[illegible]輯

幾何學[illegible]

B 11

福岡第一師範學校
（學校圖書）

登錄番號	第	號
自然科學門		
數學部		
和算 漢法 款		項
目	4 1 4	類
全	冊ノ内第	冊
分類番號	第 (4 1 9)	號

福岡師範學校
書
門 數
部 (?)
番 [illegible]
號 1
5冊ノ内

024390

T1A1
32
Ta53

序

英國彌爾が自由之理に曰算學は除の外天下之事理各異説ありて相同しからされども事實においては天下之事千殊萬異にして猶人面之不同がごとしと雖ども只算學においては或は算法或は算用或は算筭が用ゐるも萬國一理なり而能も在方今皇國の筭算が用ゐはるら西洋の

筆算の用ゐる文化ありし開けて天下の廣き萬
物の多き之を窮むるに窮なし日常の計算よ
り以て器械を製し器を測りて量地航海等に
至るまで一も此技の用ゐざるはなし就中格物
学に至りては皆此学に由りて百般の物を
計算するに能はざれば則其数為に惑はされ
試みに思へ古より以来格物家にして算術を
知らざる者やある故に窮理書を学ぶにも

算術を知らざるものハ恰も眼一ツの人のご
とし是を以て日新学化と稱せらるる國に於
てハ則此技を以て一日も欠くべからざる者とせ
り古より以来皇國に於ても此学大に開け古人
の發明尠なかりしと雖ども世の迂儒斥して賤
技となしてこれを学ぶ者稀にして隨ふて其蘊
奥を發揮する能ハざりし是れ筆算の彼の等
算に及ハざる所以乎

紀元二千五百三十四年第十月上浣

高瀬精識

凡例

一此書ハ予阿波國ニ在テ學中米人洛斯臣氏の著書ヲ原トシ何郡有志ノ請ニ從テ學フ所の者等ニ記スル者既ニ散逸シタルヲ以テ今原書並他一二書ニ依テ訂正シ以テ之ヲ上梓ス晩年の士西籍ヲ學フニ遑アラザル者輩ニ一覧セハ偏ニ一理ヲ知ルアラン

一泰西人ハ名ヲ命スル深切アルヲ以テ解深中頗ル重複ノ所アリ邦人ニ在リテハ却テ煩ヲ覚ユルモノカルヘシ故ニ其畧ニ従テ害ナキ者ハ之ヲ畧シ且解深中他書ニ從フ者アルヲ以テ間原書ト合ハザル

所あり此編を観る者宜しく之を諒せよ

一ABCD等の文字ハ之を和譯するに至りてハ之に代ゆるニイロハ等の文字を以てすれハ適當の様と雖とも方今西籍大ニ皇國に伝播し西洋の小童といへども亦之を知らざるなし故に敢て改めず且譯字ハ先哲既ニ用ゐる所の者ハ之に随ふといへども未譯字ある者ハ原語の儘之を書す

一予自ら錯愚にして才学に乏しきに此編を編輯する故に字句の穏當ならざる者言を待たずして疎漏脱誤極めて多かるべし此編を観る者文を以て意を害する事なく訂正を補ひ下さば幸甚

明治七年十月

子純氏森　識

幾何學新編總目録

總目録終

幾何學新編卷之一

目録

竹酒舍藏版

記号

＋ 加及正号ニ用ユ。 − 減及負号ニ用ユ、 × 乘也。
÷ 或ハ ∴ 除也。 > 左數右ヨリ大ナル時ニ用ユ。
< 左數右ヨリ小ナル時ニ用ユ。 ⊙ 圓也 ∟ 角也。
LR 直角也。 = 左右同号ノ時用ユ。 ° 度也。 ′ 分也。 ″ 秒也。
△ 三角也、 ⊥ 鉛直也。 ∽ 二數大小未知ノ減号ニ用ユ。
Comp. 原名コンプレメント 九十度ヨリ或ル角度ヲ減シ余ル殘角ヲ稱ス
Sup 原名シュップレメント 百八十度ヨリ或ル角度ヲ減シ余ル殘角ヲ稱ス

