

高瀬精
編輯

幾何學新編

2

福岡第一師範學校
(學校圖書)

登錄 番	第	號
自然科學門		
數學部		
算 法	漢 法	項
目		次
全		冊ノ内第
分 類 番	第	號
419.0		

福岡師範學校

書門部

番

號

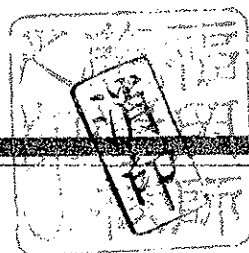
冊ノ内

024394

T1A1

32

Ta53



幾何学新編卷之五

目録

- 柱形の傍面積并実積
- 錐形の傍面積并実積
- 堇の傍面積并実積
- 球の表面積并実積
- 弧環体の実積
- 球缺積
- 設題

図書 和図書 遡



a 1 3 8 0 3 2 5 1 5 7 a

福岡教育大学蔵書

幾何学新編卷之五

稱呼

阿部有清

東京 高瀬 精編輯
阿波 阿部泰次郎校訂

一 立

樹立の法はありて堅あり

一 體

毎色平面にて圍繞する、實積を稱其圍

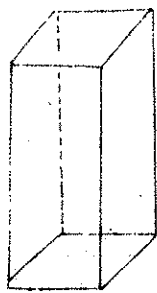
繞れる周面を表面又外面と稱す

一 柱

上下両面を底面とて、互に平行

れる者、或は柱、或は上下面に鉛直の巨商を

柱の多と稱す



一 平行柱

各面皆平行方形なり柱を移れ則ち三棱柱有り
柱ハ棱あり二棱あり其名双角なり乃ち三棱柱有り
者ハ三棱柱四棱柱五棱柱六棱柱余之に致す

一 直柱

上下両面傍面と直角なり柱を移れ

一 方柱

上下両面方形の直柱を移れ

一 立方体

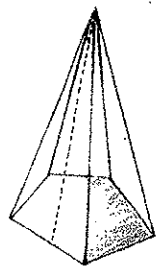
六面同等ある方柱を移れ

角数おそろく角面同等ある者皆多角柱と稱
れ

一 錐

三角形の頂角を一点より合して成る体
移れ其頂点を尖点と稱し尖点より底まで

垂たる線を高と稱し



一 直錐

底面正多角形にして尖点より下は垂線底の
居中にある線を移れ其垂線を錐軸と稱し
尖点より底の一点に至る線を傍斜高と稱
れ

一 臺

錐を底と平行に截断し上下部を移れ

一 四柱

長方形の一点を軸として廻轉せしめて成る
体を移れ其上面の中心より下面の中心まで

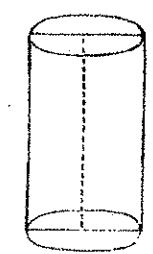
ある巨高をきく移れ

一 圓錐

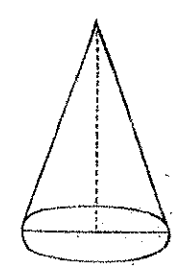
句交飛の股を軸とし旋轉せしめて成る体

或移れ此尖点より底圓の中心に至る巨高
ありと移れ又尖点より底圓周の一点に至
る巨高を傍斜きと移れ

圓柱



圓錐



一 圓臺

圓錐を底と平行に截断しある下部を移れ

一 球

半圓形の全徑を軸とし迴轉せしめて成る
形として其中より外周に至る巨高を等

移れ

した者或移れ其中より外周に至る巨高

或半徑と移れ故に此二倍を全徑あり

中心を貫く球をよみたるを半移として其

中心を貫かざる者ハ都多球缺あり

一 弧環面

圓錐を軸とし缺圓を迴轉せしめて成る体

を移れ

一 立角

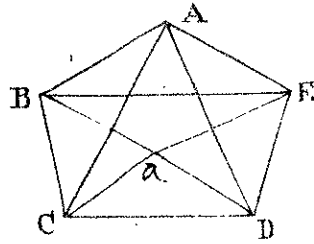
諸平角を一点より成る実角より成る

も室の隅角の如き者を移れ

一 帶

球の外面に二平行線を據えし其間を移る

部分を移れ



$$\angle BCA + \angle ACD > \angle BCa + \angle aCD$$

上式のことくAを頂点とする法に
角形中其傍角の和ハ二直角より大
なり蓋し此等角形傍角の和ハ四直

角形内角の和ハ二直角あり故Aを頂
点とする法に角形内角の和ハ二直
角より大なり蓋し此等角形内角の和
ハ四直角より大なり

才二款 一個の五角を成る諸平面角の和ハ必
四直角より大なり

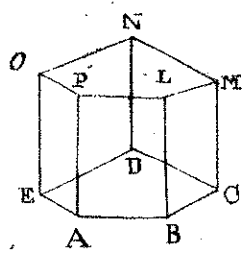
$$\begin{aligned} \angle BAE &< \angle BAD \\ \angle EAC &= \angle DAC \\ \hline \angle BAE + \angle EAC &< \angle BAD + \angle DAC \end{aligned}$$

上式の前項ハBAC角と等し故本
款は述べらるることし

CAD及CAEの二角ハ二直角より大なり故
ECをDCとし依て
BE < BD
BAハBAE及BADの二角形の中より
てAEハADより大なりBDハBEより
大なり故前一才二款は依るなり

角ある故 A 点を四角に渡れる諸角の和ハ四直角より
 小あり

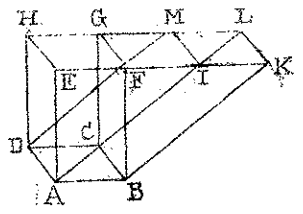
第三款 直柱の傍面積ハ其底の周又ハ高を乗れる
 者あり



$ABPQ = AB \times AP$
 $BCPR = BC \times AP$
 $CDSR = CD \times AP$
 $DEST = DE \times AP$
 $EAPD = EA \times AP$
 ...
 $ABPQ + BCPR + CDSR + DEST + EAPD = (AB + BC + CD + DE + EA) \times AP$

第四款

有柱あり底及高等しければ其積あり
 AGAL 底 AC の筋底有る有柱あり
 此有柱 AE とぞ有る有柱ありし



證
 $EF = AB$
 $IK = AB$
 故
 $EF = IK$
 $EK - EF = EK - IK$
 $FI = FK$
 行故
 $\angle AEI = \angle BFK$
 あり是等なり

積あり又 HE, MI ハ各 DA 2 平行行故
 此二線ハ平行にして E, I, M, H ハ平行四角
 あり同理に依て F, K, L, G ハ亦然る事知る

而して其底積線及諸角各相等し其故は此等形は
 同積あり又 $DECT$ は直柱 AG の断面としてお
 等し是故に三稜柱 $EAI-H$ の立角 E を取成
 するにその面は各同等あり同理に依りて三稜柱 FBK
 $BK-IG$ の立角 F を取成するにその平面も亦同等あ
 り依りて此等形は等積あるを知る今 $EABK-H$
 の全積より $EAI-H$ を減せば AIL の斜柱を残
 し又同積より $FBK-IG$ を減せば AG の直柱残
 り余れ故に本款を流述するが如し

