)$$

故ニ比例式變  
シテ、下ノ如シ、

$$a:c=b:d$$

是ヲ以テ、初メノ比例式ノ前率  $a$   $c$  ハ、後率  $b$   $d$   
 ニ比準ス可シ

定則第四、四、數比例式ヲ為ス者ハ、前後二率轉  
 倒シテ、亦比例式ヲ為ス可シ、之ヲ詳説スレハ、第  
 二率ノ第一率ニ於ケルハ、猶ホ第四率ノ第三率  
 ニ於ケルカ、ゴトシ、  
 比如ハ左式アリ、

$a:b=c:d$   
 甲式 =  
 由り、  
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$   
 省く、  
 $bc = ad$   
 定則第二  
 従り、  
 $b:a = d:c$

註釋 以上二定則第三、八、聊カ、定則第二ノ變革  
 スル者ナリ、故ニ兩積同等ノ各式ヨリ、三異類ノ  
 比例ヲ得ヘシ、

比如ハ  
 $ad = bc$   
 ニ由テ三式ヲ得、  
 $a:b = c:d$   
 $a:c = b:d$   
 $b:a = d:c$

定則第五 同數ニ比準スヘキ諸數ハ皆相互ニ、

比準スルヲ得ヘシ、

比如ハ、  
 兩式ニ由テ  
 得ヘシ、此式ノ信

$a:b = m:n \dots (一)$   
 $c:d = m:n \dots (二)$

憑ス可キ左ノ如シ、

壹式 =  
 由り、  
 $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$   
 貳式 =  
 由り、  
 $\frac{c}{d} = \frac{m}{n}$   
 故  
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$   
 即  
 $a:b = c:d$

定則第六 四數比例式ヲ為ス者ハ之ヲ分合ス、

註釋 右同法ヲ以テ、左式ノ信ナルヲ知ル可シ、

由 伍式

$$a-b:b=c-d:d$$

由 貳式

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots (肆)$$

由 参式

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots (伍)$$

由 肆式

$$a+b:b=c+d:d$$

明ス、

比 如ハ

$$a:b=c:d$$

アル時ハ、

$$a:a \pm b = c:c \pm d$$

モ亦式ニ合ス、之ヲ左ニ證

甲式

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \dots (壹)$$

由リ

$$1 + \frac{a}{b} = 1 + \frac{c}{d} \dots (貳)$$

又

$$\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \dots (参)$$

ヲ得、

ルモ亦比例式ヲ得ハシ、之ヲ詳説スレハ、第一、第二、第三、第四、率ノ和、或ハ差、第一、第二、率ニ於ケルハ、猶ホ第三、第四、率ニ於ケルカ、如シ、

證明ス、

第六定則

$$a:a+b=c:c+d \text{ (壹)}$$

又

$$a:a-b=c:c-d \text{ (貳)}$$

由壹  
リ、

$$\frac{b}{a+b} = \frac{d}{c+d} \text{ (参)}$$

由貳  
リ、

$$\frac{b}{a-b} = \frac{d}{c-d} \text{ (肆)}$$

参ヲ以テ  
肆ヲ除ス、

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \dots \text{ (伍)}$$

故  
=

$$a+b:a-b=c+d:c-d$$

式收算卷之内

八七

比  
如  
ハ

$$a:b=c:d$$

アル  
時  
ハ

$$a+b:a-b=c+d:c-d$$

モ亦其式ニ合ス之ヲ左ニ

定則第七  
率ノ和ハ其差ニ於ケルカ  
如シ  
猶ホ第三第四率ノ和  
ノ、  
其、  
二、  
於、  
ケ、  
ル、  
カ、  
如、  
シ、  
ハ、  
猶、  
ホ、  
第、  
三、  
第、  
四、  
率、  
ノ、  
和、

$$a+b:a=c+d:c$$

$$a-b:a=c-d:c$$

式收算卷之内

八七



定則第八 三四以上ハ準則ヲ連續スル所ノ比  
 例式ニ於テハ各前率ノ各後率ニ於ケルハ猶ホ  
 諸前率ノ和ノ諸後率ノ和ニ於ケルカ如シ  
 比如ハ次式ヲ以テ連續比例ト為ス

$$a:b = c:d = e:f = g:h = \dots$$

今第一準則  $a:b$  ヲ以テ先ツ  $a:b$  ニ比シ以下  
 逐次ニ之ヲ各準則ニ比シテ以テ左ノ諸  
 式ヲ得ヘシ

$$ab = ba$$

$$ad = bc$$

$$af = be$$

$$ah = bq$$

即チ

$$a(b+d+f+h\dots) = b(a+c+e+g\dots)$$

$$a:b = a+c+e+g\dots : b+d+f+h\dots$$

定則第九 四數比例式ヲ為ス者ハ隨意ノ數ヲ  
 以テ各項ハ兩率ヲ乘除スレハ其所得モ亦比例

式ヲ為ス可シ

比如ハ

$$a:b=c:d$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

アリ、同數ヲ以テ分子ヲ乘

除スル此分數ノ價格ヲ變スルナシ

$$\frac{na}{nb}=\frac{c}{d} \dots\dots (壹)$$

又

$$\frac{a}{b}=\frac{nc}{nd} \dots\dots (貳)$$

式中  $n$  ハ整數アリ、分數アリ、若シ整數ナル時ハ、壹貳兩式下ノ如シ、

$$na:nb=c:d \dots\dots (參)$$

$$a:b=nc:nd \dots\dots (肆)$$

參肆兩式ニ於テハ、本式各項ノ兩率ニ  $n$  ヲ乘

スル者ナリ、然リト雖モ、若シ  $n=\frac{1}{m}$  ナル時ハ、參肆

兩式ハ變シテ左ノ如シ

$$\frac{a}{m}:\frac{b}{m}=c:d \dots\dots (伍)$$

$$a:b=\frac{c}{m}:\frac{d}{m} \dots\dots (陸)$$

此二式ニ於テハ、 $m$  ヲ以テ各項ノ兩率ヲ除スル者ナリ、

定則第十 四、數比例式ヲ為ス者ハ、隨意ハ數ヲ以テ兩項ハ前率若シハ後率ヲ乘除シテ其所

得、毎、比例式ヲ為ス可シ、

$$a:b=c:d$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \dots \text{壹}$$

$$\frac{a}{nb}=\frac{c}{nd} \dots \text{(貳)}$$

$$\frac{na}{b}=\frac{nc}{d} \dots \text{(参)}$$

式中  $n$  = 整数アリ、  
アリ、若シ整数ナレハ則チ  
貳参兩式次ノ如シ、

$$a:nb=c:nd \dots \text{(肆)}$$

$$na:b=nc:d \dots \text{(伍)}$$

此二式ニ於テハ、前率及ヒ後率ニ  
ヲ乘スル者ナリ、若シ  $n=\frac{1}{m}$   
ナル時ハ、  
肆伍兩式變シテ左ノ如シ、

$$a:\frac{b}{m}=c:\frac{d}{m}$$

$$\frac{a}{m}:b=\frac{c}{m}:d$$

此二式ニ於テハ前率及ヒ後率ヲ  
除スル者ナリ、

定則第十一  
四、數ハ以テ各率ヲ乘除シ順序ヲ變スルハ無ハ  
所得ハ四倍或ハ四音モ亦比例式ヲ為ス可シ、

比  
如ハ、

$$a:b=c:d \dots \text{(壹)}$$

$$x:y=m:n \dots \text{(貳)}$$

ヲ以テ兩比例ト為シ

$$ax:by=cm:dn$$

及ヒ

$$\frac{a}{x}:\frac{b}{y}=\frac{c}{m}:\frac{d}{n}$$

定則第十三

三、數連續シテ中比例式ヲ為スハ

由貳  
リ、

$$a^n : b^n = c^n : d^n \quad \cdot \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{（壹）}$$