幾何學新編巻之一

阿部有清閲

東京 高瀬精編輯
阿波 阿部泰次郎校訂

稱呼

一 幾何學 物形の大小多寡測量の學ヲ稱ス
一 點 萬物成形の原ニシテ長短濶狹ヲ絶ス單一之位置ヲ稱ス
一 線 兩點間の長ニシテ分界ヲ定ムル者ヲ稱

一 直線　一点より直ニ他点ニ至る者を稱ふ也

一 弧線　委く方向を換へて續く變の線を稱ふ

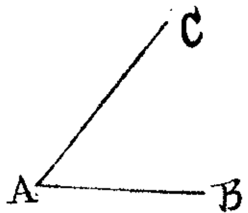
一 屈折線　異方向ニ許多の直線端を接合する者を稱ふ

巻中ニ線と記せる者ハ直線を稱して屈折線又ハ弧線を稱せず

一 鉛直　正平ニして傾斜せざる於一線端ニ鉛を結締し之を直垂せる如き者を稱ふ

一 面　厚を記長濶形を稱ふ

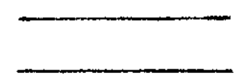
一 角　一点より二線を異方向ニ畫し其中間ニ生ずる弧線の長を稱ふ



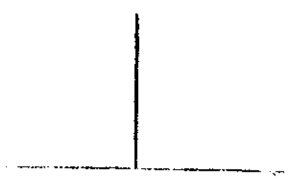
A点よりAB・AC線を畫き其中間CAB を角と云ふ即
A角也

一 平行線　同方向ニ駢列せる二線を稱ふ且其線を何の延長するといへども決して交らず

む



一 直角 二線互ニ鉛直ニ合シテ成ル角ヲ称ス

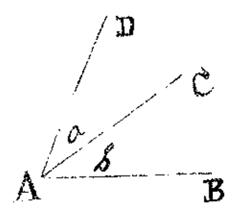


一 鋭角 直角ヨリ小ナル角ヲ称ス

一 鈍角 直角ヨリ大ナル角ヲ称ス
鋭角鈍角ハ斜角ト称シ互ニ平行ヲ為サス鉛直ヲ為サヾル線ヲ斜線ト称ス

一 角点 二線ノ合スル尖ヲ称ス
角ハ一般ニ其角点ニ在ル文字ヲ以テA角或ハB角ナド称スト云ヘドモ二角三角ト一点ニ湊集セバ一字ヲ以テ之ヲ識別

しがたし故に三字を用ひて之を記す乃ち左圖の如くAB、AC、ADの三線Aの一点に湊集せりaをDAC、bをBAC、a、bを表する者をDAB等と記す



一　三角形　三辺三角を有する面を稱す

三角形三辺の中一を以て底と為す此對角を頂角といひ此角点より底の両端に至る二線を脚といふ而して底脚にて挟む角を傍角と稱す

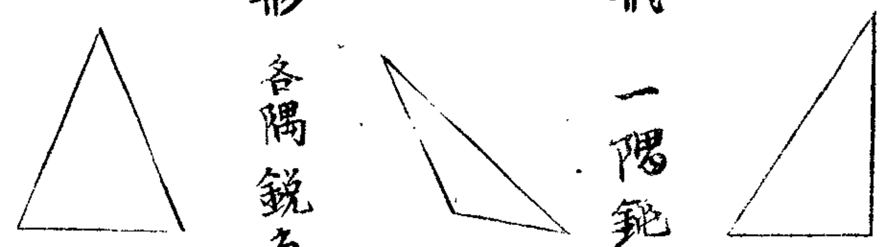
一　不等辺三角形　三辺皆等しからざる三角形を稱す

一　等脚三角形　三角形の二辺等しき者を稱す又之を圭形といふ

一　直三角形　一隅に直角を有する三角形を稱す又之を勾股形といふ

一 鈍三角形 一隅鈍角ある者を称す

一 鋭三角形 各隅鋭角ある者を称す



一 等角三角形 三角共に等しき者を称す

一 四邊形 四角四辺有る者を称す

一 平行辺形 等辺互に平行を為す四辺形を称す又之を四種に分つ

其一 長方形 等辺ある而して四隅皆直角を為す者なり

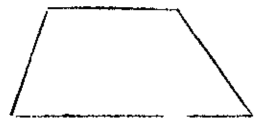
其二 方形 四辺同等にして四隅並く直角を為す者なり

其三 斜方形 二隅鈍角を有し等辺互に平行を為す者なり

其四　菱形　四邊相等しくる斜方形なり

一　不等四邊形　四辺皆な相等しからさる者を稱す

一　梯形　一の對辺ハ平行し他の對辺ハ平行せさる四辺形を稱す



以上説述せる所の三角形四邊形等を總て多角形と稱す故に多角形ハ辺角の多少に随て五角六角七角等の名を命す

一　對角線　一角点より相對する角点に曳く直線を稱す

一　周辺　多角形の全辺を稱す

一　底辺　多角形の最下に在る一辺を稱す

一　高　多角形の底より對辺或ハ對角に鉛直に曳く直線の長を稱す

一　等形　多角形両箇あり形に大小辺に長短あり

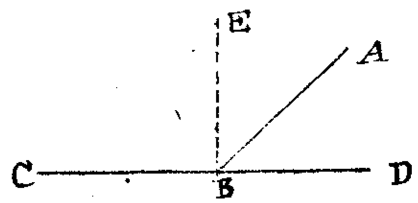
トイヘドモ角数及辺数等シク相似タル之ヲ
等形ト称ス

一度

弧線ノ輪匝セバ則円形ト成ル此周囲ヲ
三百六十分スル者ヲ度ト称ス一度ヲ又
六十分ト成シ其一分ヲ復分テ六十秒ト
スル

第一款

一線上ニテ他線ノ合接セバ二角ヲ為スモ
其二角ノ和ハ必ズ二直角也



ABヲCDニ交接スル時AB線CD線ニ
鉛直ナリセバABD角ハABC角ニ等シ
クシテ各直角ナル故二角ノ和ハ二直ト成
ルヲ明カナリ依テ今AB線左右ニ偏スル
トモ猶同理ナルヲ左ニ示ス

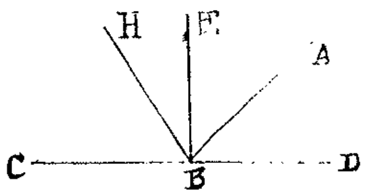
証 EB線ヲCDニ直角ニ画スル時ハCB
E及EBD角ハ各直角也今CBA及AB
D角ヲ併合スル時ハCBEトEBD角ヲ

加へし者ヲ等しき理ニ依テ二角の和ハ二直角ニ
等しきを知る
本数のABC及ABDの両角ハ互ニシュツプレ
メントなるを

第二数

直線中の或る点より同側ニ数線を畫きし其数角をなすも而して此角の和ハ必ズ二直角なり

CDを一線としBを或る点としHB、EB、ABをの線を畫せバ数角を為すも此和ハ乃チ二直角ニ等しかるべし



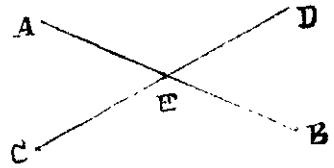
證 第一数ニ依れバABD、ABC角ハ互ニシュツプレメントの角なる故此和ハ二直角也 蓋しB点より数線を畫し数角を作ると云へども其和ハ必ズABD、ABC角の和ニ等しき故本数ニ説述するが如し