第五款 平行柱の積は其底積より高さ乘れる者あり

証款に依りて考ふるに直柱と斜柱とは其底面同
 等あるに同積あり蓋し直柱の積は底面積より高
 乗れる者故に斜柱も亦然り故に本款のごとく

第六款 互に平行柱あり其底面等あるに積と高と互

互に比例なり又互に等しければ積と底と互

比例なり

P 及び p は其積の積 B は其底 A は其高とせば

$$\begin{aligned}
 P &= B \times A & (1) \\
 p &= b \times a & (2) \\
 \text{除き} & \frac{P}{p} = \frac{B \times A}{b \times a} \\
 & B = b \text{ とせば} \\
 P : p &:: A : a \\
 & \text{又} \\
 & A = a \text{ とせば} \\
 P : p &:: B : b
 \end{aligned}$$

第七款

或めれ

等形面積の積と同類を乗るハ互に比例

P及P'ある積の積とし
 の長幅をn他を
 h' l' n' とせ

$$p = l'n'h'$$

次式を以て除し
 比例とせ

$$P = lnh$$

$$P : p :: lnh : l'n'h' \quad (A)$$

故形多積を

$$l : n :: l' : n'$$

$$h : n :: h' : n'$$

$$n : n :: n' : n'$$

に乘ある式に

$$lnh : n^3 :: l'n'h' : n^3$$

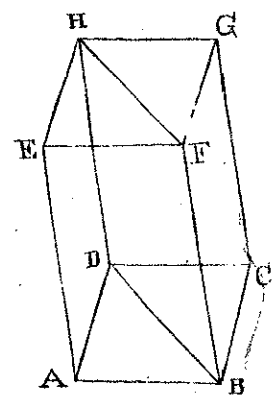
換申すの後 (A) 以て

$$P : p :: n^3 : n^3$$

面積は依りて³ハ³ハ³ハ等ハ各積と比例するを
 含めればし

第八款

平行線あり其等積を貫て之を分して成
 る二積を各等積あり



ABCD—F或原積としHFを貫
 て之を分してABD—E及BD
 C—Gの各三積をとめれば各形
 ハ等積あるべし

ABDCハ等し故ADBCも亦等しるし
 てBDハ筋もあ故ABD BDCの各二角形ハ

同者あり。今此處に積柱よりなるものとし、故其一 AB
 $D-E$ の積柱 ABD と角形の ABD 倍を量るものと
せ、 $ABDC-EF$ の三積柱も亦 $ABDC$ と角形の n
倍を量るものなり。故に本款の如し。

附一

$ABD-E$ のこと、三積柱ハ A の同主
角及 AB, AD, AE の同積を量る平行柱の二
の一ある故次の一条を得。

附二

平行柱の積ハ底面積ニ乗る者故ニ
積柱の積も亦なり。

第九款

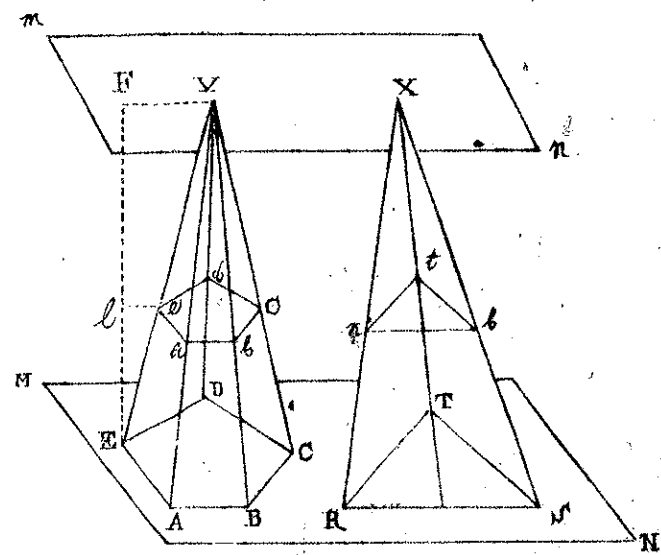
柱積ハ其積最も相なり。其底面積より積

乗る者あり。

証上ノ両面のおもしたる角線が貫ち之を若干個
の三積柱よりなり。此と積柱積ハ此款附二より設
けらるべし。但し今よりつゝなめ、三積柱ハ其る者お
もしき故に柱積ハ三積柱底積の和よりなる者なり。
者あり。

第十款 錐あり平面を以て之を截断する。其面底
と平行せば、積及ぶる比例よりなり。又其截面ハ
底と同形なり。

$ABCDE-V$ の積を以て其底 MN の平面上



又置た之よりしたる m の平面より尖点を接
 せしめ、而して終底は平行し、ある平面を以て a, b
 c, d, e の接点及その一点を貫き、ある V

A, V, B の接及 E, F の言
 ハ a, b 及び c 点に於て比
 例はなるべし
 証明をなすに、ある平面は底
 と平行ある故 a, b ハ A, B
 b, c ハ B, C c, d ハ C, D 各
 は平行なる故、卷ニオナシ

歟は依りて次の比例を得

$$VA : Va :: VB : Vb$$

又

$$VB : Vb :: VC : Vc$$

又次め、 a として終る終の各接比例は
 したるに、ある a なるべし、又 F 点ハ m, n
 の平面上にあり、 E と鉛直なる故、
 V, F ハ e, l と平行あり、故に又次の比

例式を得

$$VE : Ve :: EF : Fl$$

又 a, b ハ A, B b, c ハ B, C は平行なる故 a, b
 c 角ハ A, B, C 角なるも、同様に依りて多角形 a
 b, c, d, e の各角ハ多角形 A, B, C, D, E の同数
 角と等しきを知る、且 V, B, A 及 V, b, a の方角

角形ハ字形ある故次の比例成る

$$\begin{array}{l}
 V_a : V_b :: ab : AB \\
 \text{比} \quad \text{例} \quad \text{成} \quad \text{る} \\
 \text{故} \quad \text{又} \quad \text{下} \quad \text{の} \\
 V_b : V_c :: bc : BC \\
 \text{比} \quad \text{例} \quad \text{成} \quad \text{る} \\
 \text{故} \quad \text{又} \quad \text{下} \quad \text{の} \\
 V_c : V_d :: cd : CD \\
 \text{比} \quad \text{例} \quad \text{成} \quad \text{る} \\
 \text{故} \quad \text{又} \quad \text{下} \quad \text{の} \\
 V_d : V_e :: de : DE \\
 \text{比} \quad \text{例} \quad \text{成} \quad \text{る}
 \end{array}$$

