

## デジタル超音波距離計を用いた運動実験の定量的解析の試み

藤本和規<sup>\*1</sup>

福岡教育大学教育学部

永吉加奈<sup>\*2</sup>

福岡教育大学教育学部

加藤布美子<sup>\*3</sup>

福岡教育大学教育学部

宇藤茂憲

福岡教育大学教育学部

### A trial of quantitative analysis of motion by a digital ultrasonic measurement

Kazunori FUJIMOTO

Department of Physics, Fukuoka University of Education

Kana NAGAYOSHI

Department of Physics, Fukuoka University of Education

Fumiko KATO

Department of Physics, Fukuoka University of Education

Shigenori UTOH

Department of Physics, Fukuoka University of Education

キーワード： 平面運動，斜面運動，加加速度運動，空気抵抗，摩擦係数，  
超音波距離計，運動のシミュレーション

### 概要

高等学校，および，大学教養レベルの物理学実験を目的とした「パソコンを活用した教材開発」の幾つかの試みをこれまでにおこなってきた。<sup>1-4)</sup> 滑走台車の運動実験で，現実が生じている現象（摩擦力や空気抵抗など）を考慮したデータ解析を行なうことで，現象の理解を更に深めることのできる教材開発を試みたので報告する。

### 1. はじめに

運動，力や力学的エネルギーに係わる物理法則を実験で検証する場合，例えば，滑走台車を用いての実験では，摩擦や空気抵抗などの現実が生じている現象を排除してデータを解析するため，必ずしも，実験をおこなうことが物理法則の理解を深めることにつながっていないように思えることがある。

空気抵抗を例にして考えてみると，空気抵抗は速度の1乗，或いは，2乗に比例して時々刻々とその大きさを変化させる。例えば，斜面運動で時間とともに変化する空気抵抗を考慮して解析をおこなう場合，もはや一定加速度の運動ではなく，一種の加加速度運動として論じる必要が生じ，解析的には高等学校や大学教養レベルを少々超えてしまう。しかしながら，シミュレーションで得た値と実験データを比較検討する方法を用いると，データ解析の段階で，現実が生じている摩擦や空気抵抗を無視することなく定量的に取り扱うことが可能となり，現実即ち現象の解釈ができる。運動や力に係わる法則を実験とシミュレーションで検証し，現象の理解を深めるための物理教材の開発である。

### 2. 実験方法

#### 2-1. デジタル超音波距離計について

研究室ではこれまでに，運動，力学や力学的エネルギーに関する基礎的な理解を得るため，市販の組立キッ

※1：現在，宗像市立自由ヶ丘中学校 非常勤講師 ※2：現在，行橋市立延永小学校 勤務

※3：現在，株式会社 クリック 勤務

ト「デジタル超音波距離計（40kHz）〔秋月電子㈱，¥3,000〕」を利用して，物理教材の開発をおこなってきた。<sup>1-3)</sup> この超音波距離計にはLED表示はついていないが，パソコンへデータを転送できるインターフェースが附属していない。このため，距離の数値を表示するLEDにつながっているBCDカウンタ〔IC4553：下4ビット（1から9の数字を指定する信号），上4ビット（桁を指定する信号）〕に8本の結線を施して，計測値のデータ信号をパラレルポート（パソコンのプリンターポート）経由でパソコンに取り込む方法を構築した。<sup>3)</sup> これ以前では，I/Oボード経由<sup>1,2)</sup> でパソコンにデータを取り込んでいた。この場合に比べて，パラレルポート方式<sup>3)</sup> では，製作費は格段と安くなるが，データ取り込み速度は遅くなってしまふ。しかし，廉価，かつ簡便に操作できる教材開発という点では，高等学校や中学校でも十分に使用に耐えうるものと考えている。今回の報告は，その適用例の1つである。

実験に用いたデジタル超音波距離計，および，実験システム概念図を写真1(a)，1(b)〔①超音波送受信機と回路部，②電源(AC100V → DC9V)・アース部，③データのパソコン送信部(TC74HC245AP使用)から構成されている〕と図1に示す。製作に掛かった経費は1万円程度である。今回は超音波送受信機を回路に直付けとしてコンパクトにした。このため，超音波送受信器の方向微調整はできなくなった。製作の詳細は，文献1～3に報告している。データ収集時間間隔とデータ数の指定，データ表示と保存機能をもつデータ収集ソフトをMicrosoft VisualBasic (ver.6)でプログラミングした。温度による超音波の速度変化に対しては，実験を行う前に基準距離を測定して，計測データを補正した。データ解析には，Microsoft Excelを使用した。