由參  
リ、

$$a^{\frac{1}{n}} : b^{\frac{1}{n}} = c^{\frac{1}{n}} : d^{\frac{1}{n}}$$

又壹ヲn乗方根ヲ開ク

$$\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} \dots \text{（貳）}$$

$$\frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{c^{\frac{1}{n}}}{d^{\frac{1}{n}}} \quad \text{（參）}$$

定則第十二  
四、數比例式ヲ為ス者ハ各率ハ同、  
方若シハ同方根モ亦比例式ヲ為ス可シ、

由伍  
リ、

$$ax : by = cm : dn$$

由陸  
リ、

$$\frac{a}{x} : \frac{b}{y} = \frac{c}{m} : \frac{d}{n}$$

壹貳兩  
式由

$$ad = bc \dots \text{（參）}$$

$$xn = ym \dots \text{（肆）}$$

肆ヲ以テ參ス

$$(ad)(xn) = (by)(cm) \dots \text{（伍）}$$

肆ヲ以テ參ス、

$$\left(\frac{a}{x}\right)\left(\frac{d}{n}\right) = \left(\frac{b}{y}\right)\left(\frac{c}{m}\right) \dots \text{（陸）}$$

二式ノ信ヲ立テ證明ス、

則、チ、兩外率ノ積ハ、中率ハ、自乗ニ同シ、

定則第一

由リ、

$$a:b=b:c$$

$$ac=bb=b^2$$

註釋

最後ノ式ノ平方根ヲ開ケハ、左式ノ如シ、

$$b=\sqrt{ac}$$

是ニ由テ、左則ヲ得、

則、二數間ニ比例スヘキ中率ハ、兩外率ノ積ノ平方根ニ同シ、

定則第十四 三數連續シテ中比例式ヲ為ス時、

ハ、其第一數ノ第三數ニ於ケルハ、猶ホ第一率平方ハ、第一率平方ニ於ケルカ、如シ之ヲ再說スレ、  
ハ、第一第二數ハ、準則ハ、第一第二率ハ、二乘準則、  
ハ、同シ、

$$a:b=b:c$$

$$b^2=ac$$

$$a \quad a \quad a$$

$$ab^2=a^2c$$

定則第二  
由リ、

$$a:c=a^2:b^2$$

定則第十五 四數連續シテ中比例式ヲ為ス時、  
ハ、第一數ノ第四數ニ於ケルハ、猶ホ第一數立方、  
ハ、第二數立方ニ於ケルカ、バトシ、即チ第一第四、

數ハ準則ハ第一第二ノ三乗準則ニ同シ

$$a:b=b:c=c:d$$

$$ac=b^2 \dots (壹)$$

$$c^2=bd \dots (貳)$$

衆ヲ貳ニ以テ壹ニ

$$ac^3=b^3d$$

定則第ニ由リ

$$a:d=b^3:c^3$$

$$a:d=a^3:b^3$$

比例式例題

以上説ク所ノ定則ヲ應用センカ為ニ左ニ例題ヲ掲ク

第一 大小二數アリ、兩數ノ準則ハ、其和ト四十

ニトノ準則ノ如ク、又其差ト六トノ準則ノ如シ

ト云フ、大小二數各幾許ナルヤ、

又ヲ大ト為シ、又ヲ小ト為シ、問題ノ要件ニ由

テ次式ヲ作ル、

$$x:y=x+y:42 \dots (壹)$$

$$x:y=x-y:6 \dots (貳)$$

第五 定則

$$x+y:42=x-y:6 \dots (參)$$

第三 定則

$$x+y:x-y=42:6 \dots (肆)$$

第七 定則

$$2x:2y=48:36 \dots (伍)$$

定則  
第九

$x:y = 4:3 \dots (陸)$

壹陸兩式  
= 由り、定  
則第五、

$4:3 = x+y:42 \dots (柒)$

貳陸兩式  
= 由り、定  
則第五、

$4:3 = x-y:6 \dots (ハ)$

柒ニ由り、  
定則第一、

$x+y = 56$

ハニ由り、  
定則第一、

$x-y = 8$

$$\left. \begin{matrix} x = 32 \\ y = 24 \end{matrix} \right\} \text{答}$$

第二 數十四アリ、今テ大小二數ト為シ、其小ヲ  
以テ大ヲ除スルノ商ト、其大ヲ以テ小ヲ除スル

ノ商トノ比準ハ、十六ト九トノ如シト云フ、二數  
各幾許ナルヤ、

$x$ ヲ以テ大ト為シ、  
 $14-x$ ヲ以テ小ト為シ、問題ノ

要件ニ由テ次式ヲ作ル、

$\frac{x}{14-x} : \frac{14-x}{x} = 16:9$

二率ヲ  
相乗ス、  
定則第  
九、

$x^3:(14-x)^3 = 16:9$

平方  
根ヲ  
開ク、

$x:14-x = 4:3$

前後二率  
ヲ合ス、定  
則第六、

$x:14 = 4:7$

$$y+1:y-1=4:2$$

第七 定則

$$2y:2=6:2$$

又

$$y:1=3:1$$

$$\left. \begin{array}{l} y=3 \\ \text{由壹} \\ \text{リ} \\ x=4 \end{array} \right\} \text{答}$$

$$x+xy+xy^2=52 \dots (壹)$$

$$xy^2+x:xy=10:3 \dots (貳)$$

由貳  
リ、

$$y^2+1:y=10:3 \dots (参)$$

$$y^2+1:2y=10:3 \dots (肆)$$

第七 定則

$$y^2+2y+1:y^2-2y+1=16:4$$

開根平  
方

後率ヲ  
除ス、

$$x:2=4:1$$

$$x=8$$

$$14-x=6$$

答

第三 三、數連續ノ中比例式アリ、三數ノ和ハ五  
 十二ナリ、兩外率ノ和ノ中率ニ於ケルハ、猶ホ十  
 ノ三ニ於ケルカ如シト云フ、此數如何、  
 中比例式ノ三數ハ $x$   $xy$  及ヒ  $xy^2$  ヲ以テ之ニ代  
 フ可シ、是レ蓋シ兩外率ノ積ハ中率ノ平方ニ  
 同シキヲ以テナリ、故ニ問題ノ要件ニ由テ、次  
 式ヲ作ル、