又知る故は有多角形ハ各角亦等しを耳あるは諸
 同類角を挟むニ互は比例成る故は形あり

附一

終あり平面より底と平行は之を截断せ
 る時ハ其截面積より自乗とハ原錐の底と高自乗

との如し

卷之二第二十二款

は依るハ字形多

角形の積と同類

は自乗とハ互は

比例成る故は

附二

其底同平面よりあり其高自等し

右時平面より底と平行は各を截断せば其截面

と底とハ互は比例成る且其底面積よりハ其截

面せし新ハ字形也

$$\begin{array}{l}
 abcde : ABCDE :: ab^2 : AB^2 \\
 \text{又} \\
 ab : AB :: Va : VA :: Fl : FE \\
 ab^2 : AB^2 :: Fl^2 : FE^2 \\
 \text{故} \\
 abcde : ABCDE :: Fl^2 : FE^2
 \end{array}$$

V | A B C D E X | R S T なる直線とし之を P Q
 と名づけ其底を M N の平面より置た之と平行に
 する所の平面は其尖点を接とし其底は平行なる
 平面なり之を截あし其截面の a b c d e 及 f
 四枚あり及之と名づく

卷二第

二十二

款又依

見

$$P : p :: \overline{AB}^2 : \overline{ab}^2$$

$$Q : q :: \overline{RS}^2 : \overline{rs}^2$$

$$AB : ab :: VB : vb$$

$$RS : rs :: XR : xr$$

又

$$VB = XR$$

$$vb = xr$$

お降し而し
 丁後之を比
 例式とゆれ
 時ハ下の如

$$VB : vb = XR : xr$$

 故

$$AB : ab :: RS : rs$$

$$\overline{AB}^2 : \overline{ab}^2 :: \overline{RS}^2 : \overline{rs}^2$$

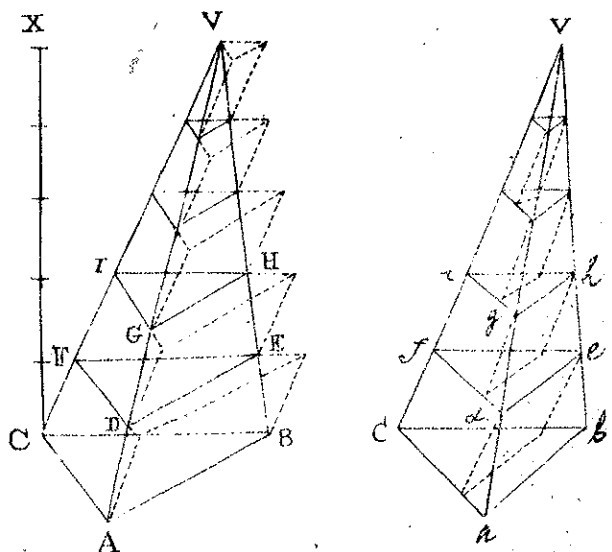
上式に依り考察を
 行はば前式の後
 率ハ互に比例なり
 ゆえ是を以て

$$P : p :: Q : q$$

第十一款 兩錐あり其底積及高等しければ等積

あり

V | A B C と V | a b c なる錐とし又 A B C と
 a b c なる錐とゆれ 各の底を X C とすしかばし
 むる時其錐ハ等積あるべし
 証法錐は同平面より置た其高若し其底積は

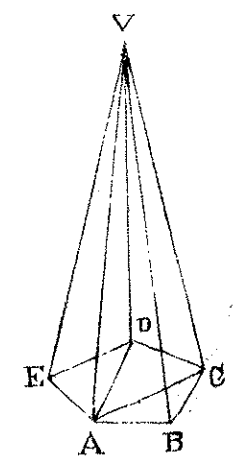


平面を以て底と平行な
中点を貫く時、その
依りDEFの三角形ハ
efgの三角形ハ
九じおと等積あるを知る
今ABCDEF或ハabc
としハ外部ハ他ハ内部
ハミ接柱を成る時ハ其外
部ハ其ミ接柱を成るハV

—ABCの體積より大にして其内部に在る者の
悉ハV—abcの體積より小なるを以て
又V—ABCの底より才二股あるDEFより
亦多柱形ハV—abcの才一箇を以て成る
柱形と等し才十款附又才三箇GHIより成る若
ハ才二股gを以て成る等しく形以ては
故V—ABCの底より才三股ある柱形を以て他
を合れバV—abcの體積の悉ハ其ミ接柱の
ABCDEFの柱形ハ其悉ハ其ミ接柱の
差より大なり是を以て其ミ接柱を以て分つ

り積ハ底より乗を三分一と等し

第十三款 錐積ハ其積を二物に分ちて其底より乗を
合一分と等し



V | A B C D E 積を二と
言ふなり又其底ハ A D A
C の二角線に曳きた其底を二
角形に分ちて V | A E D の

錐積ハ A E D なる積を二之を三分一と等し
V | A C D 及 A C E なる積を三分一 V | A B C
ハ A B C なる積を三分一と等し

ハ則ち V | A B C D E の積を二と A B C D E なる
積を三分一と等し

附一 錐積あり一の底より積を B H V とし他を B

H' V' とせむ

$$V = \frac{1}{3} B \times H$$

$$V' = \frac{1}{3} B' \times H'$$

次式を以て
丁式を以て
除け

$$\frac{V}{V'} = \frac{B \times H}{B' \times H'}$$

V : V' :: B x H :
B' x H'

此は例式より次の三
件を得

- 其一 各の底より乗ハ各積と互に比例を得
- 其二 其底同等ありバ積と互に比例を得
- 其三 其底同等ありバ積と底と互に比例を得

附二

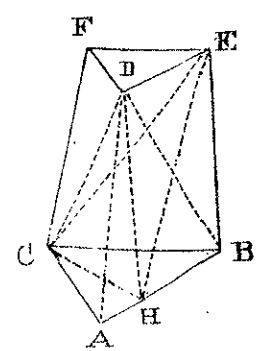
柱體ハ底面を以てし、柱體ハ底面を以てし、
分一あり、故に次の一件を以て

錐體ハ底面を以てし、柱體の三分一あり

第十四款 柱體ハ其上下両面及此両面の中を例を
ゆれ面を底として成る三錐體の和なりし

第十款附二、依てハ其後を柱體ハ底と平行する平
面を以て截断せば其截断ハ又其後を以て、故に三後
を以て本款の解を以て、柱體一般の定分とす
す

ABC—D 或は柱體とし、E、D、C の三点を貫て之



を截断し、再び D、C、E 点を貫て之
余を截断し、而して D—ABC、C—
DEF 及 D—BEC の三柱體とれ
此方ハ下底面 ABC 或は底とし、方二
ハ DEF の上面を底とし、且各柱體の