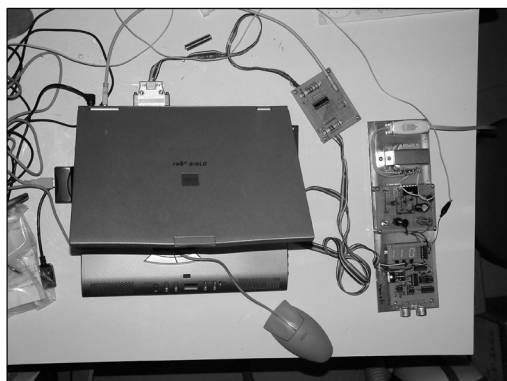


写真1(a)  
デジタル超音波距離計とノートパソコン

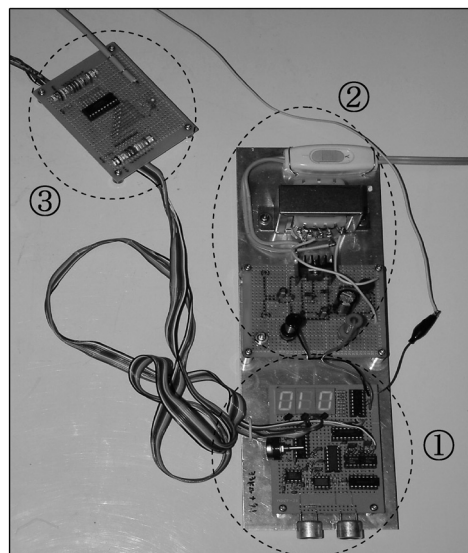


写真1(b)  
①超音波送受信機・受信機と回路，およびLED表示部，②電源(AC100V → DC9V)・アース部，③パラレルポート(25ピンコネクタ)データ送信IC部

## 2-2. 平面運動と斜面運動

平面運動，斜面運動の何れにおいても，滑走台車（中村理科工業，型式DCB-2N：直径25mm，接触部の幅約0.5mmのプラスチック製車輪）が走行する面をガラス（幅60×長1800×厚5mm）にして実験をおこなった。斜面運動では，デジタル超音波距離計をガラス板に固定した後，斜面の1端をジャッキで上げて斜面を微調整した。パソコンへのデータ取り込みを，0.1秒間隔でおこなった。長さ約1.8mのガラス板上で実験したので，滑走台車の平面運動，或いは，斜面運動（傾斜角=約3～7°）の測定ポイント数は約16～30となった。<sup>\*\*4</sup>

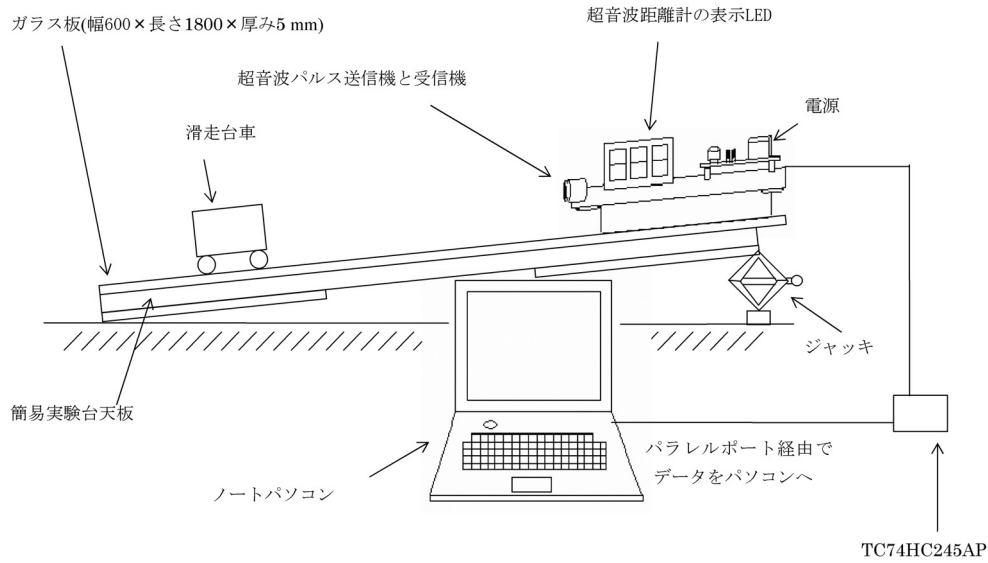


図1 実験のシステム概念図

デジタル超音波距離計の送信機から発した超音波が走行台車の直方体壁に反射し、これを受信機で受けて距離を測定する。LEDの表示数値は、パラレルポート経由でパソコンにデータとして取り込む

### 2-2-1. 空気抵抗について

運動に係わる実験データの誤差を論じるとき、空気抵抗は最初に取り上げられることが多い。しかし、教育現場（高等学校や大学教養など）では、実験データの解析で空気抵抗の定量的な議論がおこなわれることはほとんどないように思われる。流体现象の基礎は流体力学等の一般書<sup>6,7)</sup>に詳しいが、ここでは、参考文献8の議論に従って概説する。

まず、レイノルズ数と抵抗係数の概念を説明する。レイノルズ数は、 $R_e \equiv \frac{UL}{\nu}$  で示せる無次元数である。

ここで、 $U$ ：平均流速、 $L$ ：物体の特徴的な長さ、 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ：動粘性率（ $\mu$ ：粘性率、 $\rho$ ：流体の密度）。

このレイノルズ数は、「流れの慣性力の大きさ」と「粘性力の大きさ」の比を示すものとして知られおり、 $R_e$ によって流れのようすが異なってくる。例えば、 $R_e$ が大きい程、粘性の力で引っ張ることができなくなり、慣性の力で流体が乱れた状態となる。このような状態ではもはや流れは層流でなく、乱れた流れ（乱流）が発生する。一方、流体中の抵抗係数  $C_d \equiv \frac{D}{\frac{1}{2}\rho \cdot U^2 S}$  … ①〔無次元数。但し、 $D$ ：流体中の抵抗、 $S$ ：物