第四 二數アリ、其積ハ一百十二ナリ、其立方ノ  
 差ト、其差ノ立方トノ比準ハ、三十一ト三トノ如  
 イト云ク、因テ二數ヲ問フ

ト、一 要件  
 從 件

$$xy = 112 \dots\dots\dots (壹)$$

$$x^3 - y^3 : (x - y)^3 = 31 : 3 \dots (貳)$$

第九 定 則  
 由 貳  
 リニ

$$x^2 + xy + y^2 : x^2 - 2xy + y^2 = 31 : 3 \dots (参)$$

第六 定 則

$$3xy : (x - y)^2 = 28 : 3 \dots (肆)$$

用 ヲ 數  
 ス 代 價

$$336 : (x - y)^2 = 28 : 3 \dots (伍)$$

$$(x - y)^2 = 36 \dots (陸)$$

$$x - y = 6 \dots (柒)$$

壹 柒 兩 式  
 ニ 由  
 リ、

$$\left. \begin{matrix} x = 14 \\ y = 8 \end{matrix} \right\} \text{答}$$

第五 二數アリ、其差ト其和トノ比準ハ二ト九  
 トノ如ク、其和ト其積トノ比準ハ十八ト七十七  
 トノ如シト云ス、二數各、幾許ナルヤ、  
 xyヲ以テ二數ニ代ヘ、問題ノ要件ニ由テ左  
 式ヲ作ル、

第九 定則

$$x : y : x + y = 2 : 9 \dots (一)$$

$$x + y : xy = 18 : 77 \dots (二)$$

$$18y : 11y^2 = 18 : 77 \dots (三)$$

又

$$18 : 11y = 18 : 77 \dots (四)$$

$$1 : y = 1 : 7 \dots (五) \quad 2x : 2y = 11 : 7 \dots (六)$$

$$y = 7$$

$$x = \frac{11y}{7} \dots (七)$$

代用ス、テ肆ニ由

$$\frac{18y}{7} : \frac{11y^2}{7} = 18 : 77 \dots (八)$$

第六 二數アリ、各之ニ四ヲ加フレハ、其兩和ノ比準ハ、三ト四トノ如ク、各之ヨリ四ヲ減スハ、其兩殘ノ比準ハ、一ト四トノ如シト云フ、二數各幾許ナルヤ、

第七 數二十セアリ分テ二數ト為セハ、其積ト其平方ノ和トノ比準ハ二十ト四十一トノ如シト云フ、因テ二數ヲ問フ、

第八 直酒アリ、味淋ト焼酎トヲ合シタル者ナリ、二酒各自ノ斗量ノ差ト焼酎トノ準則ハ一百ト味淋トノ準則ノ如シト云ヒ、又其差ト味淋ト

ノ準則ハ、四ト燒酎トノ準則ノ如シト云フ、二酒  
合和ノ準則ヲ問フ、

第九 二數アリ、其積三百二十ナリ、其立方ノ差  
ト其差ノ立方トノ比準ハ、六十一ト一トノ如シ  
ト云フ、因テ二數ヲ問フ、

原註ニ曰ク、此問題ニ於テハ、 $x+y$  大ト為シ、 $x-y$   
ヲ小ト為ス可シ、

第十 數六十アリ、分テ二數ト為セハ其積ト其  
平方ノ和トノ比準ハ、二ト五トノ如シト云フ、二  
數各幾許ナルヤ、

第十一 二數アリ其準則ハ三ト二トノ如シ、今  
若シ六ヲ以テ、其大ニ加ヘ、其小ヨリ減スル時ハ、  
所得ノ和ト差トノ準則ハ三ト一トノ如シト云  
フ、二數各幾許ナルヤ、

第十二 二數アリ、其比準ハ十六ト九トノ如シ、  
若シ二十四ヲ以テ中率ト為シ、二數ノ間ニ置ケ  
ハ、則チ中比例式ヲ作ルヲ得ヘシト云フ、二數  
各幾許ナルヤ、

第十三 二數アリ、其和ノ其差ニ於ケルハ、猶ホ  
四ノ一ニ於ケルカ如ク、其平方ノ和ノ其大ニ於

ケルハ、猶ホ一百。二ノ五ニ於ケルカニトシト云フ、因テ二數ヲ問フ、

第十四 數二十アリ、分テ二數ト為セハ、其準則ハ三ト一トノ二乗準則ノ如シト云フ、今之ヲ中比例式ト為サント欲ス、兩數間ノ中率幾許ニシテ可ナランヤ、

第十五 二數アリ、其比準ハ三ト二トノ如シ、今六ヲ以テ、大ニ加ヘ、小ヨリ減スレハ、其所得ノ比準ハ九ト四トノ如シト云フ、因テ二數ヲ求ム、

第十六 三數アリ、中比例式ヲ成ス、其第一第二

數ノ積ト、其第二第三ノ積トノ比準ハ、第一數ト第二數ノ二倍トノ準則ノ如ク、而シテ第一第三ノ和ハ、三百ナリト云フ、三數各幾許ナルヤ、

第十七 二數アリ、其立方ノ和ト其立方ノ差トノ比準ハ、五百五十九ト一百二十七トノ如ク、而シテ其第一數ノ平方ニ第二數ヲ乗スレハ、二百九十四ト為ルト云フ、因テ二數ヲ求ム、

第十八 二數アリ、其第一數ノ立方ト、第二數ノ平方トノ準則ハ、三ト一トノ如ク、第二ノ立方ト第一ノ平方トハ、九十六ト一トノ如シト云フ、二

數各幾許ナルヤ、

第十九 比例式アリ、左ノ如シ、式中  $x$  ノ數價ヲ  
問フ、

比例式

$$(x+1)^4 : (x-1)^4 = 2(x+1)^2 : (x-1)^2$$

第二十

式

$$(a+b+c+d)(a-b-c+d) = (a-b+c-d)(a+b-c-d)$$

アリ、

$$a:b = c:d$$

テ 比例式ニ合スト云フ、果シ  
如何、

序次配合

第三百三十五章 凡ソ物ノ序次トハ、配置ノ順  
 序ニ從テ、成形異同アルヲ謂フナリ、今各種物品  
 ノ序次ヲ為サントスルニ方テ、或ハ各品ノ總數  
 ヲ一緒ニ取ルヲアリ、或ハ其幾分ヲ一緒ニ取ル  
 ヲアリ、然リト雖モ序次ノ異同ハ、同物同數ニ就  
 テ之ヲ論セサル可カラス、  
 設如ハ、 $a\ b\ c$  三字ノ序次ヲ為スニ、每次二字ヲ  
 取ル時ハ左ノ如シ、

$ab$   
 $ba$   
 $ac$   
 $ca$   
 $bc$   
 $cb$

若シ同三字ノ序次ニシテ、每次總數ヲ取ル時ハ、  
 左ノ如シ、

$cab$   
 $acb$   
 $abc$   
 $cba$   
 $bca$   
 $bac$

原註ニ曰ク、物ノ序次ヲ立テ、總數ニ及ハサル  
 時ハ、換地若シクハ位次ト稱スルヲアリ、若シ  
 是等ノ言ニ對シテ、序次ト云フ時ハ、必ス總數  
 ニ渉ル者トス、

第三百三十六章 凡ソ物ノ配令トハ、同數異類  
 ノ叢物集成ノ異同アルヲ謂フナリ、各物位置ノ

順序ヲ論スルニ非ス、  
 設如ハ、 $a b c$  三字ニシテ、毎次二字ヲ取ル時ハ、  
 各異ノ配合、左ノ如シ、  
 $ab$   
 $ac$   
 $bc$   
 若シ配合ノ各字ヲ以テ、積ノ因子ト為ス時ハ、一  
 緒ニ字數ルヲ取テ、配合スル所ノ積ハ、其文字ノ  
 異同ニ由テ、各異ノ $n$ 次相乗ノ數タル可シ、  
 第三百三十七章 物數 $n$ アリ、毎次數 $n$ ヲ一緒  
 ニ取テ序次ヲ為ス時ハ、各異ノ序次若干ナルヲ  
 知ルノ法アリ、

