

閾素子ニーロン回路による確率的アナログ 情報処理に関する研究 (第 I 報)

—ランダム PFM パルス列の発生と乗算演算について—

遠 藤 秀 治

福岡教育大学技術科電気工学教室

(1973年9月10日 受理)

Research of the Stochastic Analog Information Processing by the Neural Circuits using the Threshold Elements (I)

— Generation of Random Pulse Frequency Modulated
Sequences and Multiplication —

Shuji ENDO

Department of Engineering, Fukuoka University of Education

Abstract

Recently the mechanism of the living body has been remarkable in Electrical Engineering, for its characteristics contain a lot of problems which are very interesting for the investigations in that field.

Particularly the author has an eye to the properties of information processing and transmission in the neural system of the living body, and wish to apply them to Engineering Field.

First the properties of neural system are following,

- 1) In neural circuits the information is transmitted in parallel channels. Accordingly it is large scale automaton of temporal and spatial circuits in three degrees.
- 2) The operation of the neural system is stochastic and does not have a determined algorism like a computer.
- 3) Additionally its function is not *in-variant* and there is learning or self-organisation in it.
- 4) The operation is flexible; it has adaptation, accommodation and fatigue.
- 5) To our surprise the information processing is done in two ways, namely excitation and inhibition. The life has some characteristics above and it may be considered that the information transmission is done by random pulse sequences. The implied information in them is said to be coded in pulse density, temporal pattern, or variance of pulse interval, etc.. It seems to be coded in various ways rather than in a fixed manner. Therefore, to analyze these impulse sequences statistically, we must consider them, translating the impulse sequences as stochastic point processes into those as time interval processes.

In this paper the author pays their attention to these impulse sequences, generates the random pulse sequences so that their frequency components are in normal distribution, and reports the results of fundamental analog operations by the fundamental elements on the model of the actions of a neuron in neural system, using them. The analog quantity in the analog operation corresponds to the average frequency of random P.F.M sequences.

In this report (I) the generation of random P. F. Msequences and the fundamental elements on the model of a neuron and Multiplication by them are described.

1. ま え が き

近年、工学の分野から生体を眺めてゆく方向が盛んに行なわれている。生体の持つ極めて優れた機能を学び、これからヒントを得て工学への応用を考えてゆく動きには、生体を今までと異なった方向から見つめて行くことには十字路口科学として広範囲な分野に渡る問題を包括しており、非常に興味の深い学問の現われと思われる。^{1)~3)}

特に本論文に於いては、生体の神経系に於ける情報の流れ及び処理に着目するものである。ここで生体内にて行なわれている特有な情報処理について記述しておく。

生体内の神経系は膨大な数の神経細胞（ニューロン）なる素子にて構成された巨大な情報処理装置である。従って生体特有の特徴があるが、第1に感覚受容器からの神経回路はすべて並列に伝送、処理されている。例えば視覚においては網膜上の二次元に配置された視細胞からの情報は同時に並列に上位に伝送されるが、網膜から大脳に向かう視神経の数は視細胞の全数よりはるかに少なく、両者間に1対1の対応はない。しかも各視神経自体伝送速度も異なる。即ち神経回路網は三次元の時空間回路であり、又1個の巨大なオートマトンであると言えよう。第2に計算機のように一つの決定的なアルゴリズムに従って論理的に情報処理がなされるのでなく確率的な処理であると言える。また神経系では、その働きが常に一定でなく学習機能あるいは自己組織化機能がある。一方疲労及び順応がある。そして神経系の情報処理が興奮と抑制の2つの作用で行なわれている。この他に、分化、汎化、抽出作用、連想などの機能を持っている。そして以上の情報処理の形体が、生体神経系の最小単位であるニューロンの発火によるインパルス系列により伝送されている。このインパルス系列の中にどのような方法にて情報がコーディングされているかは、種々の説明がある。インパルス列の密度の中にコード化されているとか、インパルス間隔の分散、時間パターン等の中に情報がコード化され伝えられていると言われているが、恐らく特定の方式に限定されず様々な形で情報をコード化し、伝送されていると思われる。²⁾

従って、これらインパルス系列を統計的に解析するには、確率点過程とみなせるインパルス列を、時間間隔過程に変換し考察する必要がある。

本論文に於いても、このインパルス系列に着目し、入力信号（情報）に応じて密度変調を受けるランダム PFM (Pulse Frequency Modulation) パルス列でその周波数成分が正規分布形を持ったパルス列を発生し、これを用いてニューロンの作用をモデル化した基本素子により基本アナログ演算を行なわせた報告である。