高と同一なるを以て、其高より依て今其方
二ハ上下両面の中を例を以て面を底とるなり
を以て述べんべし

方一 其高を以て、其高より依て

ABED の平面より BE と平行な D 点より DH

是作字新編

卷一百一十五

竹打金

成畫きゝて HE 及 H C と曳く時ハ新ニ $H \parallel B$
 EC の錐形發生した底ハ BE C として $D \parallel BE$
 C と同底線有せり且其頂点ハ底と平行しある D
 H 線中ニ存る故ニ其線ハ同積あり依て $H \parallel BE$
 C 故に $D \parallel BE$ C 交換ハ其底線 HBC とされ
 時ハ其頂点ハ E あり故ニ其線ハ直線とありしを我知

次は其底上下方面より中比例を求めた後、
 ABC 及 HBC のある角形ハ其頂点名にあり
 して其底ハ一線中にある故卷二第十六款に依

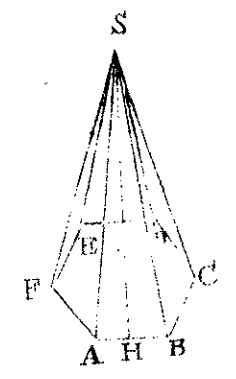
て次の比例表

$$AB : HB :: AB : DE \quad (1)$$

第十五款 正錐の傍面積ハ底の周を以て傍斜の長さ

一を乗れたる数あり

如圖底ハ正多辺形ある故尖点Sより下れ垂線ハ
底の中央に至るべし故はSAB, SBC, SCD等の傍ハ
皆同字に依てSAB, SBC等の三角形成る同字
あり但し三角積ハ



$$\begin{aligned} \triangle SAB &= \frac{1}{2} SH \times AB \\ \triangle SBC &= \frac{1}{2} SH \times BC \\ \triangle SCD &= \frac{1}{2} SH \times CD \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

とておや依
まふ

$$AB C D E F - S = \frac{1}{2} SH (AB + BC + CD + \dots + FA)$$

本款の如し

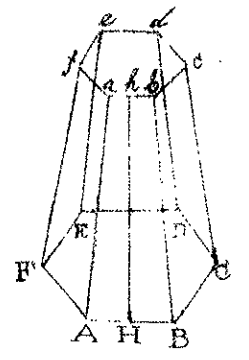
第十六款 正錐の傍面積ハ上下両面周を以て傍斜

の長さ一を乗れたる数あり

上下両面ハ各正多角形ある故にA, B, C, D, E, F

皆同字に依て其傍斜の長さ一を乗れたる数あり但しA, B, C, D, E, F

の傍面積ハ



$$\frac{1}{2} Hh (AB + ab)$$

$$\frac{1}{2} Hh (BC + bc)$$

$$\frac{1}{2} Hh (CD + cd)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\frac{1}{2} Hh (AB + ab + BC + bc + \dots + CD + cd + \dots)$$

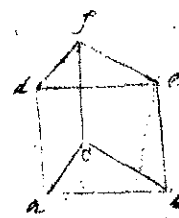
$$\frac{1}{2} Hh (AB + ab + BC + bc + \dots + CD + cd + \dots)$$

面積あり
錐の傍

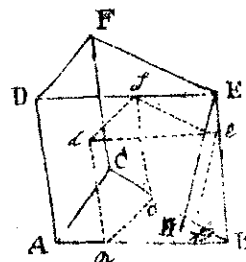
第十七款

字形之棱柱の積と同形積と乗とハ互に比

例あり



ABCDEF 及 abcdef なる字形ある棱柱
と其の各の積ハ其の同形積と乗と互に比例
なるべし



と上図の如く小柱を大柱中に穿てBを
と一とせしめバ本柱ハ字形放物ハBE
とハBAよりあると云ふ又EHを
ABCの平面上に直垂せしめHBを曳
EBHの三角形中のEHと平行な線を

畫しEHハ大柱の長さにしてハ小柱の長さ

今ABCabcハ等しき故卷二第ニ款に依

て次の比例を得

$$\triangle ABC : \triangle abc :: \overline{AB}^2 : \overline{ab}^2 \quad (1)$$

ある故
ハ字角
三角
の
と
BEH
EH

$$BE : Be :: EH : eh \quad (2)$$

形故
面
の
又
A
B

$$BE : Be :: AB : ab \quad (3)$$

は
(4)
式
又
等
した
前
率
は
(2)
(3)
の

$$EH : eh :: AB : ab \quad (4)$$

乗
れ
て
あ
る
随
率
は
(1)
(4)

$$\triangle ABC \times EH : \triangle abc \times eh :: \overline{AB}^3 : \overline{ab}^3$$

附一

積長を端せり都る字形を柱ハ其積と同義
積三乗ハ互ニ比例あり

証凡て柱形ハ之を三積に分ちりてハヤ

附二

積長を端せり都る字形を柱ハ其積と同義
積三乗とハ比例あり

証凡て柱形ハ之を三積に分ちりてハヤ
積長を端せり都る字形を柱ハ其積と同義
積三乗とハ比例あり

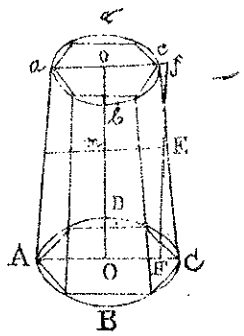
附三

字形を立方体ハ積と同義三乗と比例あり
ゆえ

証凡て立方体ハ之を三積に分ちりてハヤ

第十八款 田舎の傍面積ハ両面周囲の和ニ分一ハ傍

斜高を乗りたる者也



両面ハ字形正多角形を画たす積後
者とゆれりハ其積ハ才十六歳ニ就
示れる事ことし蓋し正多角形の辺
を倍する事大まじバ終る田とす
故本款の如し

附一

田舎の傍面積ハ底周よりを乗れる者也
証田舎の両面を同率とせし変して田舎とある蓋し

田を積ハ

$$Aa \times \frac{2\pi OC + 2\pi oc}{2}$$

$$2\pi OC = 2\pi oc$$

故上式より

$$Aa \times 2\pi OC$$

と事

附二

田錐の傍面積ハ底の傍斜より二倍一を棄れ
る者あり

証 田錐の底は圓なり 故より

附三

田錐の傍面積ハ底の中央より底と平行に截
せし面周の傍斜より棄れらる者あり

証 圓の中心Eを貫く直線と平行にFを曳

き直線Fは延長してEmなる直線と直線は盡せば

EF CとEF cの二角形を以て故より

$$Em = \frac{OC + oc}{2}$$

此處に
2\pi Em = \frac{2\pi OC + 2\pi oc}{2}

ハ上下両面の中央の面周は

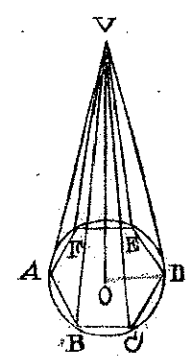
リ故より棄れらる如し

附四

田錐の傍面積ハ底の中央より底と平行に截
せし面周の傍斜より棄れらる者あり

証 田錐の底は圓なり 故より

附十九款 田錐の底面積ハ底の中央より底と平行に截
せし面周の傍斜より棄れらる者あり



畠の如く其底を A B C D E F のり
 多田形よりては其底積ハりナ三畝
 後述れりがごとし蓋しは多き飛のき
 数を必す又倍して最大なるをいふ
 田と云ふ故本数の如し