假令ハ、 $a b c d$  等ノ字數 $n$ アリ、  
 第一 字數 $n$ ニ就テ、各一字ヲ取テ之ヲ視レハ、  
 其一ニ異ナル者 $n-1$ アリ、即チ他字ノ數 $n-1$ ナリ、  
 今各一字ヲ以テ、逐一之ヲ他ノ各字ニ附スレハ、  
 毎合二字ニシテ、各異ノ序次ヲ為ス可シ、然リ而  
 シテ、其數ハ常ニ $n-1$ ニ同シ、  
 故ニ $a$ ヲ以テスレハ、 $ab$   $ac$   $ad$  等合計 $n-1$   
 $b$   $ba$   $bo$   $bd$   $c$   $ca$   $co$   $cd$   $d$   $da$   $db$   $dc$

以下皆之ニ同シ、

字數 $n$ ナル時ハ、配合ス可キ他字ノ數ハ、 $n-1$ ナル

ヲ以テ、各異ノ序次ハ $n(n-1)$ ナルヘシ、故ニ字數 $n$ ノ

序次ハ、每合二字ニシテ、 $n(n-1)$ ナリトス、

第二 字數 $n$ ニ就テ、各二字ヲ取テ各異ノ序次

ヲ為サント欲シテ之ヲ視レハ、毎ニ此二字ノ外

ニ、他字 $n-2$ アリ、故ニ一緒ニ三字ヲ取テ、序次ヲ為

サント欲セハ、二字一緒ノ序次 $n(n-1)$ ヨリモ、更ニ又

他字 $n-2$ ノ各一ヲ合シテ、其序次ハ $1)(n-2)$ ト為ル可シ、

之ヲ再說スレハ、字數 $n$ ニ就テ、一緒ニ三字ヲ取、

リ、各異ノ序次ヲ為セハ、其數 $1)(n-2)$ ヲ得ヘシ、

字數 $n$ ニシテ、一緒ニ $n-1$ 字ヲ取テ、序次ヲ為ス時

ハ、他ノ字數ハ $(n-1)$ 即チ $n-1+1$ ナルヘク、而シテ上ニ說



ク所ノ二例ヲ推シテ、之ヲ考フレハ、字數 $n$ ニシテ、一緒ニ $n$ 字ヲ取シハ、各異序次ノ數ハ、即チ左ノ如シ、

$$n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)\dots(\text{甲})$$

即チ、 $n$ ヨリ起テ、 $n-1$ ニ至ルマテ、自然ノ級數、相乘ノ積ナリ、

凡ッ此式普通ノ説明ヲ為サント欲スル者ハ、左ノ法ニ從フヲ常トス、

$x$ 及ヒ $x'$ ヲ以テ、 $n$ ヨリモ小ニシテ、相互ニ接近スル所ノ二數ト為シ、左式ノ如ク、之ヲ定ム可シ、

$$x+1=x' \dots (\text{壹})$$

字數 $n$ ニシテ、一緒ニ $x$ 字ヲ合シタル、序次ノ數ヲ以テ $P$ ト為シ、又一緒ニ $x+1$ 即チ $x'$ 字ヲ合シタル、序次ノ數ヲ以テ $P'$ ト為ス可シ、

今  $P$  序次ニ就テ、一々之ヲ考フレハ、初メ取ル所ノ文字ノ外ニ、尚ホ  $n-x$  字アリ、更ニ又一字ヲ増シテ、一緒ニ  $x+1$  即チ  $x'$  字ヲ取テ、 $P'$  序次ヲ作ラント欲セハ、 $P$  序次各一ニ又  $n-x$  他字ヲ附セサル可カラス而シテ新序次ノ數ハ  $P(n-x)$  ト為ル可シ、故ニ

是ニ於テ上ニ示ス所ノ法式ニ從ヘハ、 $P$  ハ則チ次式ノ如シ、

$$P(n-x) = P' \dots \dots \text{(貳)}$$

然レハ則チ、 $P'$  モ同様ノ法式ヲ以テ、之ヲ顯スコトヲ得ヘシ、何トナレ

$$P = n(n-1)(n-2) \dots (n-x+1) \dots \text{(參)}$$

ハ、參ノ兩項ニ  $n-x$  ヲ乘シテ、其積ヲ貳ノ後項ニ比スレハ則チ次式ノ如シ

$$P' = n(n-1)(n-2) \dots (n-x) \dots \text{(肆)}$$

由 壹  
リ、ニ

$$x = x' + 1$$

之ヲ肆ニ  
代用ス、

$$P' = n(n-1)(n-2) \dots (n-x'+1) \dots \text{(伍)}$$

參伍兩式ハ、形ニ於テ相同シキカ故ニ、甲式ハ若

シ一緒ニ $x$ 字ヲ取ル時ニ適當スレハ又一緒ニ $x+1$ 字ヲ取ル時ニモ適當スヘシ然リ而シテ前ニ示スカ如ク一緒ニ三字ヲ取ル時ニ適當シタレハ又必ス四字ノ時ニモ適當ス可ク五字六字等モ亦悉テ此法式ニ適當ス可キハ推シテ知ル可シ故ニ此式ヲ以テ普通ノ法式ト為ス

原註ニ曰ク甲式ヲ實際應用スル者ハ宜シク常ニ記憶スヘキコトアリ曰ク因子ノ數ハ一緒ニ取ル所ノ字數ニ同シ

第三百三十八章 物數ルアリ一緒ニ總字數ヲ

取ル時、序次ノ數ヲ見ルノ法アリ、

今日式ニ於テ $n=n$ トスレハ則チ左式ノ如シ、

$$n(n-1)(n-2) \dots 1 \dots (1)$$

物、數、 $n$ ニシテ一緒ニ總數ヲ取ル時ハ、序、次、ハ、數、 $n$ 、ヨリ、一、ニ、至、ル、マ、テ、自、然、ハ、級、數、ヲ、相、乘、シ、タル、積、ニ、同、シ、

第三百三十九章 物數アリ一緒ニ數ルヲ取リ、

其配合ノ數ヲ見ルノ法アリ、

設如ハ、數 $n$ ニシテ一緒ニ取ル時ノ配合ノ

數ヲZト為シ、數ルヲシテ、一緒ニアルヲ取ル時ノ  
 序次ノ數ヲPト為シ、數アルニシテ一緒ニ總數ヲ  
 取ル時ノ序次ノ數ヲP'ト為ス、  
 今P序次ヲ得ルノ術ハ、總テZ配合ノ各實ニ於  
 テ、物數ルヲシテ、所有ル序次ニ從ハシハルニ在  
 リ、而シテ數ルノ配合ハ、唯一ニシテ、總數ヲ一緒  
 ニ取リタル序次P'ヲ為ス可キ力故ニ、Z配合ハ  
 Z×P'序次ヲ為ス可シ、是ニ由テ、其式ヲ得ルヲ左ノ  
 如シ、