ここでアナログ演算におけるアナログ量としてはランダム PFM パルス列の平均周波数に対応させたものである。

この第I報に於いては、ランダム PFM パルス列の発生とニューロン作用をモデル化した基本素子並びに乗算演算について述べてある。

2. ランダム PFM パルス列について

生体の感覚受容細胞は、入力（情報）に応じてその対数に比例して出力（インパルス）が得られる事が知られている。(Weber-Fechner の法則)

本研究では入力に正比例したパルス周波数を発生させ、その発生位置がランダムにゆらぎパルス周波数成分が正規分布形をもつランダム PFM パルス列を発生し、その統計的性質を検討してみた。

<2-1> ランダム PFM パルス列の発生

パルスの発生位置がランダムに揺らぎ密度変調を受けたランダム PFM パルス列を得る為には, Fig. 1 の様に電圧一周波数変換回路で入力電圧と出力周波数が線形特性を持つ線形 PFM 回路を用いる。そして入力電圧に白色ガウス雑音を重畳させることによりランダム性を与えた。

Fig. 2 に具体的なランダム PFM パルス列発生回路を示し, Fig. 3 に線形 PFM 回路の特性を示してある。

出力周波数 (f) と入力電圧 (v_i) との間には, 雑音電圧 (n_i) を考慮すると,

$$f = k(n_i + v_i) \quad \langle k; \text{比例定数} \rangle \dots\dots\dots (1)$$

と表現できるので長時間平均した出力周波数 m_f は,

$$m_f \cong k \bar{v}_i \cong k v_i < \therefore \bar{u}_i = 0 > \dots\dots\dots (2)$$

となり入力電圧に比例した出力パルスが得られる。

又, 雑音のもつ分散 (σ_n^2) と出力周波数 (σ^2) の分散との間には, (1), (2) より,

$$\sigma^2 = (f - m_f)^2 = (k n_i)^2 = k^2 \sigma_n^2 \dots\dots\dots (3)$$

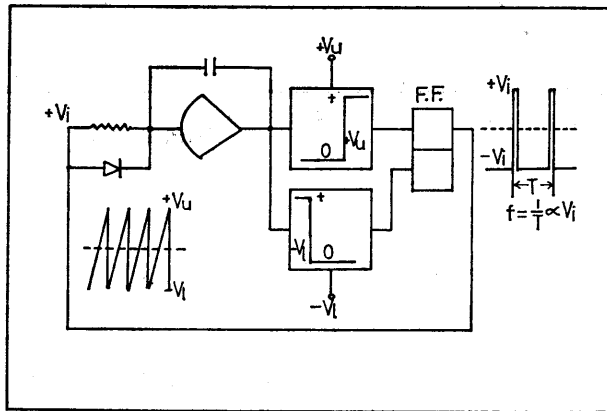


Fig. 1 Linear PFM circuit.

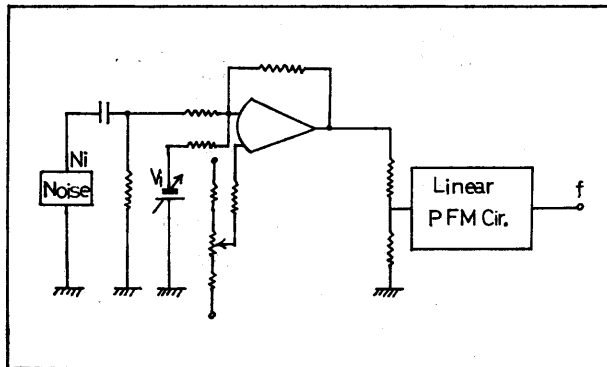


Fig. 2 Random PFM sequences generation circuit.

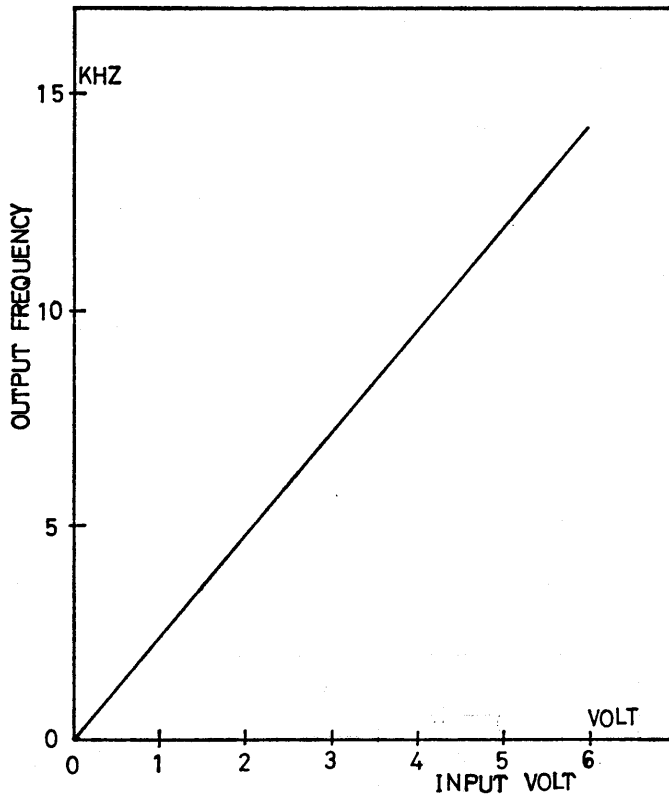


Fig. 3 Linear PFM circuit characteristics.