附一 本数ニ依れハCDの下側ニ成る数角の和も二直角ニ等しき故B点を囲繞する総角の和ハ四直角ニ等し
四直角則三百六十度ニ等し

附二 圓の周囲ハ四直角ニ等ふして半圓ハ二直

角の象限即ち九十度ハ直角に等し

第三款　二直線交截する時ハ其交対角必す相等し



右図の如くAB、CDの二線E点に於て交截するときハAEC角ハDEB角に等しくCEB角ハAED角に等しかるべし

証　AB、DC此二線Eに於て交截する故にAED及DEB角の和ハ二直角にしてAEC及AED角の和も亦然り故に

$$\angle AED + \angle DEB = 2R$$

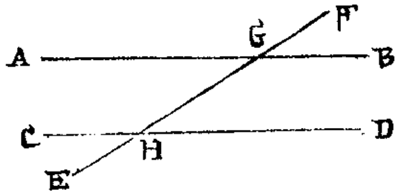
$$\angle AEC + \angle AED = 2R$$

相減すれば

$$\angle DEB = \angle AEC,$$

同理に依てAED、CEBの二角も同等なる旨を知るべし

第四款　平行線あり一線を以て之を斜截すれハ線側に成る内角の和ハ二直角なり



上図の如くEF線AB及CDの平行線を斜截すれバBGH及DHG二角の和ハ二直角に等しかるべし

證　GBとHDハ平行なる故EFなる斜線を傾斜するものとし故にFGB角ハGHD角に等し今各にBGH角を加ふれバ

$$\angle FGB+\angle BGH=\angle GHD+\angle BGH$$

前第十二直角ニひとし知ル故

$$2R=\angle GHD+\angle BGH$$

とし則本数ヲ證せる如し

第五数　一斜線平行線ヲ斜截すれバ其錯角ハ相等し

前数の圖ヲ用ゆ

圖のごとくA B, C D ヲ平行線としE Fの斜線ヲ以てG及H点ヲ貫き斜截せしむればAGH角ハGHD角ニ等しくHGB角ハCHG角ニ等しかるべし

證　前数ニ依リ

支

$$\angle BGH+\angle GHD=2R$$

$$\angle AGH+\angle BGH=2R$$

支去減

$$\angle GHD=\angle AGH$$

同理ニ依て

$$\angle CHG=\angle HGB$$

第六数　二線あり一線ヲ以て之ヲ斜截する時二線側ニ成る内角の和二直角なりせバ二線平行也

第五数の圖ヲ用ゆ

図の如くEF線AB、CDの二線を斜截する時BGH、GHD二角の和が二直角と為る時ハ二線平行なるべし

証 EF線BGヲ交接する故ヲ

$$\angle FGB + \angle BGH = 2R$$

又本款ニ依る 又

$$\angle BGH + \angle GHD = 2R$$

右式 右ヲ減 左

$$\angle FGB = \angle GHD$$

なる故GB及HDの二線平行なる事を知る

附一 一線が他二線を斜截する時内錯角が同等と為る時ハ二線平行也

附二 一線他二線を斜截する時内角と外對角が同等と為る時ハ二線平行也

附三 一線が他二線を斜截する時外錯角が同等と為る時ハ二線平行也

第七款 交角あり其脚平行せバ両角ハ相等しきか或ハシュツプレメント也

AC若BDヲAH若BFと平行と為す時ハDBF角ハCAH角と等しく若DBG角のシュツプレメント

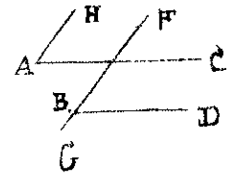
なるべし

証　CAH角ハDBF角ニ等しき如何となれば

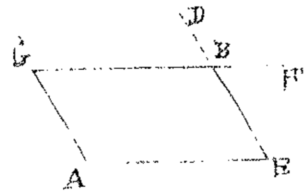
バAHハFGニ平行しACもBDニ平行

なればなり也又FBD角ハDBG角のシユップ

レメントなる故A角も亦然り



第八款



斜方形の對角ハ同等也

其の如くAEBGヲ斜方形と為す時GB

E角ハ其對角Aと同等なるべし

証　EBヲDヘ延長しGBヲFヘ延長する

時BDハAGニ平行しBFハAEニ平行

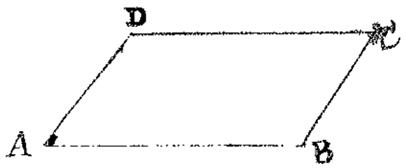
なる故DBF角ハA角と同しとし蓋し第三款ニ依

れバGBE及DBF角ハ相等しき故GBE角ハ

A角ニ等しき也此ニ故知る同理ニ依てG角ハE角と

等しき理も解るべし

第九款



斜方形内角の總和ハ四直角ニ均とし

ABCDヲ斜方形と為す時A.B.C.D.角の

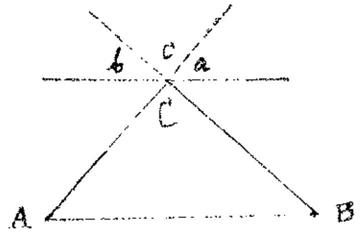
和ハ四直角ニ等しかるべし

証　AD及BCハ平行線なる故第四款ニ依

れバA.B.二角の和ハ二直角ニ等し同理ニ

依てC.D.二角の和ハ總二直角也故ニ本款

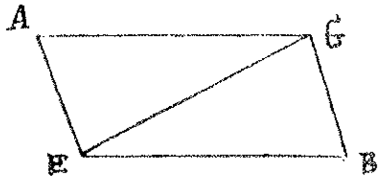
の如し



第十款 三角形内角の總和ハ必二直角也

証ハ圖の如くABCを三角形とし其頂点Cを貫きABと平行なる一線を畫しAC、BCを延長せバA角ハa、B角ハb、Cハcに等しき故ニA、B、C角の和ハa、b、c角の和ニ等しく蓋しa、b、c角の和ハ二直角なる故A、B、C角の和も亦然り

第二證 A、B、G、Eを斜方形としGEの對角線を曳き其を三角形とせバGB及AE線ハ平行なる故第



五款ニ依りてBGE角ハAEG角ニ等しく今其各角をbと名づく同理ニ依りBEG角ハAGE角ニ等しく之をaと名づく
A及B角ハ斜方形の對角なる故第八款ニ依るが相等し證を明了ならしむ 故ニ
斜方形内角の和ハ四直角ニ等し 故ニ