体の流れに直角方向の断面積（射影面積）〕とレイノルズ数  $R_e$  との関係は、実験で得た  $C_d-R_e$  グラフ（参考文献6と8の文中の  $C_d-R_e$  グラフを参照。ここで、グラフは球の場合であるが、任意の物体についてもほぼ同様の取扱いができる。 $C_d = f(R_e)$  … ② で表されるとする）で示される。①と②式から、 $D = \frac{1}{2}\rho U^2 S \cdot f(R_e)$  … ③ となるが、 $C_d-R_e$  グラフから現象を次のように特徴付けることができる。

※4：今回の実験条件下では、0.10 secが最適データ収集時間間隔となった。このため、約1.8 mの距離を運動する滑走台車データ数が16（7°傾斜運動）～30（平面運動）となり、データを平滑化するなどの統計処理<sup>5)</sup>をおこなうにはデータ数が少々不足した。滑走台車の運動解析では、実験データの値をそのまま使用した。但し、レイノルズ数算出と傾斜角度補正では、平滑処理したデータを用いた。

(i)  $R_e < 1$  では,  $f(R_e) = \frac{k_1}{R_e}$

(ii)  $R_e = 10^3 \sim 10^5$  では,  $f(R_e) = k_2$  で近似できる。但し,  $k_1, k_2$  : 定数  
この関係を③式に代入すると,

(i)  $R_e < 1$  では,  $D = \frac{1}{2}\rho U^2 S \frac{k_1}{R_e} = \frac{k_1}{2}\rho U^2 S \frac{\mu}{\rho UL} = \frac{k_1}{2}\mu U \frac{S}{L} \rightarrow D = k_3 \mu UL \dots ④$

ここで,  $L \propto \sqrt{S}$

(ii)  $R_e = 10^3 \sim 10^5$  では,  $D = k_4 \rho U^2 S \dots ⑤$  但し,  $k_3, k_4 (= \frac{C_d}{2})$  : 定数

④式をストークスの抵抗法則, ⑤式をニュートンの抵抗法則という。

以上のことを基礎知識として, 本実験の条件下における滑走台車の走行中におけるレイノルズ数を概算すると,  $R_e = 10^3 \sim 10^4$  (図 2-1, 図 2-2 参照。5 回平滑処理した実験データを使用した) となった。但し, 斜面運動の最初の 2 点は除く。滑走台車の特徴的な長さを  $L = \sqrt{S}$  とした。これより, ⑤式で示され

平面運動での実験条件

空気の密度 (kg/m <sup>3</sup> )	1.29
特徴的な長さ (m)	0.067
粘性率 (kg/m・s)	0.000018
射影面積 (m <sup>2</sup> )	0.0045

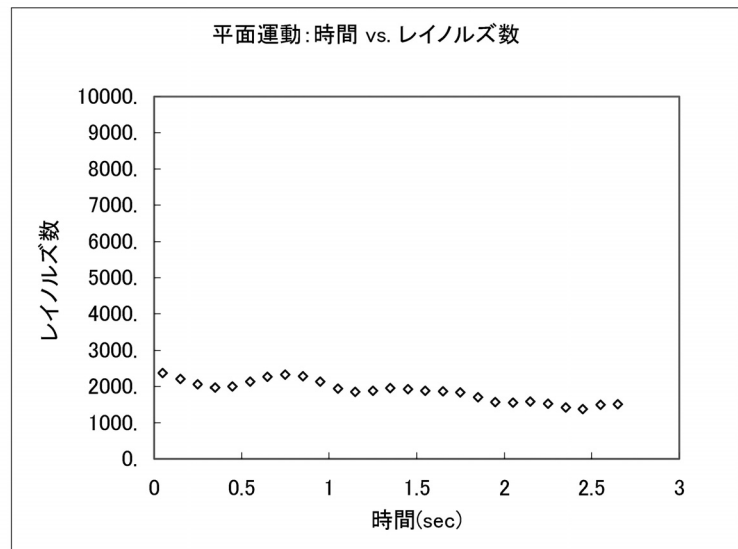


図 2-1 平面運動でのレイノルズ数

斜面運動での実験条件

空気の密度 (kg/m <sup>3</sup> )	1.29
特徴的な長さ (m)	0.088
粘性率 (kg/m・s)	0.000018
射影面積 (m <sup>2</sup> )	0.0078