となり雑音の k^2 倍の分散値が出力周波数の持つ分散と等しくなる。

以上のように入力信号に白色雑音を重畳し、パルス周波数成分が正規分布形をもつランダム PFM パルス列を発生させたわけである。

なお、白色雑音の最高周波数は 2.5 KHz であり、 σ_n は約 $1/3(V)$ に対応している。

出力パルス周波数成分が正規分布形を保っているかどうか、Fig. 2 の発生回路から得られた出力パルス列の確率密度関数 (Probability Density Function, P.D.F.) $p(f)$ を描いて特性を見たグラフが Fig. 4 ①～④までに示してある。

グラフから明らかな様に出力平均パルス周波数が低い場合には、 $P(f)$ のピーク値が実測値の平均値より低い方にずれているが、この現象は Fig. 1 に示した電圧一周波数変換器の特性に基づくものである。そして発生させる周波数が高い場合—言いかえると入力信号が高い場合であるが、この場合には、ほぼ出力パルス周波数は、平均値 m_f の周りに正規分布形に分布していることがわかる。(Fig. 4 ④参照) 低い周波数のパルス列—パルス間隔が大きいパルス列を発生しやすい電圧一周波数変換器の特性を今 Fig. 5 を用いて説明してみる。

低い電圧に対する低い出力パルス周波数、図中では (V_l) に対する $\frac{1}{T_m}$ であるが、この場合には、入力電圧の変動に対して $|T_{m_1} - T_m| > |T_{m_2} - T_m|$ となる確率が大きくなり、パルス間隔が大なるパルス発生が多数を占める状態になり、低い周波数の方に P.D.F としての $p(f)$ のピーク値が平均周波数 $\left(\frac{1}{T_m}\right)$ から低い方にずれることがわかる。そして逆に高い電圧