$\angle A+\angle B=\angle 2A$

$2A+2b+2a=4R$

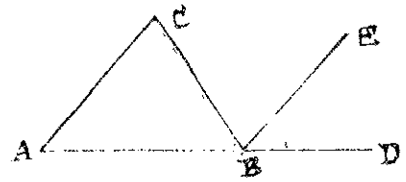
二除すれバ

$A+a+b=2R$

第三証 ABCを三角形としABをDニ延長しBよりEをACと平行ニ畫せバEBDハA角ニ

等しく CBE角とACB角ハ錯角なる故第五款

に依て亦等し故に知る故に



$\angle CBE + \angle EBD = \angle CBD$

$= \angle A + \angle C$

両辺へA

BC角を

加ふれば

$\angle CBD + \angle ABC =$

$\angle A + \angle C + \angle ABC$

第一款に依れハ

前辺ハ二直角なり

故に後辺も亦し

かり

第十一款　三角形あり其一辺を延長せハ形外に一

角を生ず此をシュップレメントに等しき二内角の和ハ

新角と等しかるべし

前款第三証の理に依る

ABCを三角形とし AB を D まで延長せバ CBD

角ハC及A角の和に等しかるべし

証第十款第三証に依て之を会得すべし

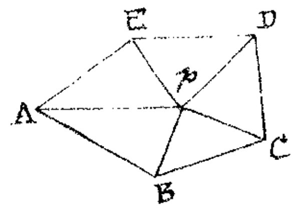
第十二款　多角形内角の總和ハ辺数を二直角に乗ぜ

し者より四直角を減する者也

辺数を n とする時ハ A,B,C,D,E 角の和ハ n を 2R

を乗せしものより 4R を減せしものなるべし

証 A,B,C,…の各角より線を書し形中の一点へ



ヲ湊集スル時ハ新ニ三角形ヲ生スル原形ノ辺数ト等シ比三角形内角ノ総和ハ

$n \cdot 2R = 2nR$

雖然トモ $2nR$ ハ中点ヲ囲繞スル四直角ヲ含メリ故ニ之ヲ減スベシ

$2nR - 4R$

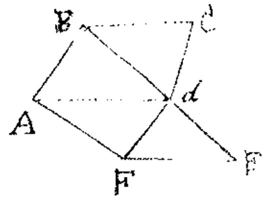
即多角形内角ノ和也

附

本数ニ依レバ多角形中数直角ノ和ハ辺数ヨリ二ヲ減シ余ル者ノ二倍也

図ノ如ク A B C D E F ハ多角形ニシテ ヵ ヨリ各角ニ線ヲ画スル時ハ若干ノ三角形ヲ生スル辺数ヨリ二箇少シ而シテ此三角形内角ノ和ハ二直角ニ等シ故ニ辺数ヲ n トセバ

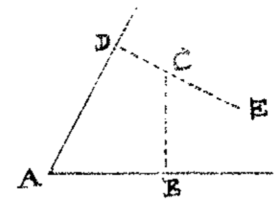
$(2n-4)$ 即数直角ノ数也



第十三款

一角アリ其両脚ノ或ル点ヨリ垂線ヲ下シテ互交セシムレバ其交点ノ角ハ原角ノシュップレメント也

図ノ如ク BAD ヲ原角トシ D 及 B 点ヨリ DC、BC ノ垂線ヲ下シテ互交セシムル時 DCB 角ハ原角 A ノシュップレメントナルベシ



証 DCヲEニ延長シテBCE角ヲ作ル時ハ

$\angle BCD + \angle BCE = 2R$

又ABCDハ四辺形ナル故内角ノ和ハ四直角ニ等シクシテABC及ADCハ各直角ナル故

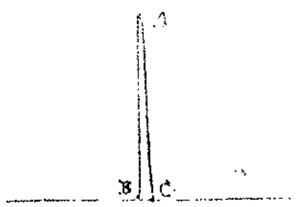
$\angle BAD + \angle BCD = 2R$

前式ヨリ減セハ

$\angle BAD = \angle BCE$

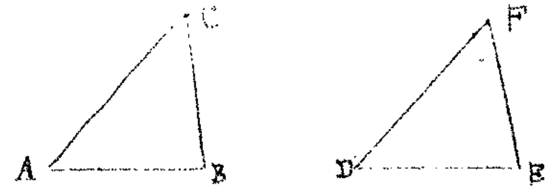
BCD角ハBCE角ノシユウプレメントナル故A角モ亦然リ

第十四款 一直線外ノ一点ヲ貫キ二毛線ヲ作ル能ハス



A點ヨリAB、ACノ線ヲ畫キ今假ニABヲ垂線トナスキ時ハABC角ハ直角也又ACヲ垂線トセバACB角モ亦直角也蓋シ三角形中内角ノ和ハ二直角ナル故ABC三角形ノ二角其和二直角ニ等シケレハA角ハ小ナルモ未實トシテ零ナラサルヲ得ス故ニAノ一點ヲ貫キ二箇ノ垂直線ヲ畫クルニ其定度ヲ變セサレハ二線竟ニ一致スベシ故ニ本款ノ如シ

第十五款 両三角形アリ二邊並挟角ニ等シキ時ハ等



類同形也

ABC及DEFが各三角形とし ABとDE、ACとDF、A角とD角と等しくせバ両形ハ必ず等類同形なるべし

証 ABC三角形を取りDEFの三角形上に置き A点をD点へAB辺をDE辺上に一致せしむるときバB点ハE点に合すべし如何となれバ是が為線ハ等しければなり故也又A角とD角とハ等しければ以てAC線ハDF線に一致すべし且此両線ハ等しければC点ハF点に合す

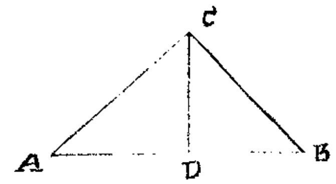
べし 今B点ハE上にありCハF上にあるが故にBCハEFと一致せざるを得ず依て各辺各角ハ等し
是故に等類同形なるを知る

第十六款 両三角形あり一辺及傍角二箇等しければ等類同形也

術路前款の如し

第十七款 等脚三角形あり其等脚の對角ハ彼此同等也 ACがBCに等しくなる時ハA角とB角に等しかるべし

証 C角を等分する線CDを畫せバ本形ハ分れて両



三角形となる其一のＡＣ、ＤＣ、の二辺は他のＢＣ、ＤＣの二辺に等しく其挟角ＡＣＤ、ＢＣＤは同等なる故第十五款に依てＡＤ及ＢＤと等しくＡ角はＢ角と等しきなる

吟得たり

附一　三角形中の二角相等しければ其対辺は必ず相等しく其形は等脚三角形也

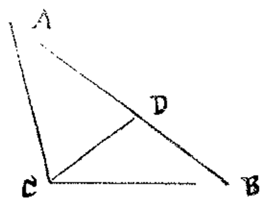
附二　ＡＣＤ及ＢＣＤの両三角相等しき故Ｃ角を等分する線は底と鉛直にして且底を平分す

第十八款　凡三角形ノ最大角ヲ對する辺は必他の

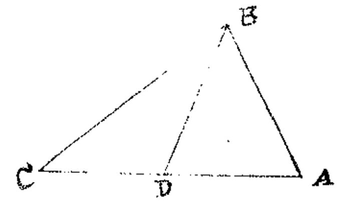
辺より大也

図のごとくＡＣＢはＢ角より大なりとせばＡＢ辺はＡＣ辺より大なるべし

証　Ｂ角に比してＢＣＤ角を作りＣＤを画してＢＤＣ三角形を作る時第十八款に依てＤＣ辺はＢＤ辺に等し且直線は曲線より短かき故ＡＣはＡＤ・ＤＣの和より小なり蓋し此二線の和はＡＢと等しき故本款を説述するが如し