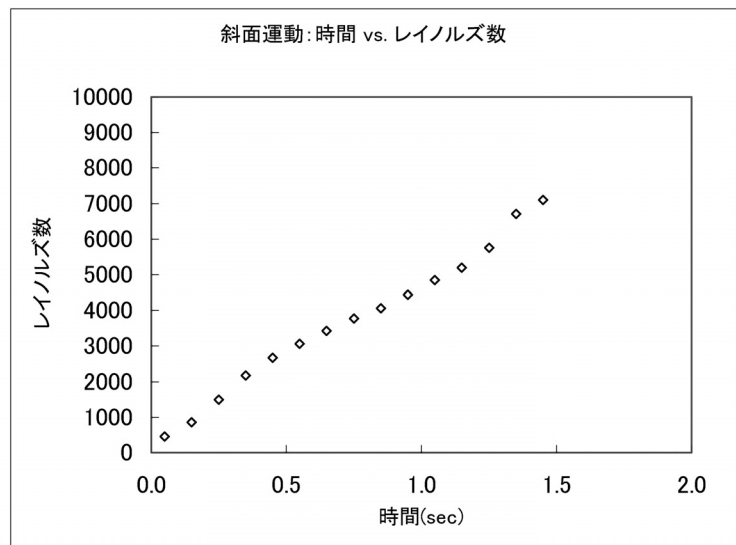


図 2-2 斜面運動でのレイノルズ数

る速度の2乗則の空気抵抗を滑走台車は受けると結論付けられ、本実験における滑走台車の受ける空気抵抗は、 $f_{air} = \frac{1}{2} C_d S \rho V^2 \dots \textcircled{6}$  で示せることを確認した。但し、 $\rho$ ：空気密度、 $V$ ：滑走台車速度。尚、滑走台車の空気抵抗を計算し易いように、平面運動では78(幅)×58(高さ)×150(長さ)mmの直方体を、斜面運動では78(幅)×100(高さ)×150(長さ)mmの直方体を厚紙で形成して滑走台車に覆って実験をおこなった。<sup>\*5</sup> 前者の滑走台車の進行方向射影面積は  $\approx 0.0045 \text{ m}^2$ 、後者の滑走台車の進行方向射影面積は  $0.0078 \text{ m}^2$  となった。また、文献8と9を参照して、本実験での抵抗係数 ( $C_d$ ) は1.1とした。空気密度は  $1.29 \text{ kg/m}^3$  である。

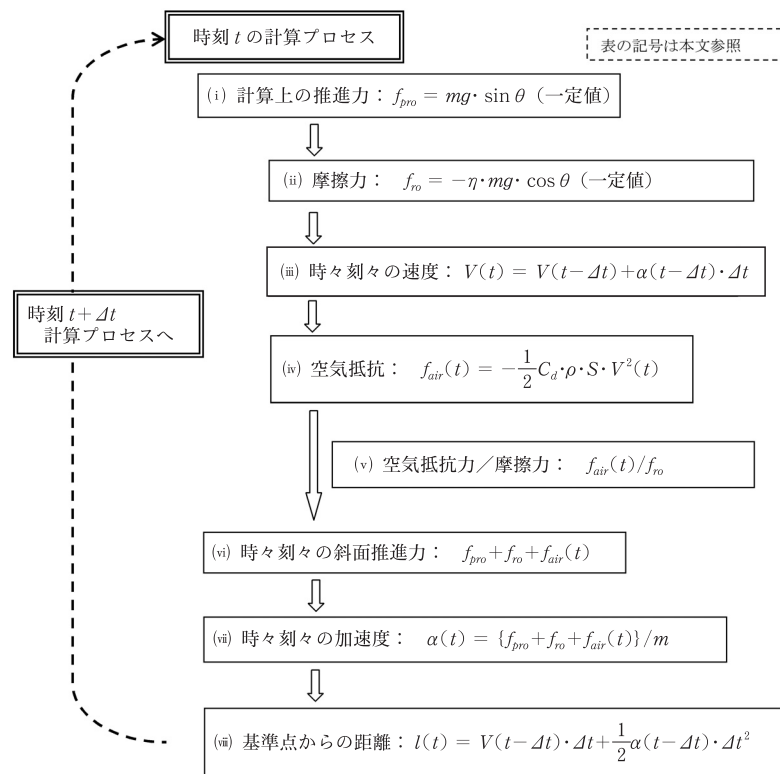


図3 シミュレーション手順  
(i)～(viii)を1プロセスとして、0.10秒間隔で計算を繰り返した

※5：滑走台車は既製品のままでは滑走台車の受ける空気抵抗が小さいので（本文3-2参照）、空気抵抗を受けやすいように滑走台車を直方体で囲んで実験をおこなった。



## 2-2-2. 摩擦係数について

滑走台車を用いた今回の実験では、現実の現象に即したデータ解析をおこなうため、滑走台車のガラス面上での摩擦係数  $\eta$  を実験データから決定しなくてはならない。

実験データの値  $F_{\text{exp}}(t)$  から、空気抵抗と摩擦力を考慮した平面運動のシミュレーション（図3のシミュレーション手順、および表1のExcel操作を参照）値  $F_{\text{sim}}(t)$  を差し引いた値を2乗した総和  $M_{\text{sum}} = \sum_{t=0}^{t_n} [F_{\text{exp}}(t) - F_{\text{sim}}(t)]^2$  が最小値を示すように、摩擦係数  $\eta$  を変化させて  $\eta$  を決定した。この平面運動で求めた  $\eta$  を各斜面運動で用いた。ここで、摩擦力  $f_{ro} = \eta \cdot mg \cdot \cos \theta$  において、 $\theta$  : 傾斜角度、 $mg$  : 滑走台車の重量である。

## 3. データ解析とシミュレーション

実験データの解析、および、シミュレーションをおこなう表計算ソフトとしてMicrosoft Excelを使用した。計算をおこなったExcelワークシートを表1（計算式と数値）に示す。シミュレーションは次の手順（図3参照）でおこなった。斜面での滑走台車の推進力は  $f_{pro} = mg \cdot \sin \theta$ （一定値）、摩擦力は  $f_{ro} = -\eta \cdot mg \cdot \cos \theta$ （一定値）、空気抵抗は⑥式より、 $f_{air}(t) = -\frac{1}{2} C_d \cdot \rho \cdot S \cdot V^2(t)$  と示せる。但し、摩擦力と空気抵抗は進行方向に対して逆方向なので-記号を付けている。⑥式より空気抵抗は速度の2乗によるので、斜面上の滑走台車は時々刻々とその推進力： $f_{pro} + f_{ro} + f_{air}(t)$  を変化させる〔図3の(vi)参照〕。その値を滑走台車の質量で除すれば、近似としてその瞬時の加速度を得ることができる〔図3の(vii)参照〕。これから、時々刻々の速度や移動距離は図3の(iii)や(viii)より計算できる。実験は0.1秒間隔で測定したので、シミュレーションも図3の(i)～(viii)の過程を0.1秒間隔で繰り返して計算した。一方、脚注※4で示したように、測定データはその数が少ないので平滑処理はせず、そのままの値を解析に用いた。