附一

今 V, V' を兩田錐積とし底の半径を R, R' 高

$$V = \frac{1}{3} H \times \pi R^2 \quad (1)$$

$$V' = \frac{1}{3} H' \times \pi R'^2 \quad (2)$$

或 H, H' とせざる
 式を變ぜば
 除し比例
 (1) 或めて (2)

$$V : V' = \frac{1}{3} H \times \pi R^2 : \frac{1}{3} H' \times \pi R'^2$$

$$\therefore H \times \pi R^2 : H' \times \pi R'^2$$

此は例式より次の
 二件を得

其一 兩錐の高等しければ積と底との互は比例

なり

其二 底の同くありては積と高との互は比例

なり

附二

前式の (1) を (2) に代入する

$$\frac{V'}{V} = \frac{H' \times R'^2}{H \times R^2} \quad (1)$$

若し
 飛
 飛
 同
 あり
 せ

$$H : H' :: R : R'$$

$$\frac{H'}{H} = \frac{R'}{R} \quad \frac{H'^2}{H^2} = \frac{R'^2}{R^2}$$

故より式
 右の過
 乗を除た
 比例式は
 變ぜハ

$$V : V' :: R^3 : R'^3$$

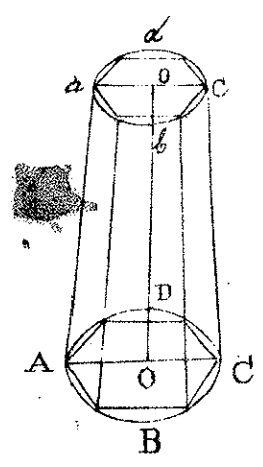
$$V : V' :: H^3 : H'^3$$

故より形五田錐の積と底の半径を乗或ハるを乗
とハ互に比例成るなり

附三 五箇あり一は田錐にして他ハ形異なるなり
其底面積及高同なるは面積あり

第二十款 田錐の積ハ其高田錐より其高の上下
方面及此方面より中比例成るなり面を底とめれば三
田錐の和よりなり

ABCD—abcd 田錐とし〇〇を其高とめれば
其高を AO OC 及び此方面より中比例成るなり面を
底とし AO OC の和よりなり



畧め如く田錐の方面より形
多角形を画す之を田錐の方面
とめれば此田錐ハ其高
より成るなり如し但此多角
形の面積を乗して其高を乗
すれば其積なり

一は田錐と成る故に形も亦随て田錐に成る故に
本款の如し

附一 R, R' 或上下方面の半径と定めHを高とせ
ハ田錐の積ハ本款の如し

$\sqrt{R^2 \times R'^2} = R \cdot R'$
 $\frac{1}{3} H \times \pi R^2 + \frac{1}{3} H \times \pi R'^2 +$
 $\frac{1}{3} H \times \pi R \cdot R'$
 $\frac{1}{3} \pi H (R^2 + R'^2 + R \cdot R')$
 一者あり
 圓を變じて圓柱となり前式次の如し
 故に圓柱の積より其底積より高を乘せ
 $\pi R R'$ 則上下表面より中比例を以て圓
 柱の底より之を R と R' と同等とめざる

附二 子形方圓柱の積と底の半徑三乗或ハ高と

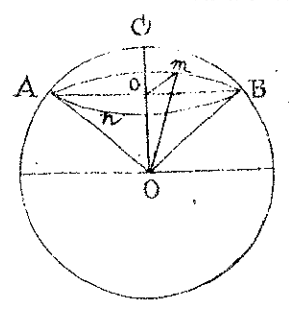
乘とハ互に比例すべし

附三 底積及高同きもの圓柱と圓柱とハ同積

あり

才二十一款 球あり平面を以て之を切て之を截する

其截面ハ必圓形也



Oを球の中心とす
 OよりOの多線を畫し又截面と球表
 面の交点をO A O Bとの球半徑を畫れ
 ばハ該直三角形が其大蓋し其直三角形
 ハ各O A O Bが其斜邊とし且O Oの垂
 線が其高となり故に各O A O Bの各

相等し依て截面ハ圓形なり且其中心Oに在る
 を知る

附一 A Bを截面圓の全徑より球の弦線あり

故球を截ありて平面球を貫かざるは必其半径ハ球径より小なりて球心を貫くべからざるなり依て次の条件を得

其一 球を截ありて成る大圓ハ必あるし

其二 球を截ありて成る小圓ハ球心を通つては常に大なり

其三 兩截面球心を貫く等しければ圓等あり

其四 球の兩大圓ハ互に等なり

其五 球の大圓を球體を二分し且其外面を等分す

附二

截面圓と直角を有する球の半径ハ必圓心を貫くべし

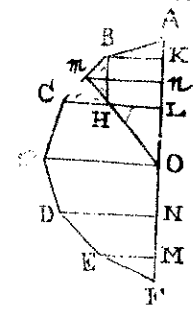
附三

球半径の一端を端とし且之と直角を有する線ハ球の切線あり

才二十二款 正多角形を有する角点及中心を貫きて一線を畫き之を二分し此線を軸とし迴轉せしめて成る表面積ハ其軸を迴轉して成る体の周圍を乘する者あり

ABCDEFを中点O及頂角点A、Fを貫き二分するとし正多角形とし此AF線を軸とし迴轉せし

めハ其表面積ハAFニ廻轉してある体の周囲を
 衆せし者あるべし



BCの居中点m及有る端よりAFと直
 角をmn.BK.CDを畫し又CLと直角
 角をBHを畫せば形BKL.Cの一とK
 Lを軸とし廻轉して成る体の傍面積ハ
 BCのmnの四周を衆せし者ありとomをBC
 と直角をありぬハmnハBHと鉛直する故はB
 CHとmn.Oのな三角形ハ等形あり依て次の比
 例なり

$$mn : mo :: BH (= KL) : BC$$

前率
 後率
 比
 比

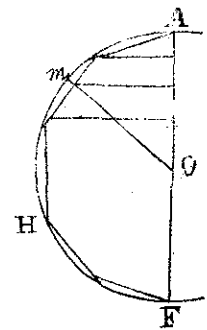
$$\text{四周} mn : \text{四周} mo :: KL : BC$$

$$\text{四周} mn \times BC = \text{四周} mo \times KL$$

moハ多角形内ニ容るる四角のま
 徑不利能るる四周moよりKLを
 衆せし者ハBCに廻轉して成る
 田舎の傍面積ハ等なるCDEを
 廻轉してある傍面積ハmoの四
 周のLMを衆せし者ハ等なるC
 表面積ハmoの四周ハAK.KL.LN.NM.MFの
 和よりAFを衆せし者也