$$Z \times P' = P$$

$$Z = \frac{P}{P'}$$

第三章  
 三十七  
 理由

$$P = n(n-1)(n-2) \cdots (n-n+1)$$

第三章  
 三十八  
 理由

$$P = n(n-1)(n-2) \cdots 1$$

= 故

$$Z = \frac{n(n-1)(n-2) \cdots (n-n+1)}{n(n-1)(n-2) \cdots 1} \quad \dots (丙)$$

是故ニ數ルニシテ、一緒ニアルヲ取リ、クハ配合ハ  
 數ハ、ルヨリ以下一ニ至ルマテ自然ノ級數相乘

ハ、積ヲ以テ、 $n$ ヨリ、以下、 $n-r+1$ ニ至ルマテ、自然ノ級

數、相乘ハ、積ヲ除スル者ニ同シ、

第三百四十章 物數 $n$ ノ内ヨリ、 $r$ 物ヲ取テ、各

異ノ配合ヲ為セハ、 $n-r$ 物ノ配合ヲ剩ス可シ、之ヲ

再說スレハ、 $r$ 物ノ所有ル配合ヲ為セハ、始メ殘

ス所ノ物ノ配合ニ重複スル者アル可シ、

是故ニ數 $n$ ニシテ、一、緒ニハ、 $r$ 取リタル配合ハ

數ハ一、緒ニ $n-r$ ヲ取リタル配合ハ數ニ同シ、

代數學ニ於テ、此定則ヲ解明スルヲ左ノ如シ、

數 $n$ ニシテ、一、緒ニ $n$ ヲ取ル時ノ配合ノ數ヲ $Z$

ト為シ、又數 $n$ ニシテ、一、緒ニ $n-r$ ヲ取ル時ノ配合

ノ數ヲ $Z'$ ト為セハ、則チ $Z'$ 數價ノ分子最後ノ因

子ハ左ノ如シ、

$$n - (n - r) + 1 = r + 1$$

故ニ

$$Z = \frac{n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)}{r(r-1)(r-2) \cdots 1}$$

$$Z' = \frac{n(n-1)(n-2) \cdots (r+1)}{r(r-1)(r-2) \cdots 1}$$

ス、相ニ  
除式

$$\frac{Z}{Z'} = \frac{n(n-1)(n-2) \cdots 1}{n(n-1)(n-2) \cdots 1} = 1$$

第三百四十一章 數ルニシテ一緒ニルヲ取ル  
 時ノ配合ノ數ハ、 $n$  變許ナル時ニ於テ最大ナル  
 ヤ、之ヲ知ルニ法アリ、左ノ如シ、  
 先ツ $n$ ヲ以テ變化ス可キ數ト為シ、初ノ之ヲ一  
 ト為シ次第ニ二三四等ノ諸數ニ推移スル者ト  
 考定ス可シ、  
 $n$ 、數價變許ニ拘ラス、本價ニ在テハ、 $Z$ ヲ以テ  
 配合ノ數ト為シ、 $n$ ノ次價ニ在テハ $Z'$ ヲ以テ配  
 合ノ數ト為ス可シ、然レハ則チ左式ノ如クナレ  
 ヘシ、

$$Z = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+2)(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\dots 1} \dots (壹)$$

今此式ニ於  
 $n$ ヲ變シ  
 $n+1$ ト為ス  
 時ハ $Z$ ノ數  
 價モ亦變シ  
 テ、次ノ如シ、

$$Z' = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)(n-r)}{(r+1)(r)(r-1)\dots 1} \dots (貳)$$

壹ヲ以テ貳ヲ除  
 シ、且ツ貳ノ後項  
 ニ於テ直ニ  
 上ニ在ル可キ因  
 子ハ $n-r+2$ ナルニ注  
 目スレハ、則チ次  
 式ヲ得ヘシ、

$$\frac{Z}{Z'} = \frac{n-r}{r+1}$$

$$Z' = Z \times \left( \frac{n-r}{r+1} \right)$$

今  $Z'$  を以て  $Z =$  比スルノ大小ハ  
 $\frac{n-r}{r+1}$  ヲ以テ一箇ニ比スルノ大小  
 如何ニ關ス可シ、

若シ  $\frac{n-r}{r+1} > 1$

ナル時ハ、配合ノ數ハ、輒チ  $n$  ノ次價ニ

於テ増ス可シトス、

又若シ  $\frac{n-r}{r+1} < 1$

ナル時ハ配合ノ數ハ、輒チ  $n$  ノ次價

ニ於テ減ス可シトス、

然リ而シテ、 $n$  ノ數價ハ則チ左ノ如シ、

若シ  $\frac{n-r}{r+1} > 1$

ナレハ、 $r < \frac{n-1}{2}$

若シ  $\frac{n-r}{r+1} < 1$

ナレハ、 $r > \frac{n-1}{2}$

故ニ配合ノ數ヲシテ、最大ナラシメント欲セハ、

$n$  ノ數價ハ、 $\frac{n-1}{2}$  ヲリモ小ナル可カラス又

$$\frac{n-1}{2} + 1$$

或ハ  $\frac{n+1}{2}$  ヲリモ、大ナル可カラサルカ故ニ、 $n$  ハ

左ノ三價ノ一ニ居ル可シ、

$$\frac{n-1}{2}$$

$$\frac{n}{2}$$

$$\frac{n+1}{2}$$

第一條  $n$  ヲ以テ偶數ト為セハ、則チ右第一價、  
 及ヒ第三價ハ、分數ナルヲ以テ  $n$  ノ數價ニ適ス

可カラサルカ故ニ、此時ニ在テハ則チ左ノ如シ

$$r = \frac{n}{2}$$

第二條  $n$ ヲ以テ奇數ト為セハ、則チ第二價ハ  
分數ナルヲ以テ、 $n$ ノ數價ニ適ス可カラサルカ  
故ニ、此時ニ在テハ、 $n$ ハ必ス他ノ兩價若シクハ  
其一ニ居ル可シ、然リ而シテ $n$ ノ兩價ニ適スル  
ノ理ハ、之ヲ次ニ解ク可シ、

假令ハ  $r = \frac{n-1}{2}$  トスル時ハ、第三百四十四章ニ説ク所

ニ從ヒ、ナル時ハ、配合ノ數相同シ、

$$r = n - \frac{n-1}{2} = \frac{n+1}{2}$$

是故ニ  $n$  若シ奇數ナル時ハ、配合ノ最大ナル數

ハ  $r = \frac{n-1}{2}$  或ハ  $r = \frac{n+1}{2}$  ノ兩價ニ於テ之ヲ得ヘク、而シ

テ兩價共ニ、其所得ヲ同フス、

### 序次配合例題

第一 文字ノ數十アリ、一緒ニ四字ヲ取ル時ハ、



各異序次ノ數幾許ナルヤ、

第二 物數六箇アリ、一緒ニ總數ヲ取ル時ハ、各異序次ノ數幾許ナルヤ、

第三 物十アリ、一緒ニ總數ヲ取ル時ハ、各異序次ノ數幾許ナルヤ、

第四 阿利比數字43210五字アリ、以テ各異、數ヲ作ラント欲ス、每數各一字ニシテ幾許ノ異數ヲ生スルヤ、

第五 物八アリ、一緒ニ四ヲ取ル時ハ、各異配合ノ數幾許ナルヤ、

第六 物數十六アリ、一緒ニ五ヲ取ル時ハ、各異配合、幾許ヲ為シ得ヘキヤ、

第七 二十人アリ、之ヲ配合シテ、六人一組ト為ス時ハ、各異ノ組合幾許ナルヤ、

第八 六兒同級ノ生徒アリ、其内一人ハ頭ト為ルヲ許サスト云フ、同級ノ席順各異ノ數ヲ問フ、

第九 四十以下ノ單數原初因子ヲ相乘シテ、各異ノ積ト為スニ、因子ノ數ヲ常ニ同ク、而シテ各異ノ

積數ヲ最大ナラシメント欲ス、其數幾許ナルヤ、

第十 物數九アリ、一緒ニ五箇ヲ取レハ、其序次

ノ數ハ、一緒ニ三箇ヲ取ル時ノ配合ノ數ニ、一百二十倍スト云フ、因テルノ實價ヲ問フ、

第十一 某家ニ食客八人アリ、一人其主ト約シテ曰ク毎日食案ノ一方ニ向テ坐スル者ノ數ヲ定メ、同伴人員、日ニ交代シテ、日ニ各異ノ火伴ヲ坐セシム可シ、其日限間一人、金三十五圓ノ食ヲ給ス可シト、食客一人ノ賄料毎日幾許ナルヤ、