### 3-1. 平面運動について

平面運動、斜面運動の何れにおいても、滑走台車が接触する面をガラス（幅600×長1800×厚5mm）にして実験をおこなった。この条件での摩擦係数は未知なので、本実験条件における摩擦係数  $\eta$  を2-2-2.で示す方法で決定した。滑走台車は手で押し出して走行させたので、最初の約0.4秒間のデータは、力が掛かった状態での運動とみなして解析の対象からはずした。また、滑走台車を押し出して得た初速度は、次のようなデータ処理で近似的に求めた。

平面運動での初速度の近似的求め方：

図4-1に示すように、実験データをプロットする。運動が近似的に等加速度運動であると仮定して、<sup>\*6</sup> 2次関数の最小自乗法で実験データを解析すると、 $y = -0.0399x^2 + 0.4996x - 0.0122$  を得る。

但し、 $x = t$ （時間）である。 $L(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + L_0$  の公式と比較して、平面運動における初速度は0.50 (m/s) 程度であると評価した。但し、 $a$  : 一定加速度、 $V_0$  : 初速度、 $L(t)$  : 時刻  $t$  での位置、 $L_0$  : 初期  $t = 0$  の位置

※6：本実験での平面運動の場合、「空気抵抗/摩擦力」は運動始めて1.0%程度であり、時間とともに徐々に減少している。平面運動での減速の主な原因は摩擦力（一定値）であるといえるので、この近似で算出した初速度は妥当な値と考える。

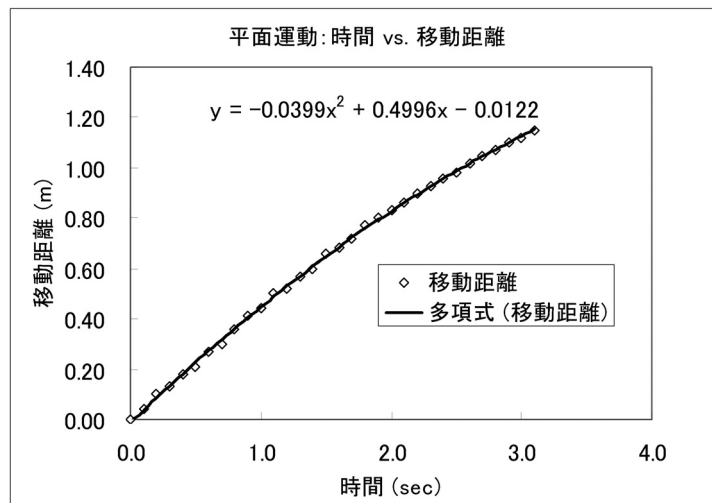


図 4-1 平面運動での「時間 vs. 移動距離」  
等加速度運動とみなして、最小自乗法を 2 次関数の式に適用して初速度を評価した (本文脚注参照)

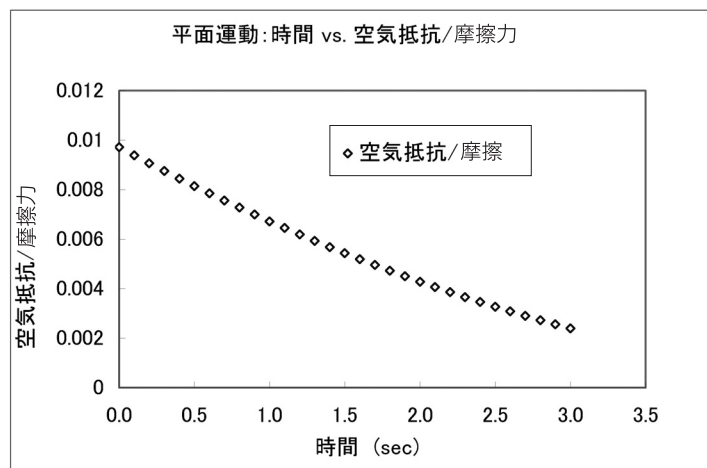


図 4-2 平面運動での「時間 vs. 空気抵抗/摩擦力」  
平面運動での摩擦力に対する空気抵抗の比の時間変化

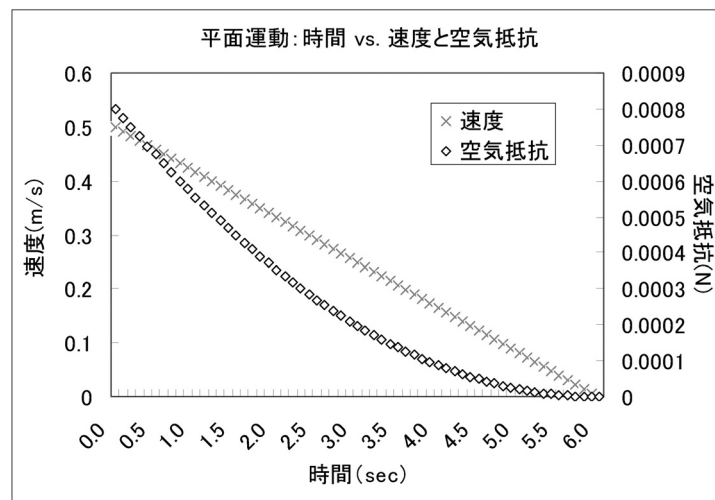


図 4-3 平面運動での「時間 vs. 速度と空気抵抗」  
平面運動での速度と空気抵抗の時間変化 (※7 参照)