才二十三款 球の表面積ハ其大四周ハ全徑を衆りる者

あり



A H F 或半圓 A F 或全徑とし之を軸とし
して半圓を迴轉せしめ則ち球形と成るは表
面積ハ $2\pi AO$ 或 A F 或全徑とし者よるべし
前款は依り考ふるは半正多角形を迴轉し
て成る体の表面積ハ m の内周ハ A F
を乗せし者あり蓋し此多角形の辺長倍く加倍れ
るは隨ひて内周と成る故 m の半徑を m とし A
O と同字とあふべし故は本款の如し

附一

球帯ハ其大内周ハ m の内周ハ m なる者や

前款多角形の一辺 B C 或内徑とし成る傍面積ハ
 m の内周ハ K L 或全徑とし者あり故は此多角形
の面積加倍して内周とあるハ B C 或全徑を m とし
て m の内周ハ K L 或全徑ハ m なる者や

附二

今兩帶の面積ハ H 半徑ハ R R' とすハ其傍

面積ハ

$$\begin{aligned} & 2\pi R \times H \\ & 2\pi R' \times H' \\ & \text{是 是} \\ & \text{之 : 之' :: } 2\pi R \times H :: \\ & \quad 2\pi R' \times H' :: \\ & R \times H : R' \times H' \\ & \text{是 是} \end{aligned}$$

此は例式に依り次の三件

其一 兩帶の積より球の半径を求むる者互に比例する

其三 帯の長さより球の半径を求むる者互に比例する

其三 帯の長さより球の半径を求むる者互に比例する

附三 半径をRとせば全径ハ2Rとして大田周ハ

$$2\pi R \text{ あり故に球の表面積ハ}$$

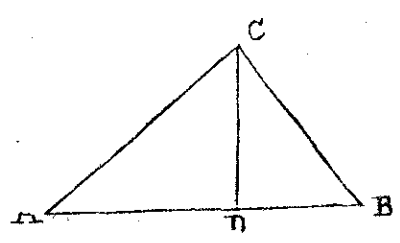
$$2\pi R \times 2R = 4\pi R^2$$

故に球面積ハ其大田積四倍の和より

附四 兩球あり各の積と各の半径自乗より互に

比例する

第二十四款 三角形あり其一を軸として回転して成る体の積ハ此軸より角より垂線ハ半径とあり



第一垂線は三角形の底中よりなる者なり

CDハ垂線AD Cハ直に角形や故に之を

回転して成る体ハ則ち圓錐なり其積ハ

あり同様に依るバBC D

を迴轉して成る体の積ハ

$$\frac{1}{3}AD \times \pi DC^2$$

$$\frac{1}{3}BD \times \pi DC^2$$

なり

$$\frac{1}{3}(AD+DB) \times \pi DC^2$$

即チ

$$\frac{1}{3}AB \times \pi DC^2$$

亦歟の如し

第二
 主像三角形の底外よりなる者あり

EFG 三角形
 GH 主像とせ
 EFG 三角形
 の EF 軸とし
 迴轉して成る体
 の積ハ
 $\frac{1}{3}EH \times \pi GH^2 - \frac{1}{3}FH \times \pi GH^2$
 即チ
 $\frac{1}{3}FF \times \pi GH^2$

附
 三角形の一邊を軸とし迴轉して成る体の

積ハ三角形の面積を軸よりなる角点よりなる主像
 半径とめられ四角よりなる者あり

本歟は依りハ

$$\frac{1}{3}EF \times \pi GH^2 = EF \times \frac{1}{2}GH \times \frac{1}{3}\pi \times 2GH = EF \times \frac{1}{2}GH \times \frac{2\pi \times GH}{3}$$

2πGH EF × 1/2 GH
 ハ GH 半径とめられ四角あり
 ハ EFG 三角形の面積として

第二十五款
 三角形の一角点を頂く一線を軸とし迴轉
 せしめて成る体積ハ軸よりなる角点の半徑
 より軸よりなる主像半径とめられ四角よりなる三

$$\triangle AGC \times \frac{1}{3} 2\pi CD \quad \text{及} \quad \triangle AGB \times \frac{1}{3} 2\pi BF$$

積 体 成 し 廻 轉 故
の 3 1 軸 点 B 2

$$\triangle AGC \times \frac{1}{3} 2\pi CD - \triangle AGB \times \frac{1}{3} 2\pi BF =$$

$$GC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi CD}{3} - CB \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi BF}{3} =$$

$$GC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi CD}{3} - (CC - BC) \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi BF}{3}$$

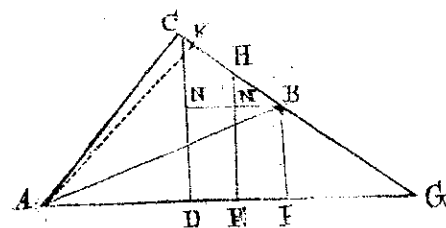
$$= GC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi CD}{3} - GC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi BF}{3} +$$

$$BC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi BF}{3} = GC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi}{3} (CD - BF)$$

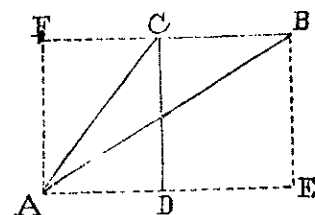
$$+ BC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi BF}{3}$$

又 2 1 平 行 故 点 B
の 時 也 行 と A N

$$CN = CD - BF$$



角の面積を求めらる者あり
ABC 或三角形 AG を軸とし BC の中点 H より
AG 上に H の垂線を下れ然る時 ABC 三角形を
廻轉して成る体積ハ原三角形の面より HE
が半径とるの面積三分二を乗せし者あり
BC の中点より軸に BF、CD を直垂し而
して A より AK を BC に直垂し BC 或
G は延長の今を敷附に依て考ふるに AG
C と AGB を廻轉して成る体の積ハ



$$\text{四角形 } BCDE + \text{錐 } ADC - \text{錐 } AEB$$

$$DE \times \pi \overline{CD}^2 + \frac{1}{3} AD \times \pi \overline{CD}^2 - \frac{1}{3} AE \times \pi \overline{BE}^2 =$$

$$\frac{2}{3} DE \times \pi \overline{CD}^2 + \frac{1}{3} DE \times \pi \overline{CD}^2 + \frac{1}{3} AD \times \pi \overline{CD}^2 - \frac{1}{3} AE \times \pi \overline{BE}^2$$

$$BE = CD \quad \frac{1}{3} DE + \frac{1}{3} AD = \frac{1}{3} AE$$

$$\text{四角形 } \triangle ABC = \frac{2}{3} DE \times \pi \overline{CD}^2 = \frac{1}{3} DE$$

$$\times \frac{1}{2} CD \times \frac{2}{3} \pi CD = DE \times \frac{1}{2} CD$$

$$\times \frac{2}{3} \pi CD = BC \times \frac{1}{2} CD \times \frac{2}{3} \pi CD$$