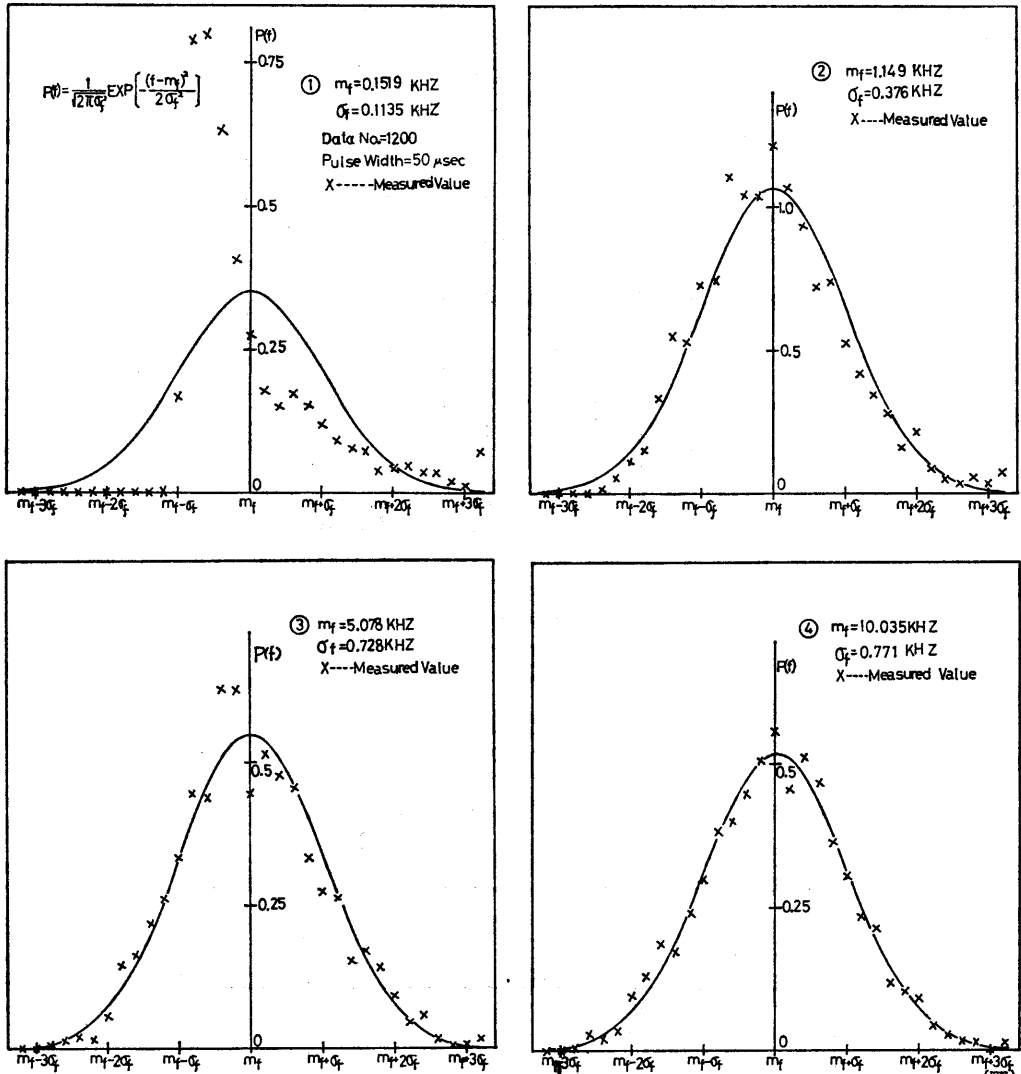


Fig. 4 Characteristics of random PFM sequences, parameter is the average of output frequency.

(Vu) に対する高い周波数 $\left(\frac{1}{T_m}\right)$ の場合には、入力電圧の変動に対するパルス間隔 (T'_{m_1} とか T'_{m_2}) の発生する確率がほぼ等しくなり、 $|T'_m - T'_{m_1}| \approx |T'_m - T'_{m_2}|$ と言うことができ、高い周波数に対しては、ほとんど正規分布形の P.D.F をもつことが理解できる。

<2-2> ランダム PFM パルス列の統計的性質

<2-1>にて発生されたランダム PFM パルス列の統計的性質を考察してみる。Fig. 6 にその測定回路のブロック図を示したものであるが、出力パルス周波数はパルス間隔の逆数から求めたものである。

ここでパルス間隔とは 1 パルス間隔はパルス周期に等しいが、2 以上のパルス間隔については、Fig. 7 に示した通りである。

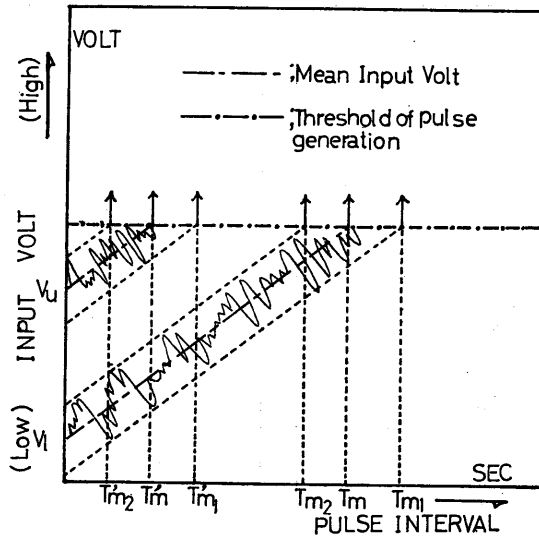


Fig. 5 Explanation of linear PFM generation-circuit characteristics,
 T_m ; Mean pulse interval for low input volt
 T'_m ; Mean pulse interval for high input volt.



Fig. 6 Measure circuit of random PFM sequences characteristics.

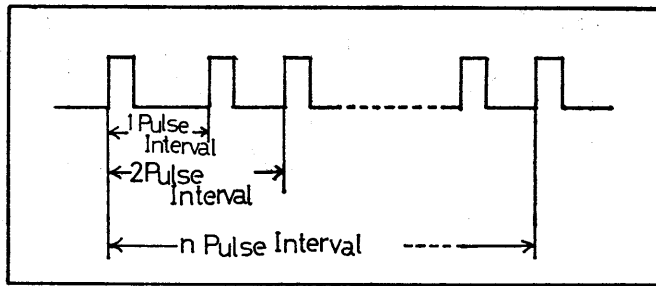


Fig. 7 Explanation of pulse interval.