この初速度を用いて、0.1秒間隔で図3の(i)~(viii)の計算を順次おこなった。表1のExcelの(H, 3)欄に任意の摩擦係数の値を代入して得た移動距離のグラフが図5-1であり、また任意の $\eta$ で求めた $M_{sum}$ を示したのが図5-2である。図5-2で $M_{sum}$ の最小値を示す $\eta$ の値を本実験での摩擦係数値( $\eta=0.0085$ )と決定した。一方、摩擦力(一定値)に対する滑走台車の空気抵抗の比を図4-2に示す。滑走台車を押し出した瞬間の「空気抵抗/摩擦抵抗」は約0.01(1%)であった。図4-3に平面運動の速度、および空気抵抗の時間変化を示す。<sup>\*7</sup>但し、実験をおこなったのは約3.0秒間である。

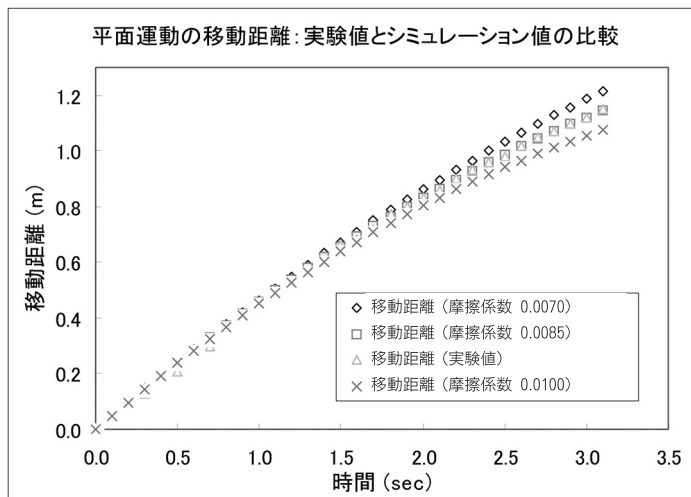


図5-1 平面運動で摩擦係数を変化させたシミュレーション値と実験値の比較  
 摩擦係数 $\eta$ を0.0070, 0.0085, 0.0100に変化させて得た各シミュレーション移動距離と実験データを示す(本文参照)。 $\eta=0.0085$ のとき、シミュレーション値と実験データの一貫度が高い

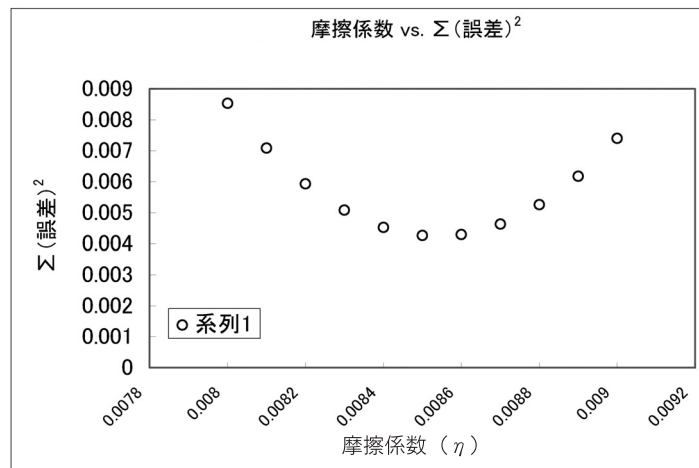


図5-2 平面運動での摩擦係数の値と $M_{sum} = \{\sum_{t=0}^{t_n} [F_{exp}(t) - F_{sim}(t)]^2\}$ の値  
 このグラフの極小値で摩擦係数( $\eta=0.0085$ )を決定した

<sup>\*7</sup>：レイノルズ数が1000未満となる約3.5秒以降のシミュレーションでは、空気抵抗の⑥式を使うことはできないが、図4-3では、 $V = 0\text{m/s}$ に到るまで⑥式で計算した。

### 3-2. 斜面運動について

斜面での滑走台車の運動を、傾斜角度約  $3.5^\circ$  ,  $4.1^\circ$  ,  $5.1^\circ$  で、何れも初速度  $0 \text{ m/s}$  で実験をおこなった。摩擦係数は、平面運動で決定した値 ( $\eta = 0.0085$ ) を使用した。以下、傾斜角度約  $5.1^\circ$  の場合を例として現象を概説する。

測定範囲内 ( $t < 2 \text{ sec}$ ) の移動距離の実験データとシミュレーション値を図6に示す。斜面長が約  $1.8 \text{ m}$  の実験では  $1.9$  秒間しか測定できず、計測ポイントが約  $20$  と少ないが、図3のシミュレーションによる解析手法を用いることで、現実には生じる現象（摩擦力と空気抵抗）を考慮したうえでの斜面運動の現象の理