第十二 甲乙二人所畜ノ馬アリ、其數相同シ、甲ハ三頭各異ノ配合ヲ爲シ、乙ハ二頭各異ノ配合ヲ爲スニ、甲配合ノ數ハ乙ニ倍スト云フ、兩人各、

所畜ノ馬幾頭ナルヤ、

第十三 一平面ニ十一點アリ、五點一直線ニ列スル者、唯一條アリ、其他ハ未タ嘗テ三點ヲ一直線ニ列スル者アラスト云フ、此諸點ヲ連合スル所ノ直線幾條アリヤ、

正誤

卷之一目錄第五葉表

二次方程式 次下脱 狀、

同平方式 當作 二次狀方程式、

同裡

想像商辨 當作 想像方根辨、

比例豫定 當作 比例定則、

代數學卷之四答式

東京

石川 彝 譯

純平方式之部

一 第 $x = \pm 3$	六 第 $x = \pm 8$
二 第 $x = \pm 6$	七 第 $x = \pm 10$
三 第 $x = \pm 4$	八 第 $x = \pm \frac{3a}{\sqrt{5}}$
四 第 $x = \pm \sqrt{\frac{a-2d}{b-2c}}$	九 第 $x = \pm \sqrt{12}$
五 第 $x = \pm \sqrt{a-1}$	十 第 $x = \pm \sqrt{ac}$

代數學卷之四答式

五廿第	一廿第	七十第	三十第	九第
$x=3$ 又 $=-\frac{5}{3}$	$x=\frac{5}{6}$ 又 $=-\frac{7}{10}$	$x=7$ 又 $=2$	$x=4\pm 2\sqrt{2}$	$x=6$ 又 $=-18$
	二廿第	八十第	四十第	十第
	$x=\frac{5}{9}$ 又 $=-\frac{3}{5}$	$x=5$ 又 $=-1$	$x=6\pm\sqrt{46}$	$x=17$ 又 $=-3$
	三廿第	九十第	五十第	一十第
	$x=\frac{7}{12}$ 又 $=-\frac{5}{42}$	$x=4$ 又 $=-1$	$x=4$ 又 $=1$	$x=-1$ 又 $=-19$
	四廿第	十二第	六十第	二十第
	$x=5$ 又 $=-3$	$x=\frac{8}{3}$ 又 $=\frac{2}{3}$	$x=2$ 又 $=-5$	$x=3\pm 2\sqrt{2}$

代文卷之四 塔式

二

五第	一第	調平方式之部	一十第
$x=15$ 又 $=13$	$x=3$ 又 $=-5$		$x=\pm(3+\sqrt{5})$
六第	二第		二十第
$x=7$ 又 $=13$	$x=8$ 又 $=-2$		$x=\pm(1+\sqrt{2})$
七第	三第		三十第
$x=19$ 又 $=-31$	$x=12$ 又 $=8$		$x=\pm 3$
八第	四第		四十第
$x=11$ 又 $=-5$	$x=10$ 又 $=-4$		$x=\pm 1.095445+$
			五十第
			$x=\pm 4.54924+$

代文卷之四

調平方第二法之部

三十第	九第	五第	一第
$x = 2$ 又 $= \frac{250}{21}$	$x = 17$ 又 $= \frac{2}{3}$	$x = 9$ 又 $= \frac{13}{2}$	$x = 6$ 又 $= \frac{34}{5}$
四十第	十第	六第	二第
$x = 28$ 又 $= 9$	$x = 7$ 又 $= -20$	$x = 11 \frac{19}{21}$ 又 $= 2$	$x = 7$ 又 $= \frac{39}{5}$
五十第	一十第	七第	三第
$x = 6$ 又 $= \frac{1}{2}$	$x = 2 + \sqrt{3}$ 又 $= \frac{2}{3} \sqrt{3}$	$x = \frac{2}{3}$ 又 $= \frac{3}{2}$	$x = 4$ 又 $= \frac{8}{7}$
六十第	二十第	八第	四第
$x = \frac{7}{4}$ 又 $= 1$	$x = 5$ 又 $= -16$	$x = 5$ 又 $= \frac{32}{7}$	$x = \frac{1}{2}$ 又 $= -3$

七十第
$x = \frac{13}{3}$ 又 $= \frac{1}{7}$

別例法方之部

一第	五第	一第
$x = 8$ 又 $= -1$	$x = \frac{275}{29}$ 又 $= \frac{25}{29}$	$x = \frac{1}{2}$ 又 $= \frac{5}{4}$
二第	六第	二第
$x = 2$ 又 $= -13$	$x = 2$ 又 $= \frac{18}{49}$	$x = \frac{13}{72}$ 又 $= \frac{1}{24}$
三第		三第
$x = 20$ 又 $= -3$		$x = \frac{1}{9}$ 又 $= \frac{1}{27}$
四第		四第
$x = 2$ 又 $= -23$		$x = \frac{20}{49}$ 又 $= \frac{50}{49}$

其二

一 廿 第 $x=1$ $=3$ $=4$	七 十 第 $x=9$ 又 $=-12$	三 十 第 $x=\frac{5}{9}$ 又 $=\frac{7}{3}$
二 廿 第 $x=1$ $=2$ $=3$ $=4$	八 十 第 $x=\pm 1$ 又 $=\pm \frac{1}{9}$	四 十 第 $x=6$ 又 $=-9$
三 廿 第 $x=a(a\pm\sqrt{13})$ 又 $=a(2\pm\sqrt{3})$	九 十 第 $x=\pm 2$ 又 $=\pm \frac{1}{15}$	五 十 第 $x=9$ 又 $=5+\sqrt[3]{(-5)^2}$
四 廿 第 $y=\frac{c}{2}\pm\left(\frac{c^2}{4}+1\pm\sqrt{1+c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$	十 二 第 $x=1$ $=2$ $=-2$ $=-3$	六 十 第 $x=\frac{1}{2}\pm\frac{1}{6}\sqrt{41}$ 又 $=\frac{1}{2}\pm\frac{1}{3}\sqrt{11}$