又 A G 像 B C と平行なる者あり
 A E 軸とし B C 之と平行なる者と定めしむ
 端より C D B E 畫して軸と銘直するしむ
 A B C を迴轉して成る體積の

迴轉積

$$\triangle ABC = GC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi \cdot CH}{3} + BC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi \cdot BF}{3}$$

$$= GC \times CN \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi}{3} + BC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi \cdot BF}{3}$$

故に形ハ角ニ N B D C
 故に形ハ角ニ C と C

$$GC : CD :: BC : CN \quad GC \times CN = CD \times BC$$

迴轉積

$$\triangle ABC = BC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi \cdot CD}{3} + BC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi \cdot BF}{3}$$

$$= BC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi \cdot (CD + BF)}{3}$$

$$CD + BF = 2HE$$

故

迴轉積

$$\triangle ABC = BC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2\pi \cdot HE}{3}$$

$$BC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{2}{3} \times 2\pi \cdot HE = \triangle ABC \times \frac{2}{3} \times 2\pi \cdot HE$$

附一

$$BC \times \frac{1}{2} AK \times \frac{4\pi HE}{3}$$

変じ

$$BC \times \frac{1}{2} AK \times KE \times \frac{4\pi}{3}$$

ABCの三角形を繞りて原式
とある又AKハBC、KEハBNに
鉛直する故AKEとCBNのふた
角形ハ等形なり是を以て次の比例
式を作る

$$BC : BN :: AK : KE$$

$$BC \times KE = BN \times AK$$

変じ (1) 故に

$$\frac{1}{2} AK \times AK \times BN \times \frac{4\pi}{3}$$

$$= \overline{AK}^2 \times BN \times \frac{2\pi}{3}$$

廻轉後

$$\Delta ABC = \frac{2\pi}{3} \overline{AK}^2 \times BN$$

$$= \frac{2\pi}{3} \overline{AK}^2 \times DF$$

故に等脚三角の頂
点より線が軸と
し廻轉して成る体
積ハ頂点より底に

附二

直線自乘の四角率三分の二倍なる脚端より
下れ毛線よりなる軸の部分に乗せし者あり

三角形の或る角点を以て直線を軸とし廻

轉して成る体の積ハ軸線の通過する角の正を以て

廻轉して成る者の表面積ハ正より三角ハ直垂

れる線三分の一を乗れり者あり

原式

に依

る時

ハ

$$\Delta ABC = BC \times$$

$$\frac{1}{2} AK \times \frac{4\pi HE}{3}$$

$$= BC \times 2\pi HE \times$$

$$\frac{1}{3} AK$$

款附三

$$BC \times 2\pi HE$$

積にしてBC

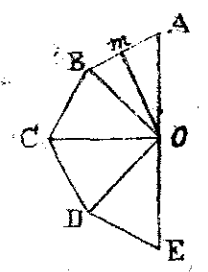
を廻轉して成

る表面積也

第二十六款 正多角形あり其多角点及中心を交る之を

中垂線とす此中垂線を軸とし半形を廻轉して成る体

積ハ其表面積ハ中垂線三分一を乘れる者あり



AB C D E 各 A E 線より中垂線とす此中垂線を軸とし半多

角形を廻轉して成る

体積ハ其表面積ハ OM の中垂線より三分一を

乘ずし者あるべし

中垂線より O B O C O D を畫く時ハ半多角形を

同様の多角形より成る諸三角形成の中垂線ハ

各 OM あり故に此款附ニ依るべし

附

廻轉積 $\triangle AOB = \frac{\text{表面積}}{2} AB \times \frac{1}{3} Om$

" $\triangle BOC = \frac{1}{2} BC \times \frac{1}{3} Om$

" $\triangle COD = \frac{1}{2} CD \times \frac{1}{3} Om$

" $\triangle DOE = \frac{1}{2} DE \times \frac{1}{3} Om$

廻轉積 $ABCDE = \frac{\text{表面積}}{2} ABCDE \times \frac{1}{3} Om$

多角形の一部を B O C O D の各三角形成

を廻轉して成る体積ハ B O D の表面積ハ OM の

三分一を乘れる者あり

第二十七款 球積ハ其表面積ハ半径三分一を乘れる

者あり

球より半圓の迴轉より成る体より半圓形ハ至
 多邊ある半多角形より蓋し多角形の邊長至多
 邊より其の中垂線半徑と同等より故前款を参考
 して本款の條を今得る
 徑Rの半徑とせば全徑ハ2Rより蓋し球の外面積
 ハ其大圓積四倍の和より故球積ハ

$$4\pi R^2 \times \frac{1}{3}R = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$R^3 = \frac{1}{8}(2R)^3 \quad \text{故に}$$

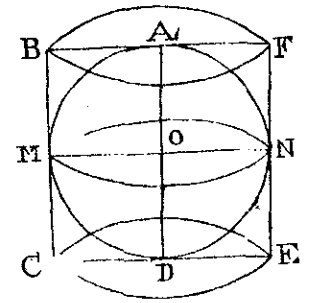
$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi (2R)^3$$

是よりて球積ハ全徑三乗
 又圓周率六より一より球積
 率を求めらる者あり

附 扇形を迴轉して成る体積ハ其表面積ハ球

の半徑ニ一を乘る考也

第二十八款 圓柱内ニ球を容るる球徑圓柱のより半
 一けりバ球の表面積ハ圓柱の全面積三より二より
 一々積ハ圓柱積三より二より



第一球の面積ハ圓柱の全面積三より二
 より一を乘りて得る
 圓柱の高と底とハ各球徑より一を
 故圓柱のより半徑或Rより一より十八
 款附一より依りバ圓柱の傍面積ハ

$$2\pi R \times 2R = 4\pi R^2$$

又第二十三款は依りハ球面積ハ $4\pi R^2$ として各
 等し然るハ田徑の傍面積に上下両面積をかく
 て全面積とせん時ハ $6\pi R^2$ とする故に之を以て球
 面積を除いて本款の要を含むなり

次ハ球積田徑積の三々二は等しきを示れ

第二十九 又

款附二 款

は依り 依り

ハ田徑 球

積ハ 積ハ

$$\pi R^2 \times 2R = 2\pi R^3 \quad (1)$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \quad (2)$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 : 2\pi R^3 = \frac{2}{3}$$

本款の如し

附

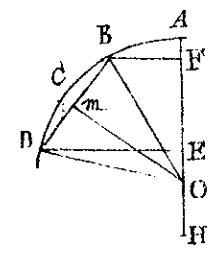
田徑内ハ球を容る時球徑田徑と等しけ
 るハ球積及田徑積ハ名の外面積と互に比例する

れ

第二十九款 弧環体の積ハ弦の両端より田徑二ド下れ

垂線るは存る田徑の部々ハ弦線自乗及球積率を

乗れる者あり



BCDを缺田としOを中点と定め而し
 てAHを田徑の部々BDをえとし其両端
 よりBFDEを曳た又OmをBDと直角
 へ畫くおの時AHを軸としBCDを廻轉

前

$$\frac{1}{6}\pi \overline{EA}^3 + EA \times \frac{\pi \overline{DE}^2}{2} \quad (1)$$