第十九款　三角形中二辺の差は他の一辺より小也



ABと等称すAD或畫を

証 直線ハ曲線より短かし故ニ

$AD+DC<AB+BC$

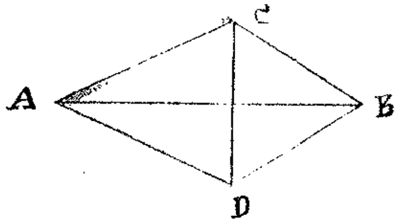
ABをADニひとしき故両方より之を減ずれば

$DC<BC$

第二十款

両三角形あり三辺各等しけれバ同積等形なり

ABC ABD或ニ三角形としABハAB、ACハAD、BDハBCと等しくせバ両形ハ等積なるべし



第二十一款

両三角形あり二辺ずつ等しといへども挟角

証 二三角形のAB線或ハ各しCD線或作る時ハACをADニひとしき故ACD角ハADC角ニ等し同理ニ依てBCD角をBDC角ニ等しきを知る依て次式或ハ

$\angle ACD+\angle BCD=\angle ADC+\angle BDC$

即チ

$\angle ACB=\angle ADB$

同理ニ由て

$\angle CAB=\angle DAB$

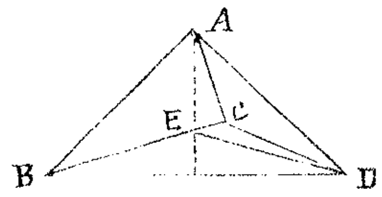
$\angle CBA=\angle DBA$

なるを知る依て三角形ハ各辺各角共ニ等しき故同積等形なる事會得すべし

不等なれバ残四又不等にして其夾角を異にす
る三角形ハ第三四も亦大也

ABをADと等しくACを両形の旁とし
しBAC角をDAC角より大と定むる時
BCハCDより大なるべし

証 BD線を作りBAD角を等分する線を
畫きれバABAD及ADハ相等しき故第十七
数附二に依れバ此線ハBDに垂線也又B
AC角ハDAC角より大なる故此垂線ハ
BC線を貫くと雖どもCDに交ざれバ各E



点よりE
D線を畫
きれバ

$BE = DE$

各にEC を
加ふれバ

$BE + EC = BC$

$= DE + EC$

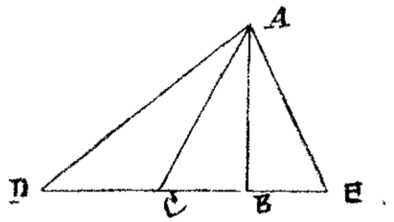
蓋しDE及ECの
和ハDCより大也
故にBCハDCよ
り大なるを知る

附一
一線の於中点に畫きたる垂線外の一点を原
線の両端を距る等しからざれ

第二十二数 一点より一直線上に垂線を下し及び同点
より斜線若干を作る時ハ次の三件を生ず

其一 垂線ハ必ず斜線より短かし

其二 二斜線垂線を距る等しければ其長相等し



其三 斜線垂線を距る彌く遠けれバ其長亦随て長し

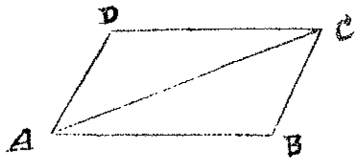
其一証 ABC三角形の一辺ABハBCと垂線なる故ABC角ハ直角也是を以てBCA角ハ直角より小也故に第十八款に依てABハACより小なるを知る

其二証 ABCとABEの両三角形中ABハ兩辺にしてCBハBEと等しく且ABC、ABEハ各直角にして等しき故第十五款に依てACハAEと等しき証を知る

其三證 ACBとACD角の和ハ二直角にしてACB角ハ直角より小なる故ACDハ直角より大なりしかしてADCハ直角より小なる故第十八款に依てADハACより長きを知る

第二十三款 斜方形の對角對辺ハ互に等し

圖の如く對角線ACを畫せバABとDC、BCとADハ各平行なる故BAC角とDCA角ハ互に等しき也を第五款に説述するが如し同理に依てACB角ハDAC角に等しとし故に第十六款に依て其對辺互に等



し然るを知る

附一　斜方形内角の和ハ四直角なる故A角直なれば C角も亦直なりて其形ハ長方形也

附二　ABC角ヲBAD角に合すれバABC三角形内角の和ヲ等しくる故斜方形中駢列する二ツ角の和ハ二直角ヲ以とし

第二十四款　四辺形の対辺等しく且平行なる者ハ平行辺形也

前款の反ヲ證す

證　対角線ACを画せバ二三角と成りてAC

ハ其形辺なり而して又ABハDCに等しくADハBCに等しくる故第二十款ヲ依りて二三角形ハ相等しきを知る而して又ACの対角ハ各相等しくADハBCに平行しACD角ハCAB角ヲ等しくる故ABハCDに平行せり相等ざるを得ず故ニ平行辺形也

附　本款及前款ヲ證すれバ斜方形の対角線ハ斜方形を平分ス

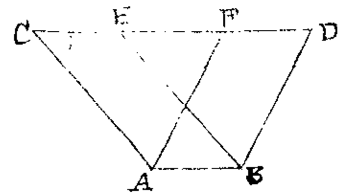
第二十五款　二等線平行せバ其両端を結締する線ハ等しく且平行をなし而して求る所の図ハ平行辺形也

第二十四款の図ヲ依る

ABヲDCト平行トシテACノ線ヲ畫シ又平行二線ノ兩端ヲ結締スル二線AD、BCヲ畫スベシCABハACD角ト同シトシ且ACハ兩三角形ノ務因テ故ニ第十五數ニヨレバ此形ハ等シクADハBCト等シク且平行セリ故ニ本數ニ記述スル如シ

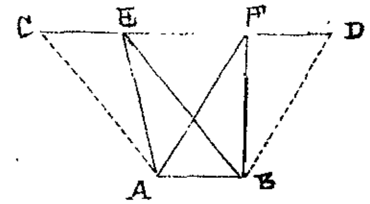
第二十六數　二線平行スルアリ其一線ヲ底邊トシ此兩線ノ間ニ斜方形兩箇ヲ作ル時ハ其積ハ相等シ

AB及CDヲ平行線トシABEC及ABDFノ斜方形ヲ作リABヲ其底邊トスル時此兩形ハ等積ナルベシ



證CEトFDハ各ABニ等シ故ニ互ヒニ等シキヲ以テCFハEDニ等シ又BEハAC、AFハBDニ等シ故ニACFトBEDノ兩三角形ハ等積也今ABDCノ全量ヨリACFノ三角形ヲ減スレバABDFノ斜方形ヲ残シ又全量ヨリBEDノ三角形ヲ減スレバABECノ斜方形ヲ残ス故ニ此斜方形ハ相等シキヲ知ル