九 第 $x=4$ 又 $=-2$	五 第 $x=4$ 又 $=\sqrt[3]{49}$	一 第 $x=\pm 5$ 又 $=\pm 3$	二次狀方程式之部	五 第 $x=76$ 又 $=-1$
十 第 $x=4$ 又 $=59$	六 第 $x=\sqrt[3]{4}$ 又 $=\sqrt[3]{-2}$	二 第 $x=2$ 又 $=3$		六 第 $x=5$ 又 $=-77$
一 十 第 $x=b^4-a$ 又 $=81b^4-a$	七 第 $x=\left(\frac{3}{4}\right)^n$ 又 $=\left(\frac{4}{5}\right)^n$	三 第 $x=3$ 又 $=\sqrt[3]{-23}$		七 第 $x=335$ 又 $=-10$
二 十 第 $x=18$ 又 $=3$	八 第 $x=27$ 又 $=\frac{1}{27}$	四 第 $x=1$ 又 $=-2$		

九第	五第	一第
$x = \frac{\sqrt{mn}}{\sqrt{x} \mp \sqrt{n}}$	$x = 5$ 又 $= -\frac{7}{4}$	$x = 5$ 又 $= -16$
十第	六第	二第
$x = 7$ 又 $= -11\frac{2}{3}$	$x = 1$ 又 $= -28$	$x = 4$ 又 $= -1$
一十第	七第	三第
$x = 152$ 又 $= 76$	$x = a \mp \sqrt{b}$	$x = 2$ 又 $= -3$
二十第	八第	四第
$x = 3$ 又 $= 1$	$x = a \pm \sqrt{a^2 - b^2}$	$x = 3$ 又 $= -5$

一廿第	七十第	三十第
$x = 8$ 又 $= -9$	$x = 4$ 又 $= 7\frac{1}{9}$	$x = \pm 5$ 又 $= \pm \sqrt{38}$
二廿第	八十第	四十第
$x = 5$ 又 $= 3$	$x = \pm (2 \pm \sqrt{2})^{\frac{1}{2}}$	$x = 1$ 又 $= 1 \pm 2\sqrt{15}$
三廿第	九十第	五十第
$x = 243$ 又 $= 8\sqrt[3]{33614}$	$x = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{5})$	$x = 2$ $= -2$ $= -8$ $= -\frac{1}{2}$
四廿第	十二第	六十第
$x = \sqrt{\frac{n}{2}}$ 又 $= \sqrt{\frac{2}{3}}$	$x = \pm \frac{1}{2}$	$x = 4$ 又 $= (-1)^2$

代 數 學 卷 之 四 答 式	八 第	五 第	三 第	一 第	未 知 二 三 數 例 題 之 部
	$x = \pm 9$ $y = \pm 5$	$x = \pm 2$ $y = \pm 3$	$x = 9$ 又 $= -14\frac{1}{16}$	$x = 18$ 又 $= 12\frac{1}{2}$	
	九 第	六 第	$y = 4$ 又 $= -6\frac{1}{4}$	$y = 3$ 又 $= -2\frac{1}{2}$	
	$x = \pm 2$ $y = \pm 4$	$x = 28$ 又 $= 12$	四 第	二 第	
六	十 第	$y = -72$ 又 $= -8$	$x = 3$ 又 $= -4$	$x = 8$ 又 $= 17\frac{2}{3}$	
	$x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$ $y = 2 \mp \sqrt{\frac{5}{2}}$				
	一十第	七 第	$y = 10$ 又 $= 45$	$y = 6$ 又 $= -13\frac{1}{3}$	
	$x = \pm 4\sqrt{2}$ 又 $= \pm 14$	$x = \pm 15$ $y = \pm 6$			

三 卅 第	九 廿 第	五 廿 第	代 數 學 卷 之 四
$x = 2(1 \pm 2\sqrt{\frac{b}{c}})$	$x = \pm a$	$x = 1$ 又 $= \frac{c^2 - 2}{(c + 2)^2}$	
	十三第	六 廿 第	
	$x = \pm 2a\sqrt{\frac{1}{3}}$	$x = a\sqrt{5}$ 又 $= \pm a\sqrt{-7}$	
	一 卅 第	七 廿 第	
	$x = \frac{a}{2}(1 \pm \sqrt{5})$	$x = \frac{1}{2ac}(2c + b \pm \sqrt{b^2 - 4c^2})$	
	二 卅 第	八 廿 第	
	$x = \pm a \left\{ \frac{1 \pm \sqrt{2b - b^2}}{\sqrt{2b - b^2}} \right\}$	$x = -a$ 又 $= -b$	



代 數 學 卷 之 四 答 式	$y = 4$ 又 $= 8$		二 廿 第	十 二 第
	五 廿 第 $x = 7$ $= 1$ 又 $= 4 \pm \sqrt{-105}$  $y = 1$ $= 7$ 又 $= 4 \mp \sqrt{-105}$		三 廿 第	一 廿 第
	六 廿 第 $x = ?$ 又 $= \frac{1}{2}$		四 廿 第	
	$y = 2$ 又 $= 16$			
			$x = 2$ $y = 2$	$x = 5$ 又 $= 4$  $y = 4$ 又 $= 5$
			$x = \pm \sqrt{2}$ 又 $= \pm \frac{1}{3} \sqrt{-6}$  $y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{2}$	$x = 3$ 又 $= -2$  $y = 2$ 又 $= -3$
			$x = 8$ 又 $= 4$	

八 十 第	六 十 第	四 十 第	$y = \pm 3\sqrt{2}$ 又 $= \mp 10$
$x = 8$ 又 $= -5$	$x = \pm 2$ 又 $= \pm 5$	$x = \pm 4$ 又 $= \pm 3\sqrt{3}$	二 十 第
$y = 5$ 又 $= -8$	$y = \pm 3$ 又 $= -\frac{6}{\sqrt{31}}$	$y = \pm 5$ 又 $= \mp \frac{16}{3} \sqrt{3}$	$x = \pm ?$ 又 $= \pm \frac{34}{9} \sqrt{3}$  $y = \pm 5$ 又 $= \mp \frac{16}{3} \sqrt{3}$
九 十 第	七 十 第	五 十 第	三 十 第
$x = 17$ 又 $= 1$	$x = \pm 7$ 又 $= \pm 4$	$x = 6$ $= 9$ 又 $= -9 \pm \sqrt{5}$	$x = \pm 3$ 又 $= \pm \frac{8}{\sqrt{6}}$  $y = \pm 1$ 又 $= \mp \frac{1}{\sqrt{6}}$
$y = 1$ 又 $= 17$	$y = \pm 4$ 又 $= \pm 7$	$y = 4$ $= 1$ 又 $= -3 \mp \sqrt{5}$	

代數學卷之四 答式

九 卅 第	四 卅 第
$x = \pm 8$ $= \pm 2\sqrt{2}$ 又 $= \left\{ \frac{1}{2}(-7 \pm \sqrt{17}) \right\}^{\frac{3}{2}}$	$x = 27$ 又 $= 8$
	$y = 8$ 又 $= 27$
$y = 32$ $= 1024$ 又 $= \left\{ \frac{1}{2}(-7 \pm \sqrt{17}) \right\}^5$	五 卅 第
十四 第	$x = 8$ 又 $= 2$
$x = 9$ 又 $= \frac{605}{117}$	$y = 2$ 又 $= 8$
$y = 4$ 又 $= \frac{20}{117}$	六 卅 第
一 十 四 第	$x = 25$ 又 $= 9$
$x = 244$ 又 $= 8$	七 卅 第
$y = 9604$ 又 $= 4$	$x = 27$ $= 8$ $= -1$ 又 $= -216$
	$y = 8$ $= 27$ $= -216$ 又 $= 1$