1 三 O 注
| 角 支 D
3 形 直 E

$$OE = OA - EA \text{ 又 } OA = OD$$

故

$$\begin{aligned} \overline{DE}^2 &= \overline{DO}^2 - \overline{OE}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{OA}^2 \\ &\quad + 2OA \times EA - \overline{EA}^2 = \\ &= 2OA \times EA - \overline{EA}^2 \end{aligned}$$

1 2 D 式 以
バ 換 E (A) 了
ふ 界 の 前

$$\begin{aligned} &\frac{1}{6}\pi \overline{EA}^3 + EA \times \frac{\pi}{2}(2OA \times EA - \overline{EA}^2) \\ &= \frac{1}{6}\pi \overline{EA}^3 + EA \times \frac{\pi}{2}(2OA - EA) \\ &= \frac{1}{6}\pi \overline{EA}^3 + \frac{1}{6}\pi \times 3EA(2OA - EA) \end{aligned}$$

球 鉄 只 一 底 有 る 球 鉄 積 其 全 徑 と 同
F ハ E A 2 変 化 故 子 B F ハ 零 と 成 り 了 其 子

1 球 鉄 只 一 底 有 る 球 鉄 積 其 全 徑 と 同
球 鉄 只 一 底 有 る 球 鉄 積 其 全 徑 と 同
球 鉄 只 一 底 有 る 球 鉄 積 其 全 徑 と 同

$$Dn = DE - nE = DE - BF, \quad \overline{Dn}^2 = \overline{DE}^2 - 2DE \times BF + \overline{BF}^2$$

$$\overline{BD}^2 = \overline{Bn}^2 + \overline{Dn}^2 = \overline{EF}^2 + \overline{Dn}^2$$

$$\overline{BD}^2 = \overline{EF}^2 + \overline{DE}^2 + \overline{BF}^2 - 2DE \times BF$$

時 換 式 以
ハ 申 \overline{BD}^2 了
3 4 (A)

$$\begin{aligned} &\frac{1}{6}\pi EF(\overline{EF}^2 + \overline{DE}^2 + \overline{BF}^2 - 2DE \times BF + 2\overline{BF}^2 + 2\overline{DE}^2 + 2BF \times DE) \\ &= \frac{1}{6}\pi EF(\overline{EF}^2 + 3\overline{DE}^2 + 3\overline{BF}^2) = \frac{1}{6}\pi \overline{EF}^3 + EF \times \\ &\quad \left(\frac{\pi \overline{DE}^2 + \pi \overline{BF}^2}{2} \right) \end{aligned}$$

本 款 の 如 一

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{6} \pi \overline{EA}^2 (EA + 6OA - 3EA) \\ &= \frac{1}{6} \pi \overline{EA}^2 (6OA - 2EA) = \\ &= \frac{1}{3} \pi \overline{EA}^2 (3OA - EA) \end{aligned}$$

即ち唯一底ありたる球缺積ハ其高自
乗と球の半径之倍より球缺の高を減
し高の六乗を尚田周率三より一
乗する者なり

設題

第一

四角形の地あり其高角線八十有三尺とし
其高角線より高角点より垂線の長二十四
三尺及之する六寸あり積を求む

第二

その方形の地あり其高角線幅の二倍あり積
を求む 但幅を一と定む

第三

五角形あり其高さ二十尺より平中
十三尺七六三八二あり積を求む

第四

環あり大径十尺より小径六尺あり積を
求む

才五 西々積餘あり其傍斜三十四尺よりて底の各々十五尺寛あり傍面積算なり

才六 西四積餘あり其傍斜三十四尺底各々五尺よりて上面の各々二尺六分一あり傍面積算なり

才七 西六積餘あり其底各々十尺よりて其高四

十五尺あり積算なり

才八 西高あり上面積九坪下面積十六坪よりて

高七尺あり積算なり

才九 田積あり底徑三十尺よりて高六十尺あり

傍面積算なり

才十 田積の高五十八尺よりて底半徑十五尺あり

積算なり

才十一 田錐あり底徑三十二尺よりて傍斜三十五尺あり

り傍面積算なり

才十二 田積の高二十七尺よりて底徑十尺あり積算

なり

才十三 田高あり其面の直徑八尺と四尺よりて傍

斜の高二十尺あり全積算なり

才十四 田高あり其高二十六尺よりて其面の直徑

二十二尺及十八尺あり積算あり

才十五 球徑一尺三寸一ありは表面積算あり

才十六 球徑九寸より一寸の帯ありは外面積算あり

算あり

才十七 球徑十二尺あるありは実積算あり

才十八 球徑十二尺の者ありは球缺を三尺とせたる

積算あり

才十九 球ありは表面積六十八坪あり全徑算あり

才廿 外面積六十八坪の球ありは外面より二

寸の帯より之を截断せば其球缺の外面積算あり

才二十一 球ありは球缺積及球積各算あり

才二十二 全徑二十寸の球あり之を截断せば其截

面中より上部三尺及五尺の帯あり球缺積及

球又其中心より下部五尺及七尺の帯を在るハ算

あり

才二十三 一底を有る球缺の底徑十六寸よりして算

あり積算あり

才二十四 球缺あり其底球心の上下に在りて其底徑

十八尺及十四尺其巨勢九尺あり球缺積及球の半

徑算あり

才二十五 球空四十寸ありあり之を裁断せらるる其

面中より上部ありて下面径十六寸中より

大徑あり巨身十寸あり球缺後あり

才二十六 球缺の大徑二十里を徑十二里より其

二里あり球缺後あり

設題答

才一 二千百九十七坪六五

才二 二坪不罪の三

才三 六百八十八坪一九一

才四 五十坪二六五六

才五 一千六百八十七坪五

才六 百十坪

才七 三千八百九十七坪一一四三

才八 八十六坪三分一

才九 五千六百五十四坪七六

才十

三萬五千三百四十三坪

才十一

七十坪六八六

才十二

七百〇六坪八六

才十三

四百三十九坪八二四

才十四

八千九百九十五坪三九

才十五

五坪五八五〇六

才十六

八十三坪八二三二

才十七

九百〇四坪七八

才十八

百四十一坪三七二

才十九

四尺六五二

才二十

二十九坪二二九

才廿一

球五十三坪七一 缺二十坪八五

才廿二

上部の球缺積五萬二千五百坪七

下部四百〇〇坪〇三

才廿三

四百三拾五坪六三二

才廿四

球缺積二千二百十九坪五 徑九尺四〇二七

才廿五

四百二百九十七坪七〇八八

才廿六

徑十八里〇二七 缺積四百三十一坪四五

幾何學新編卷之五終

幾何學新編卷之五終

海國學錄卷之五

明治八年六月四日

官許

名東縣下阿波國新町橋筋

小川為三郎藏梓