第廿七數　平行線アリ其一線ヲ底ト為シ二線ノ間ニ此三角形ヲ作ル時ハ各等積也

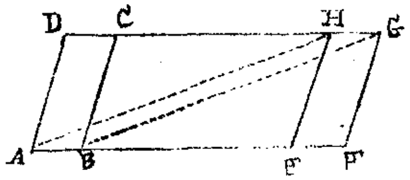


証 AFと平行なるBDを畫し又BEと平行なるACを畫してEFを左右へ延長すれハ前款を参考するにABDFとABECの二斜方形ハ相等しく而してABE三角ハABECの斜方形二分一にしてABFの三角形ハABDFの斜方形二分一也故に二三角ハ相等し

第廿八款

平行線ノ間ニ成ル二斜方形其底等しけれバ同積也

ABCD及EFGHを平行線ノ間ニ成る斜方形として ABをEF或ハHGと等しからしむれバ二斜方形ハ等積なるべし



証 AH及BGを畫せハABGHの斜方形ハABCDと等積也而してGHEFとGHABの二斜方形ハGHなる同底を有ツ故ニ又相等しく依てABCDとEFGHと等積なるを知る

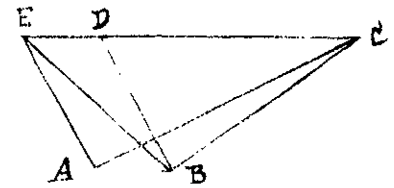
附一

平行線ノ間ニ在る二三角形其底等しけれバ等積也

証 BD及EGの對角線を畫せバABD三角形ハ

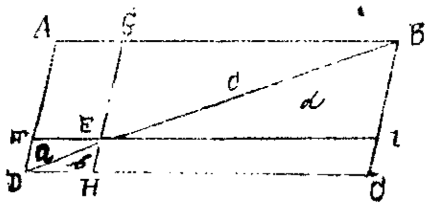
AGの二分一なりしてEFGの三角形ハFHの二分一なればなり

第二十九款 平行線内ニ画く三角形及斜方形其底同等なれバ此三角形ハ斜方形の積二分一ニ等し



証 前款ニ依て考ふれバABE三角形とABC三角形ハ相等しふしてABEハABDEの斜方形二分一なる故本款を説述せるがごとし

第三十款 斜方形あり其對角線中の一点を貫ぬき底及傍辺と平行なる両線を畫せバ新ニ斜方形二箇を生ず而して此新形ハ相等積也



譬へバABCDを斜方形とし其對角線BDの一点EをGH及FIを各辺と平行ニ畫せバAEとIHの二斜方形ハ同積なるべし

証 二十四款附一ニ依れバ

$$\triangle ABD = \triangle BCD \quad (1)$$

又

$$\triangle a = \triangle b$$

$$\triangle c = \triangle d$$

$$\triangle a + \triangle c = \triangle b + \triangle d \quad (2)$$

(1)より(2)を減じ差を出ず

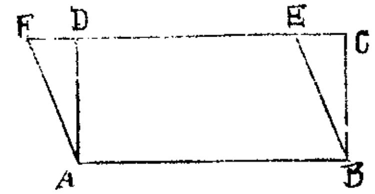
$$\triangle ABD - (\triangle a + \triangle c) = \triangle BCD - (\triangle b + \triangle d)$$

即

$$AE = IH$$

第三十一款 長方形の周辺ハ高と底ニ等しき斜方形の周辺より短かし

証 第二十二款ニ依れバ



$BC < BE$

$AD < AF$

$AB = CD = EF$

故ニ

$AB + BC + CD <$

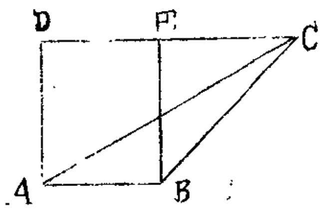
$AB + BE + EF$

本款のごとし

第三十二款 三角形の積ハ其底ヲ高二分一ニ乗ずる者也

竹柏舎蔵版

図のごとくABCを三角形とし底と直角ヲなすADを画し之を高と定めて其積ハABとAD半ニ乗ずるニ等しきを証せん

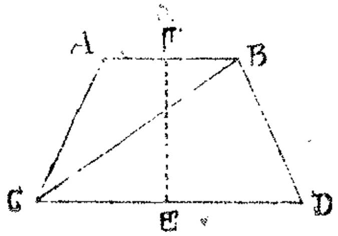


ABEDの平行辺形を作れバ其積ハABとADニ乗ずるニ等し 蓋しABC三角形の積ハ第二十九款ニ依れバ此平行辺形の半ニ等しき故 本款ヲ説述するがごとし

第三十三款 梯形の積ハ其平行辺の和二分一ヲ高ニ乗ずる者也

竹柏舎蔵版

ABDCヲ梯形トシEFヲ高トセバ其積ハAB及CDノ和ノ半ヲEFニ乗ズル者ニ等カルベシ



証　対角線BCヲ畫シテ両三角形トナセバ其積左ノ数ニ依リテ如下

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} CD \cdot FE$$

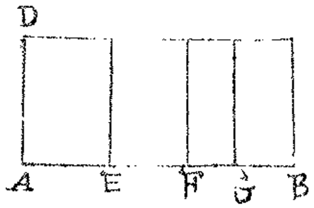
$$\triangle CAB = \frac{1}{2} AB \cdot FE$$

右式　相加　合シ　之

$$\triangle BCD + \triangle CAB = \frac{1}{2} FE (AB + CD)$$

右式ノ前ハ即チ梯形ニ等シク後ハ本款ノ如シ

第三十四款　長短二線アリ其相乗ハ長線ヲ数分シ各ニ短線ヲ乗セシ者ノ和ニ等シ



ADヲ短線ABヲ長線トシ之ヲAE、EF、FG等ニ数分シテ其各ニADヲ乗セシ者ノ和ハ即チABトADノ相乗ニ等シカルベシ

$$AB = AE + EF + FG + GB$$

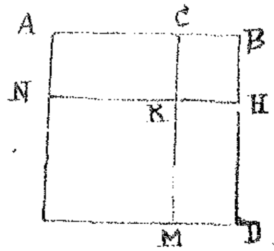
各ニADヲ乗ズレバ

$$AD \cdot AB = AD \cdot AE + AD \cdot EF + AD \cdot FG + AD \cdot GB$$

本款ノ如シ

第廿五款　一線あり之を分ちて二線とせバ其各の自乗ト各の相乗二倍を加へし者ハ全線自乗ニ等し

ABを一線としC点より之を二分せる時ABの全線自乗ハAC自乗CB自乗ニAC、CB相乗二倍を加ふるニ等しかるべし



証　C点よりCMをBDと平行ニ畫しBHをCBニ等しからしめHよりHKNをABと平行ニ畫してCHの方形を作る又ABハBDニCBハHBニ等し故ACハHDニ等し且NKとACハ長方形の對辺故ニ等し同理ニ依てKMハHDニ等し故ニNKハKMニ等し是を以てNMの方形ハNK即ACの自乗ニ等し今全圖を見るニNM及CHの方形ニAK及HMの長方形を加へし者ニして其長方形ハ各長濶ニ等しき故同積也是を以てADの全圖ハAC自乗CB自乗ニACCBの相乗二倍を加ふるニ等しきを知る