なお、パルス間隔は T-F.F 回路を n 段用いることにより 2^n 個のパルス間隔まで測定できる。

Fig. 8 のグラフは、その測定結果のひとつであるが、測定するパルス間隔の数の変化により発生されたランダム PFM パルス列の周波数成分の分布を $p(f)$ を用いて調べたものである。このことからわかる様に測定するパルス間隔の数を増加すると、周波数のもつゆらぎは小さくなり入力信号の大きさに定まる出力周波数が得られ、アナログ量として平均周波数を用いることができる。

パルス周波数をパルス間隔から求めた為に、周波数領域とパルス間隔の意味での周期領域

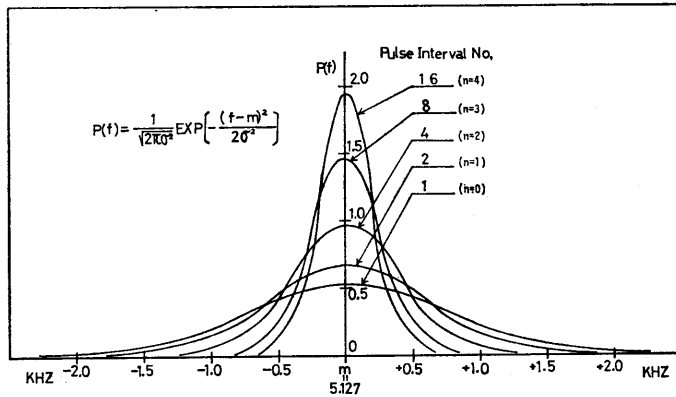


Fig. 8 Statistical characteristics of output random PMF sequences, Relation between P.D.F, $P(f)$, of output frequency and pulse interval. (In this figure n is T-F.F. stage number).

での P.D.F の関係について記述する。それぞれに於ける P.D.F を $p(f)$ 及び $p(T)$ とすると、 $p(f)$ は、 $\langle 2-1 \rangle$ で調べた様に、正規分布形、

$$p(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_f} \text{Exp} \left[-\frac{(f-m_f)^2}{2\sigma_f^2} \right] \dots\dots\dots (4)$$

但し、 m_f, σ_f は周波数領域での平均値と分散を表わす。
 (4) は、周波数領域に於ける表現である為、 $f < 0$ に対しては存在せず、又パルス幅： τ のパルス列に対しては、 $0 < f < \frac{1}{\tau}$ の制限領域に限られるものである。しかし、 $\sigma_f \ll m_f$ であつて、さらに $0 < f < 1/\tau$ 以外に於ける $p(f)$ の値は極めて小さい値であると考えらるならば、(4) の有効性は保持されるものである。

周期領域への変換、 $T = 1/f$ (5)

を用いて(4)を変形すると、 $p(T) = p\left(\frac{1}{T}\right) \left| \frac{df}{dT} \right| = \frac{1}{T^2} p\left(\frac{1}{T}\right)$

従つて、 $p(T) = \frac{1}{T^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_f} \text{Exp} \left[\frac{-\frac{m_f^2}{T^2} \left(T - \frac{1}{m_f}\right)^2}{2\sigma_f^2} \right] \dots\dots\dots (6)$

となる。
 そして周期領域に於いて平均値の周りの十分小さい範囲での近似計算を行なう。

$$T - 1/m_f = x, \quad |m_f x| \ll 1$$

$$\therefore T = 1/m_f + x \dots\dots\dots (7)$$

とおいて、次式の近似式を利用する。

$$\frac{1}{T^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{m_f} + x\right)^2} = \frac{m_f^2}{(1+m_f x)^2} = \text{Exp} \left[-2 \log \left(\frac{1+m_f x}{m_f} \right) \right] \dots\dots\dots (8)$$

及び,

$$\frac{1}{T^2} = \frac{m_f^2}{(1+m_f x)^2} = m_f^2(1-m_f x+m_f^2 x^2-\dots)^2 \dots\dots\dots (9)$$

であるが、(8)(9)を(6)に代入して整理する。

$$\begin{aligned}
 p(T) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_f^2}} \text{Exp} \left[-\frac{m_f^2}{2\sigma_f^2} \cdot x^2 \cdot \frac{m_f^2}{(1+m_f x)^2} - 2 \log \left(\frac{1+m_f x}{m_f} \right) \right] \\
 \therefore \\
 p(T) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_f^2}} \text{Exp} \left[2 \log m_f - 2 \log(1+m_f x) - \frac{m_f^4}{2\sigma_f^2} \cdot \frac{x^2}{(1+m_f x)^2} \right] \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_f^2}} \text{Exp} \left[2 \log m_f - 2 \left(m_f x - \frac{1}{2} m_f^2 x^2 + \dots \right) - \frac{m_f^4}{2\sigma_f^2} \cdot x^2 (1-m_f x + \dots)^2 \right] \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_f^2}} \text{Exp} \left[2 \log m_f - (2m_f x - m_f^2 x^2 - \dots) - \frac{m_f^4}{2\sigma_f^2} x^2 (1-2m_f x + \dots)^2 \right] \\
 \therefore \\
 p(T) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_f^2}} \text{Exp} \left[2 \log m_f + m_f^2 \left(1 - \frac{m_f^2}{2\sigma_f^2} \right) \left(x - \frac{1}{m_f \left(1 - \frac{m_f^2}{2\sigma_f^2} \right)} \right)^2 - \frac{1}{\left(1 - \frac{m_f^2}{2\sigma_f^2} \right)} \right. \\
 &\quad \left. + Ax^3 + Bx^4 + \dots \right]
 \end{aligned}$$