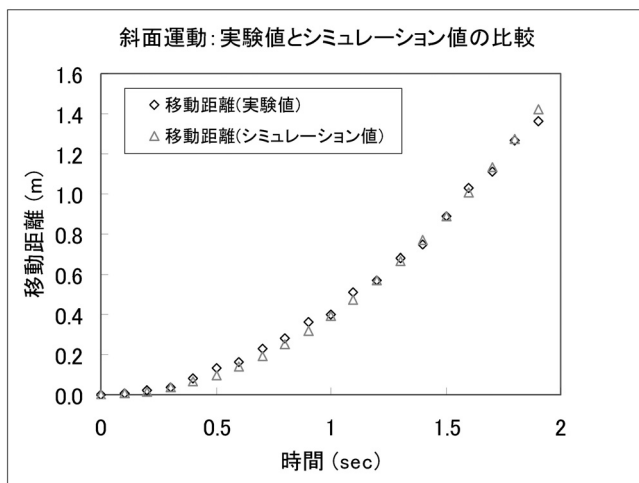


図6 斜面運動での実験データ（移動距離）とシミュレーション値  
シミュレーション(i)~(viii)の手順に従って計算した。傾斜角度 =  $5.1^\circ$  ,  $\eta = 0.0085$  を使用した

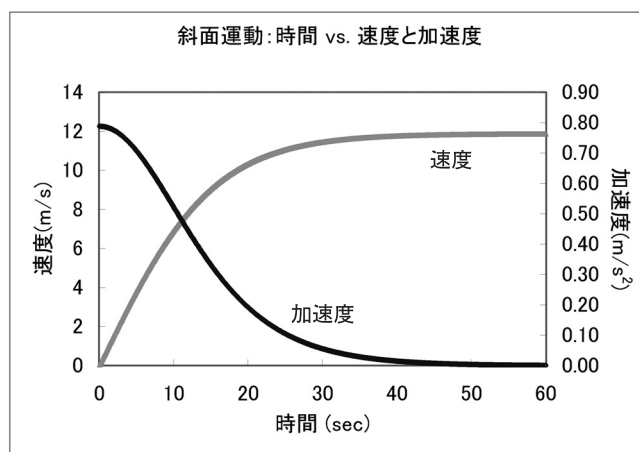


図7 斜面運動での速度と加速度の時間変化

斜面運動の傾斜角度 ( $^\circ$ )	一定速度になるまでの時間 (sec)	一定速度の値 (m/s)
3.5	$\approx 55$	9.6
4.1	$\approx 52$	10.5
5.1	$\approx 49$	11.9

表2 各斜面運動のシミュレーションで、滑走台車が一定速度になるまでの時間とそのときの速度

解を得ることができる。斜面の長さが十分に長く、滑走台車が運動し続けたと仮定してシミュレーションすれば、滑走台車が一定速度になる時刻は約 49 秒後（速度 = 11.9 m/s）であることが推定できる（図 7 参照）。各傾斜角で速度一定になるまでの経過時間と一定速度の値を表 2 に示す。このときの滑走台車の加速度変化を図 7 に示しているが、現象が加速度の変化する一種の加加速度運動であることを理解できる。加速度が時間経過とともにゼロに近づき、シミュレーションで等速度運動に到達するようすが理解できる。これらのグラフから空気抵抗や摩擦力を考慮した滑走台車の斜面運動の特徴をつかむことができる。各斜面角度における滑走台車の受ける空気抵抗の変化のようすを図 8 に示す。傾斜角度別にその値を記載している。また、「空気抵抗力／摩擦力」の比の時間変化を図 9 に示す。傾斜角度 ( $\theta$ ) が大きい程、重力による滑走台車の斜面上の推進力 ( $mg \cdot \sin \theta$ ) が増すので滑走台車の速度も速くなり、傾斜角度が  $5.1^\circ$  の場合のシミュレーションでは、開始から 1.9 秒程度（長さ約 1.8 m のガラス板斜面を滑走台車が移動し終わったときの斜面末端位置）で摩擦力の約 15% に相当する空気抵抗が生じていることが分かる（図 9 の  $\triangle$  参照）。但し、滑走台車は既製のサイズではなく、厚紙で形成した直方体 [78(幅)×100(高さ)×150(長さ)mm] を滑走台車に覆って実験をおこなったので、流線型の既製品に比べて空気抵抗は斜面長 1.8 m の端の位置で、5.5 倍 ( $f_{air} \approx 0.00219$ , 但し,  $C_d = 0.5$ ,  $S \approx 0.0031\text{m}^2$ ,  $V = 1.48\text{ m/s}$ ) となっている。