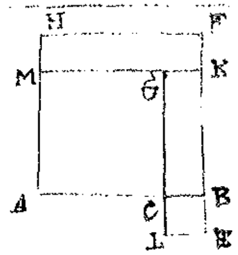
代数術を以て之を解す

$$AC = a$$
$$CB = b$$
$$AB = a + b$$
$$\overline{AB}^2 = (a+b)^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

a を b と等しくせバ

$$\overline{AB}^2 = 4a^2$$

なり故ニ



次の一条を得る

附　或る線の自乗ハ此線二分一の自乗四倍に等し

第三十六款　二線あり其差自乗ハ各線自乗の和より各線相乗二倍を減ずる者に等し

ABを長線CBを短線としACを其差とせる時ACの自乗ハAB自乗CB自乗の和よりAB、CBの相乗二倍を減ずる者に等しかるべし

証　AFの方形ハABよりBLの方形ハBCよりAGの方形ハACより成る而してGCハAC、CLハCBに等しき故GLをABを等しく故にGEの直形ハABにBCの相乗也又AHをAB、AMハACに等しく故を以てMHハCBと等しき故にMKハABに等しく故にHKの長方形ハABとBCの相乗に等しくGE及HKを合せば即ABとBCの相乗二倍也又AB自乗にBC自乗を加ふときAHFELCの全面に等しく故にHK及GEの両長方形を減せば即AGの方形也故に本款に説述する所の如し

代数術を以て之を解ば

$AB = a$

$CB = b$

$AC = d$

ならば

$d = a - b$

$d^2 = a^2 - 2ab + b^2$

若dをbと等しくせば則ち

$d = \frac{1}{2}a$

$d^2 = \frac{1}{4}a^2$

依て一条を得

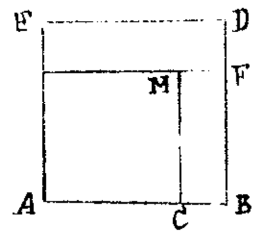
附

或る線二分一の自乗ハ原線自乗四分一ニ等し

第三十七款　長短二線あり各線自乗の差ハ二線の和及差の相乗ニ等し

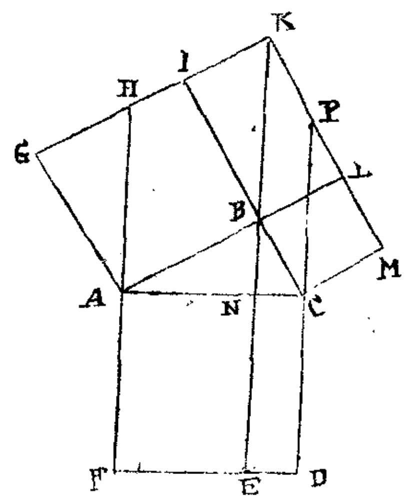
ABを長線としACを短線とせる時ABの自乗よりACの自乗を減じたる者ハ二線の和及差の相乗ニ等しかるべし

証　長方形EFの長辺EDを則ABにして長方形FCの長辺MCを則ACとし又各の短辺CBをABとACの差にして其長辺を相加ふるがABとACの和ニ等しき故本款の如し



第三十八款　直三角形の斜辺自乗ハ他二辺自乗の和ニ等し

三角形の三辺に於てAD、AI、及BMの方形を画



而B点ヲ貫テACと鉛直ナルBNEヲ畫シGI及MLヲKマデ延長シ又AFヲHマデ延長ス
BAG及ヒNAH角ハ皆直角ナル故各ヨリBAH角ヲ減スル時ハ其残角即チBACとGAHハ相等シ且G角ハ直角ニシテABC角ニ等シクABハAGニ等シ故ニ第十六数ニ依レバABCとAGHの両三角形ハ相等シクAHハACニ等シ蓋シACハAFニ等シ故ニAFハAHと等シ又第廿ハ数ニ依ル時ハAEとAHKBの両平行辺形ハ其底相等シク且平行線間ニ在ル故等積也又方形AIとAHKBハ平行線間ニ在リテ其底等シ故同積也此故ニAIの方形ハAEの長方形ニ等シ故知ル同理ニ依テBMの方形ハNDの長方形ニ等シ蓋シAIとBMの両方形ヲ合併セバAEとNDの和ニシテADの方形ニ等シ故本数ニ説述スル如シ

附

二個の直三角形あり斜辺并他一辺等シケレバ等積也

証 ABC及AGHを両直三角とせば

$$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$$

$$\overline{AC}^2-\overline{BC}^2=\overline{AB}^2$$

$$\overline{AH}^2=\overline{AG}^2+\overline{GH}^2$$

$$\overline{AH}^2-\overline{GH}^2=\overline{AG}^2$$

$$AC=AH$$

$$GH=BC$$

$$\overline{AC}^2-\overline{BC}^2=\overline{AH}^2-\overline{GH}^2$$

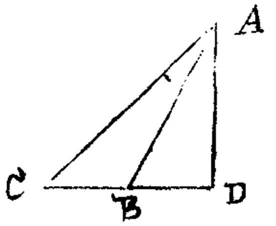
$$\overline{AG}^2=\overline{AB}^2$$

$$AG=AB$$

之に依て三辺ある一箇の三角形は等積あるを知る

第三十九款 鈍三角形あり其頂角より底に等しき垂線を下し又底を延長して之に交接せしめば鈍角の対辺自乗は他二辺自乗の和に底辺及延長部を乗じ二倍を加ふる者也

ABCを原形としCBの底を延長してA点より下せる垂線に交接せしむる時ACの自乗はAB及CB自乗の和にCB、BDの相乗二倍を加ふるに等しかるべし



$$CD=CB+BD$$

各項を自乗す

$$\overline{CD}^2=\overline{CB}^2+2CB\times BD+\overline{BD}^2$$

両節にAD自乗を加ふれば則

$$\overline{CD}^2+\overline{AD}^2=\overline{CB}^2+2CB\times BD+\overline{BD}^2+\overline{AD}^2$$