但し、 $A, B \dots$ は $x^3, x^4 \dots$ の各係数
従って、

$$\begin{aligned}
 p(T) &\doteq \frac{m_f^2}{\sqrt{2\pi\sigma_f^2}} \text{Exp} \left(-\frac{1}{1-\frac{m_f^2}{2\sigma_f^2}} \right) \cdot \text{Exp} \left[-m_f^2 \left(1 - \frac{m_f^2}{2\sigma_f^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. \times \left(T - \frac{1}{m_f} \left(1 + \frac{1}{1-\frac{m_f^2}{2\sigma_f^2}} \right) \right)^2 \right] \dots\dots\dots (10)
 \end{aligned}$$

$p(T)$ は平均値の近傍では、

平均値；
$$m_t = \frac{1}{m_f} \left(1 + \frac{1}{1-\frac{m_f^2}{2\sigma_f^2}} \right) \dots\dots\dots (11)$$

標準偏差；
$$\sigma_t = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[m_f^2 \left(\frac{m_f^2}{2\sigma_f^2} - 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (12)$$

の正規分布をしているものとみなすことが出来る。従って $p(f)$ と $p(T)$ は(4)と(6)の関係があり、平均値付近では、(11)(12)の関係式をもっている。

任意の m_f と σ_f を与え、周期領域に於ける P.D.F を(6)を用いて算出したグラフが Fig. 9 ①~④に示してある。図中の点線の曲線は(6)を用いて求めた真の平均値、標準偏差をもつ正規分布曲線である。