十三 第	七 卅 第
$x = \pm \frac{1}{2}\sqrt{a+2b} \pm \frac{1}{2}\sqrt{a-2b}$ $y = \pm \frac{1}{2}\sqrt{a+2b} \mp \frac{1}{2}\sqrt{a-2b}$	$x = \pm 2\sqrt{5} \pm 2$ $y = \pm 2\sqrt{5} \mp 2$
一 卅 第	八 卅 第
$x = \left\{ a \pm \sqrt{a^2 + 4b^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$ $y = \left\{ -c \pm \sqrt{a^2 + 4b^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$	$x = \left( \frac{a^4}{(a+b)^2} \right)^{\frac{1}{3}}$ $y = \left( \frac{b^4}{(a+b)^2} \right)^{\frac{1}{3}}$
二 卅 第	九 卅 第
$x = 4$ 又 $= \left( \frac{1}{108} \right)^2$	$y = 9$ 又 $= 324$
三 卅 第	$x = 5$ $y = 3$
$x = \frac{a^2}{a+b}$ $y = \frac{b^2}{a+b}$	

又	第五	第一	平方論之部
	$(x - \frac{3}{4})(x + \frac{1}{2})$	$(x - 10)(x + 12)$	
	第六	第二	
	$15(x + \frac{2}{3})(x + \frac{3}{5})$	$(x - 2)(x - 7)$	
九	第七	第三	
	$c(x - \frac{2a}{c})(x + c^2)$	$(x + 3)(x + 5)$	
		第四	
		$(x - 15)(x - 20)$	

六十四第	二十四第	作變出者十四
$x = 5$ 又 $= -2$	$y = 2$ 又 $= -5$	
$x = 81$ 又 $= 16$	$y = 16$ 又 $= 81$	
七十四第	三十四第	
$x = \pm 2$ 又 $= \mp 3$	$y = \mp 3$ 又 $= \pm 2$	第四十四第
八十四第	四十四第	
$x = \frac{1}{2}$ 又 $= \frac{5}{26}$	$y = \frac{1}{3}$ 又 $= \frac{15}{13}$	
$z = \frac{1}{4}$ 又 $= \frac{15}{44}$	$x = 3$ $= 2$ $= 1$ 又 $= -6$	
	$y = 2$ $= 3$ $= -6$ 又 $= 1$	第四十五
	$x = \pm 2$ $y = \pm 2$ 又 $x = \pm 2$ $y = \mp 2$	

二次方程式發生例之部	第五 $x^2 - \frac{x}{2} - \frac{1}{9} = 0$	第一 $x^2 + 9x - 90 = 0$
	第六 $x^2 - \frac{17x}{50} - \frac{1}{2} = 0$	第二 $x^2 + 12x - 45 = 0$
	第七 $8x^2 - 6x + 1 = 0$	第三 $x^2 - 25x + 144 = 0$
	第八 $x^2 - (2a - c)x - 2ac = 0$	第四 $x^2 - 83x - 84 = 0$

第一	八、及ト六	第二	七人
第三	十三、或ハ九	第四	十、及ヒ八
第五	十二、及ヒ八	第六	十四、及ヒ六
第七	長一百。四「ロツト」、	闊	六十五「ロツト」、
第八	九		
第九	長二十尺、	闊	十六尺、
第十	甲四十顆、	乙	六十顆、
第十一	四、及ヒ二	第十二	三里、
第十三	三十六、及ヒ	六十四、	
第十四	十五反、	第十五	金三十圓

第十六 三百圓、  
第十七 甲三十六里、乙三十里、  
第十八 四十四及ヒ十六、  
第十九 「セリ」一打價二磅、  
第二十 七十六里、乃至、一百五十二里、  
第二十一 小麥三十二俵、大麥四十八俵、  
第二十二 二百五十二里、  
第二十三 五、及ヒ三、  
第二十四 每一週、間三十「シルリング」、  
第二十五 三十六、

第二十六 十八、九、及ヒ六、  
第二十七 四、及ヒ六、  
第二十八 七、及ヒ五、  
第二十九 十二、及ヒ十五、  
第三十 七、及ヒ二、  
第三十一 六、及ヒ四、  
第三十二 甲二十日、乙三十日、  
第三十三 甲資本金六百圓、乙四百圓、  
第三十四 第一、牧、一百六十二頭、第二、牧、四十頭、第三、牧、六百。六頭、第四、牧、三百十三頭、

第三十五 三、及ヒ五、  
第三十六 十二、及ヒ八、

第三十七

大

$$\frac{a}{2} + \frac{1}{2}(a^2 - 4\sqrt{b})^{\frac{1}{2}}$$

小

$$\frac{a}{2} - \frac{1}{2}(a^2 - 4\sqrt{b})^{\frac{1}{2}}$$

第三十八

$$\frac{b}{a}$$

及ヒ

$$ab$$

第三十九

$$120$$

$$4 \cdot 5 \cdot 6$$

或ハ

$$-120$$

$$(-4) \cdot (-5) \cdot (-6)$$

第四十

十二インチ

第四十一

大 六十二<sup>1</sup>ポツ、小 十六<sup>1</sup>ポツ、  
大 五十<sup>1</sup>ポツ、小 四十<sup>1</sup>ポツ、

第四十二

七銖、及ヒ六銖、

第四十三

甲 五十五時間、乙 六十六時間、

第四十四

$$6(1 + \sqrt{2})$$

第四十五

第一 3 又 4  
第二 4 又 5  
第三 5 又 6

第四十六

$$\sqrt{3}$$

第四十七

$$\frac{1}{2}(3 \pm \sqrt{-3})$$

及  
七

第四十八

$$\frac{1}{2}(3 \pm \sqrt{5})$$

及  
七

第四十九

$$\pm \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

及  
七

$$\frac{1}{4}(5 \pm \sqrt{5})$$

$$\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{5})$$

$$\frac{1}{2}(3 \mp \sqrt{-3})$$

比例式例題之部

第六

五、及七、十五、

第七

十二、及七、十五、

第八

味淋二十五、燒酎五、

第九

二十、及七、十六、

第十

四十、及七、二十、

第十一

二十四、及七、十六、

第十二

三十二、及七、十八、

第十三

十五、及七、九、

第十四

六、

第十五 三十九 及七 二十六、

第十六 六十 一百二十 及七 二百四十

第十七 七 及七 六、

第十八 十二 及七 二十四、

第十九

$$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$$

序次配合例題之部

第一 五千。四十、 第二 七百二十、

第三 三百六十二萬八千八百、

第四 一百二十、 第五 七十、

第六 四千三百六十八、

第七 三萬八千七百六十、

第八 六百、 第九 一千七百十六、

第十  $n=8$  第十一 五十錢、

第十二 八頭、 第十三 五十七條、

代數學卷之四答式 終



白雲出卷之六

麻布烏居坂町一番地

石川 彝

第一區六小區  
第二町目十二番

小林新兵衛

第一區十一小區  
紺屋町三十七番地

小林新造

柳原喜兵衛  
森本太助  
松村九兵衛  
梅原龜七  
吉岡平助  
片野東四郎  
北畠茂兵衛  
稻田佐兵衛  
丸屋善七  
北澤伊八  
牧野吉兵衛  
山中吉兵衛  
小林新兵衛版