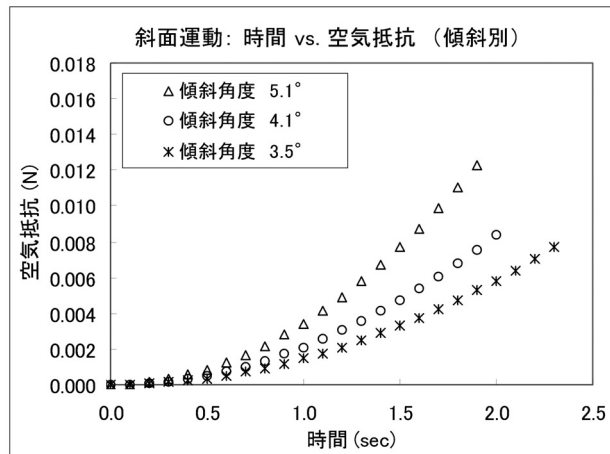


図 8 斜面運動での各傾斜角度における空気抵抗の時間変化

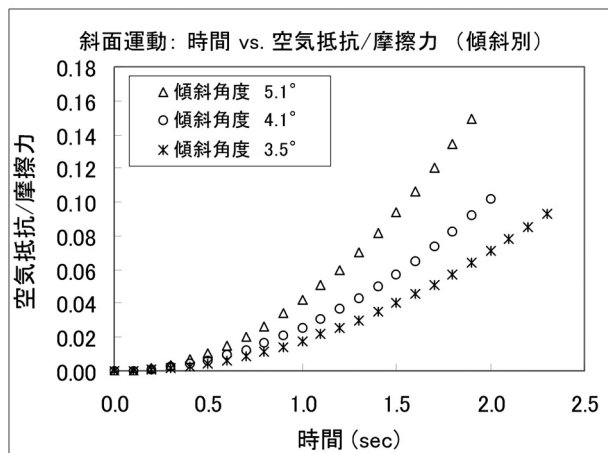


図 9 斜面運動での各傾斜角度における「時間vs. (空気抵抗／摩擦力)」比の時間変化

#### 4. 問題点について

斜面運動実験の定量的データ解析で問題となるのは、(i) 傾斜面の設定、(ii) 傾斜角度の測り方である。通常の（長さ 2 m 程度の）机等を利用する場合、水平で一様な傾斜角をもつ斜面を形成することは実験精度上、少々問題があるようである。例えば、今回の実験では、簡易実験機の天板にガラス板（長さ：1.8 m）を固定して、「ガラス+天板」の一端をジャッキで押し上げることで斜面を形成した。しかし、「ガラス+天板」を水平状態にして水平器等で水平度をチェックすると、たわみを検出したので、理想的な斜面状態（均一傾斜角を有する傾斜面）ではなかったことが確認できた。一方、傾斜角度は、(イ)傾斜角度計、(ロ)2軸加速度計を用いた角度計測、(ハ)幾何学的な測量等、幾つかの方法で測定したが、何れも、精度上の問題がそれぞれにあり、傾斜角度を確定することは困難であった。

これらのことを考慮して、斜面運動における傾斜角度を次の手順で補正した。

実験データを 5 回平滑処理した後、各時刻でのこの処理データからシミュレーション値を差し引いて 2 乗した総和： $M_{sum} = \{\sum_{t=0}^{t_n} [F_{exp}(t) - F_{sim}(t)]^2\}$  が最小値を示すように傾斜角度を変化させて傾斜角度を決めた。この結果、各斜面運動での傾斜角度は何れも「傾斜角度測定値+約1°」の値を示した。斜面運動における、データ解析ではこの補正角度を用いておこなった（表 3 参照）。

傾斜運動データ番号	幾何学的に計測した傾斜角度 (°)	補正した傾斜角度 (°)
968	2.4	3.5
9610	3.0	4.1
9615	4.0	5.1

表 3 補正傾斜角度

#### 5. まとめ

これまでの滑走台車を用いた実験では、データ処理の段階でほとんど取り上げられることのなかった「摩擦力」や「空気抵抗」を、実験データとシミュレーション値を組み合わせることで定量的に取り扱うことができた。現実起っている現象に、より近い状態で実験データを解析することで、実験データの解釈の曖昧さを少しでもなくし、現象が幾つかの物理法則に従って生じていることを確認できるようになった。このような実験データ処理プロセスを経ることで、物理現象の理解をより深めていけるようになることを期待したい。しかしながら、今回の実験データ解析は、定量的に取り扱いながらも、各物理量（例えば、摩擦係数  $\eta$  など）を正確に決定している訳ではないので、あくまでも滑走台車の運動が現実にどのような現象の組み合わせで生じているかなどの理解を深めることを主目的にしての物理教材開発の試みであることを最後に断っておく。

## 参考文献

- 1 村山 宏明, 清水 健彦, 金 祥二郎, 申 在元, 宇藤 茂憲: 物理教育, 2002年 第50巻第6号 p 376  
「LED表示のある簡易計測器のデータをパソコンへ取込む試み」
- 2 村山 宏明, 宇藤 茂憲: 福岡教育大学紀要 2004年 第53号 第3分冊 p 25「デジタル超音波距離計を用いて重力加速度  $g$  を測定する実験の構築」
- 3 井上 新悟, 田中 義秋, 宇藤 茂憲: 福岡教育大学紀要 2005年 第54号 第3分冊 p 7 「パソコンを活用した実験データで学ぶ物理現象」
- 4 井上 新悟, 宇藤 茂憲, 田中 義秋: 物理教育, 2004年 第52巻 第3号 p 214  
「パソコン実験での等速円運動の検証」
- 5 第4版 実験化学講座3「コンピュータ利用 基本操作Ⅲ」丸善 「4章 実験データの処理」
- 6 ランダウ=リフシッツ著(竹内 均 訳): 「流体力学1」 東京図書
- 7 友近 晋著: 「流体力学(Ⅱ)」小山書店 など
- 8 今井 功: 数学セミナー, 日本評論社 1996年11月号 p 50「流体中の物体の抵抗」
- 9 増田 正美著: 「ゴルフの物理」 裳華房