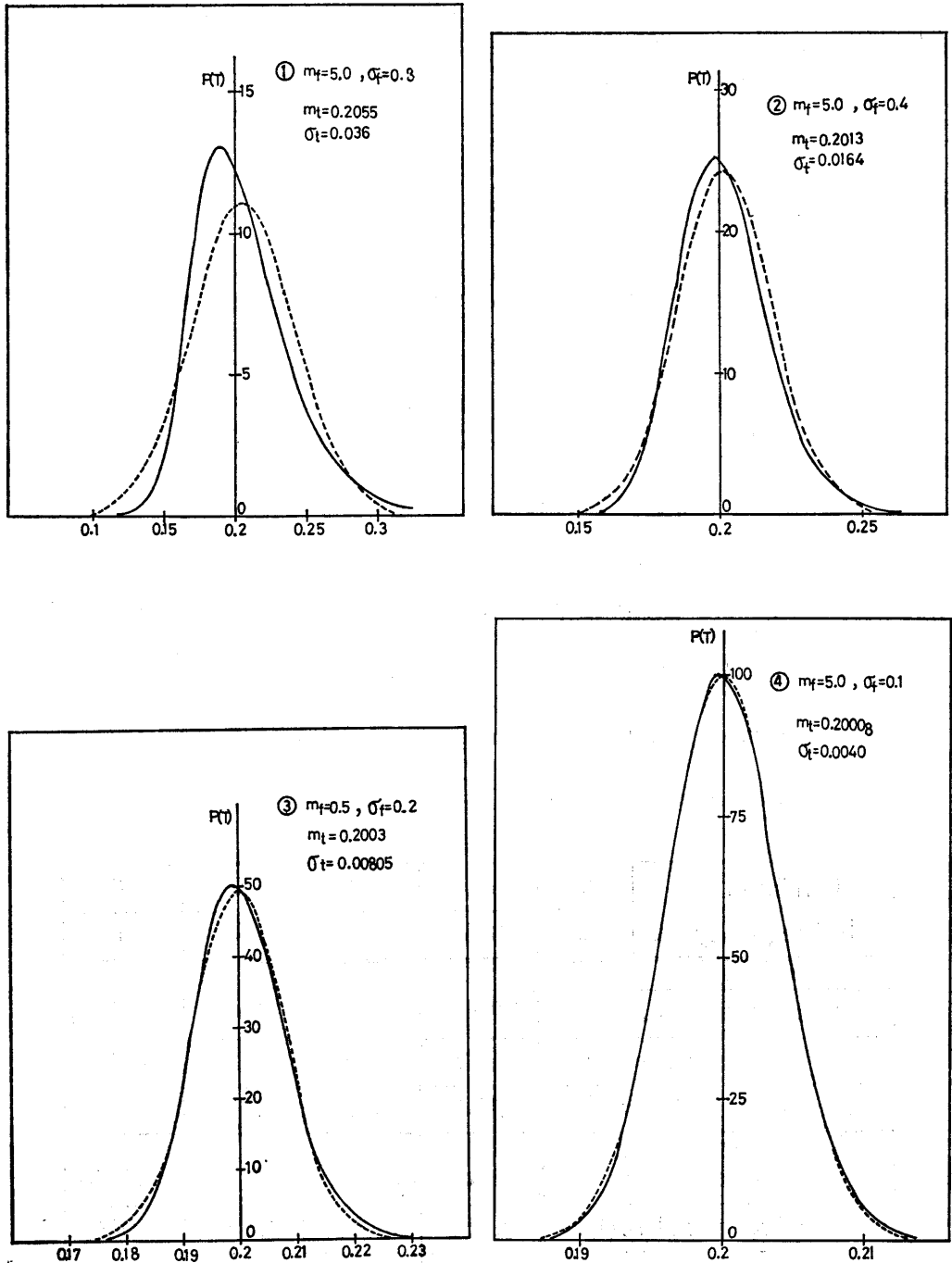


Fig. 9 Relation between $P(f)$ and $P(T)$,

—; Solid curve is calculated by $P(T)$,

---; Dotted curve is normal gaussian curve with m_t, σ_t ,

m_f, σ_f are average and standard deviation in frequency field,
 m_t, σ_t are average and standard deviation in time interval field.

グラフから明確な様に、与える σ_f を小さい条件の場合には、ほぼ正規分布曲線と見なすことが可能であることが、同図④をみると理解できる。

次に(11)(13)の近似値を $\sigma_f \ll m_f$ に対してはより簡単化して、

平均値；
$$m_t = \frac{1}{m_f} \dots\dots\dots (13)$$

標準偏差；
$$\sigma_t = \sigma_f / m_f^2 \dots\dots\dots (14)$$

を考えてみる。

そして以上行なって来た近似計算の確からしさを表わしたものが Table 1. に示してある。

Table 1 Characteristics of Time Interval Field to Frequency Field

Note, In AVERAGE calculated value is computed by $P(T) = \frac{1}{T^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_f^2}} \exp$

$\left[-\frac{m_f^2/T^2(T-1/m_f)^2}{2\sigma_f^2} \right]$, approximate value (I) is by $m_t = \frac{1}{m_f}$, and (II)

is by $m_t = \frac{1}{m_f} \left(1 + \frac{1}{1 - m_f^2/2\sigma_f^2} \right)$.

In STANDARD DEVIATION calculated value is computed by the same $P(T)$, approximate value (I) is by $\sigma_t = \sigma_f / m_f^2$, and (II) is by

$\sigma_t = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[m_f^2 \left(m_f^2 / 2\sigma_f^2 - 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}}$

In PEAK VALUE calculated value is $P(T_{max}) = \frac{1}{T^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_f^2}}$, $T = \frac{1}{m_f}$,

and approximate value is $P(T_{max}) = \frac{m_f^2}{\sqrt{2\pi\sigma_f^2}} \exp \left[-1 / \left(1 - \frac{m_f^2}{2\sigma_f^2} \right) \right]$

Condition in Frequency Field	m_f	5.0	5.0	5.0	5.0
	σ_f	0.8	0.4	0.2	0.1
AVERAGE					
calculated value		0.2055	0.2013	0.2003	0.20008
approximate value(I)		0.200	0.200	0.200	0.200
approximate value(II)		0.189	0.1974	0.1994	0.1998
STANDARD DEVIATION					
calculated value		0.036	0.0164	0.0080	0.0040
approximate value(I)		0.032	0.016	0.0080	0.0040
approximate value(II)		0.0328	0.0161	0.0080	0.0040
PEAK VALUE					
calculated value		13.089	25.228	50.01	99.736
approximate value		13.158	25.259	50.02	99.815

(6)を用いて求めた真の平均値 $m_{i_0} = \int T \cdot p(T) dT$ と標準偏差 $\sigma_{i_0} = \int (T - m_{i_0})^2 \cdot p(T) dT$ と(11)(13)の平均値の近似値及び(13)(14)の標準偏差の近似値との間に存在する誤差率を表わしたグラフが Fig. 10 である。

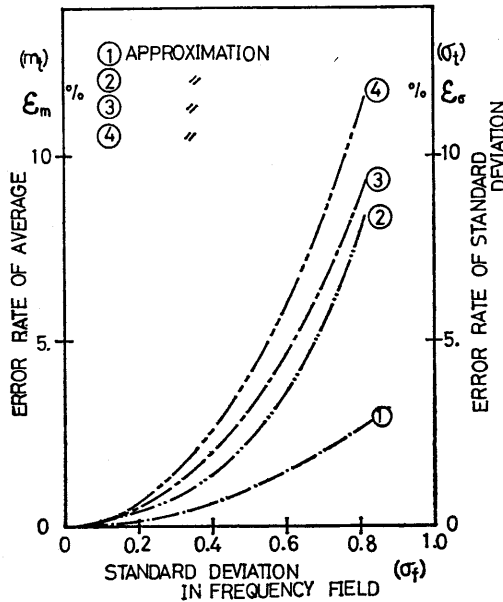


Fig. 10 Error rate of average and standard deviation time interval field to those in frequency.