又前款ニ依テ

$$\overline{AC}^2=\overline{CD}^2+\overline{AD}^2$$

$$\overline{AB}^2=\overline{BD}^2+\overline{AD}^2$$

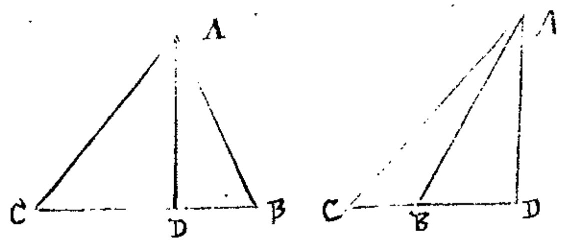
故ニ

$$\overline{AC}^2=\overline{CB}^2+2CB\times BD+\overline{AB}^2$$

本款ノ如シ

第四十款　鋭三角形アリ其鋭角ノ對辺自乗ハ頂角ヨリ下セル垂線ヨリ鋭角ヲ直角ニ曳ク線ト底辺相乗二倍ヲ他二辺自乗ノ和ヨリ減スル者也

ABCヲ三角形トシCヲ鋭角CBヲ底辺ADヲ垂線ト為ス者ハ垂線ハ底内或ハ底外ニ落ルト雖ドモ其式ニ必ズ変ハルヿナクAB自乗ハCBトAC自乗ノ和ヨリCB、CDノ相乗二倍ヲ減スル者アルベシ



証

$$BD=CD-CB$$

$$BD=CB-CD$$

両式中何ヅレヲ自乗スルトモ其式ハカナラズ下ノゴトシ

$$\overline{BD}^2=\overline{CD}^2-2CB\times CD+\overline{CB}^2$$

各項ニAD自乗ヲ加フレバ

第四十一款 三角形あり其頂角より一線を畫して底の居中に接せしむれバ其線自乗二倍と底半自乗二倍を加へたる者ハ恒に他二辺自乗の和に等し

ABCを三角形としADを底と鉛直に畫し而と

$$\overline{AD}^2+\overline{BD}^2=\overline{CB}^2-2CB\cdot CD+\overline{CD}^2+\overline{AD}^2$$

$$CD^2+\overline{AD}^2=\overline{AC}^2$$

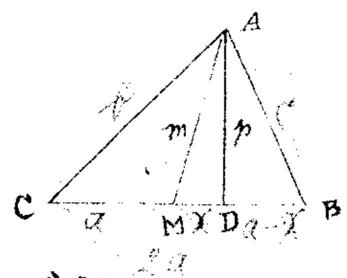
$$\overline{AD}^2+\overline{BD}^2=\overline{AB}^2$$

故に

$$\overline{AB}^2=CB^2-2CB\times CD+\overline{AC}^2$$

本款の如し

しACを b ABを c CBを $2a$ AMを m MDを x と名づくる時ハ



$$CM=a$$

$$CD=a+x$$

$$DB=a-x$$

あり又第三十八款によれバ

$$p^2+(a-x)^2=c^2$$

$$p^2+(a+x)^2=b^2$$

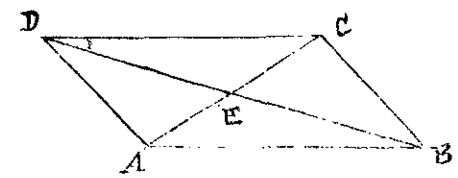
$$2p^2+2x^2+2a^2=c^2+b^2$$

$$p^2+x^2=m^2$$

故

$$2m^2+2a^2=c^2+b^2$$

第四十二款 平行辺形内に両對角線を畫せバ中央に於て互に對分すべし又両對角線自乗の和ハ平行辺形自乗の和に等し



第一　両對角線互ニ等分スルヲ證ス

ABEトCDEノ両三角形ハ各Eニ於テ同角ヲ有シ且ABハCDト等シクABEトCDEハ錯角ナリシテ亦等シ故ニ等積同形也是ヲ以テBEハDEニ等シクCEハAEト等シキヲ知ル

第二　對角線自乘ノ和ハ各邊自乘ノ和ニ等シキヲ證ス

前證ニ依テ考フルニACD三角形ハ其底ACヲEニテ等分スルニ依リACBモ亦然リ故ニ第四十一款ニ依テ次ノ(1)(2)式ヲ得ル

$$2\overline{AE}^2+2\overline{ED}^2=\overline{AD}^2+\overline{DC}^2 \quad (1)$$

$$2\overline{AE}^2+2\overline{EB}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2 \quad (2)$$

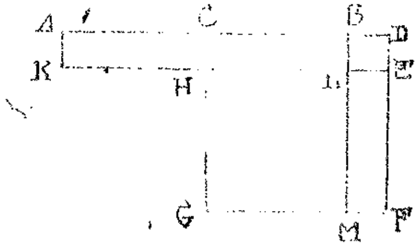
(1)(2)ヲ加ヘ且EB自乘又ED自乘ニ等シキ故

$$4\overline{AE}^2+4\overline{ED}^2=\overline{AD}^2+\overline{DC}^2+\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$$

第三十五款附一ニ依レバ一線ノ自乘ハ其線二分一ノ自乘四倍ニ等シキ故ニ

$$\overline{AC}^2+\overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{DC}^2+\overline{AD}^2$$

第四十三款　長短二線アリ其和ト差ヲ乘ジ短線自乘ヲ



加へたる者ハ長線自乗と等し

圖の如くACを短線CDを長線BDを其差とせバAD、BD相乗にAC自乗を加へたる者ハCD自乗に等しかるべし

証 CLとLFの長方形ハ第三十款に依てハ相等し又ALの長方形ハ短線と二線の差との相乗二倍なる故CL及LFの長方形の和にひとし今ALの長方形にBE則BD、の自乗を加ふる時ハCEとEMの和に等しき故各にHM則短線自乗を加ふれバ

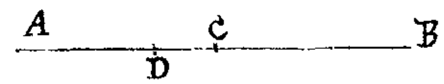
長方形AE十方形HM＝長方形CE十長方形EM

長方形AEハ二線の和と差との相乗にして長方形CEとEMの和ハ長線CD自乗に等しき故本款に説述たるが如し

第四十四款 一線ありこれを長短二線とせバ其相乗に原線二分一と短線の差自乗を加へし者ハ原線二分一の自乗に等し

ABを原線としCに於て等分し又Dに於て分せバAC自乗ハCD自乗にAD、BDの相乗を

加へたる者は等しかるべし



証

$$AD = AC - DC$$

$$BD = AC + DC$$

左式を右乗す

$$AD \cdot BD = \overline{AC}^2 - \overline{DC}^2$$

各れDC自乗を加ふ

$$\overline{DC}^2 + AD \cdot BD = \overline{AC}^2$$

幾何學新編巻之一終