- Curve (1) Error Rate of Average of Approximation, $\frac{1}{m_f}$.
- Curve (2) " " " " $\frac{1}{m_f} \left(1 + \frac{1}{1 - \frac{m_f^2}{2\sigma_f^2}} \right)$.
- Curve (3) Error Rate of Standard Deviation of Approximation, $\frac{1}{\sqrt{2}} \left[m_f^2 \left(\frac{m_f^2}{2\sigma_f^2} - 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}}$.
- Curve (4) " " " " σ_f / m_f^2 .

これらの事柄から周波数領域での標準偏差 σ_f が十分小さい場合には、平均値付近の近似のみにとどまらず、正規分布形の曲線に接近してゆくことがわかる。さらに、近似値としての(13)(14)のもつ有効性も小さな σ_f に対しては十分に役立つものと見なすことがわかる。

統計的性質の最後として出力パルス周波数のもつ標準偏差 σ_f が、測定するパルス間隔の数 N によって如何なる変化を示すかを記述してみる。

ランダムに揺らいでいる出力パルス列の中から任意にてパルス間隔をとり、これより求めた周波数を $f_i (i=1, 2, \dots, N)$ とし平均値 m_f は全て同一とする。しかし分散 $\sigma_{f_i}^2$ はそれぞれの $i (i=1, 2, \dots, N)$ に対して異なる値を持っているとする。そして、周期領域 (パルス間隔領域) での平均値 m_i (すべての i に対して) と分散 $\sigma_{f_i}^2 (i=1, 2, \dots, N)$ の関係は、(13)', (14)' の関係をもっているものとする。

$$m_i = \frac{1}{m_f} \quad (\text{すべての } i \text{ に対して}) \dots\dots\dots (13)'$$

$$\sigma_{ii}^2 = \left(\frac{\sigma_{f_i}}{m_{f_i}^2} \right)^2 \quad (i=1, 2, \dots, N \text{ に対して}) \dots\dots\dots (14)'$$

今、パルス間隔の数を増加し、1パルス間隔当たりとしての、 $T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i$ のもつ平均値 m_i' と分散 $\sigma_i'^2$ を求めると、

$$m_i' = \bar{T} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N T_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \bar{T}_i = m_i = \frac{1}{m_f} \dots\dots\dots (15)$$

$$\sigma_i'^2 = \overline{(T - \bar{T})^2} = \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T}) \right)^2 = \frac{1}{N^2} \cdot \sum_{i=1}^N (T_i - \bar{T})^2 = \frac{1}{N} \sigma_{ii}^2 \dots\dots\dots (16)$$

上の式の変形には (13)'(14)' をしてパルス列の中に於けるパルス間隔の独立性を考慮したものである。

再び(13)'(14)'を用いて、周波数領域への変換を行なってみると、

平均値 ; (13)', (15) より $\frac{1}{m_i'} = \frac{1}{m_i} = m_f \dots\dots\dots (15)'$

分散 ; (14)', (16) より $\sigma_i'^2 m_f^4 = \frac{1}{N} \sigma_{ii}^2 m_f^4 = \frac{1}{N} \sigma_{f_i}^2 \dots\dots\dots (16)'$

となる。

従って標準偏差は $\frac{1}{\sqrt{N}} \sigma_{f_i}$ にて与えられ、パルス間隔数 (N) の数を増加して測定すると周波数のゆらぎが小さくなる事がわかる。

従って、 $N \rightarrow \infty$ の場合、(16)' より

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{N}} \sigma_{f_i} = 0$$

となることがわかる。

Table 2 は、パルス間隔数 (N) の変化により測定した σ_{f_i} の変化と (16)' より計算した値

Table 2 Comparison of Standard Deviation (σ_f) measured value with calculated value, $\frac{\sigma_{f_i}}{\sqrt{N}}$.

No. of Pulse Interval	measured value	calculated value
N= 1	0.7602	0.7602
2	0.5935	0.5375
4	0.4092	0.3801
8	0.2704	0.2688
16	0.2073	0.1901

との比較を示しており、グラフに表わしたのが Fig. 11 である。

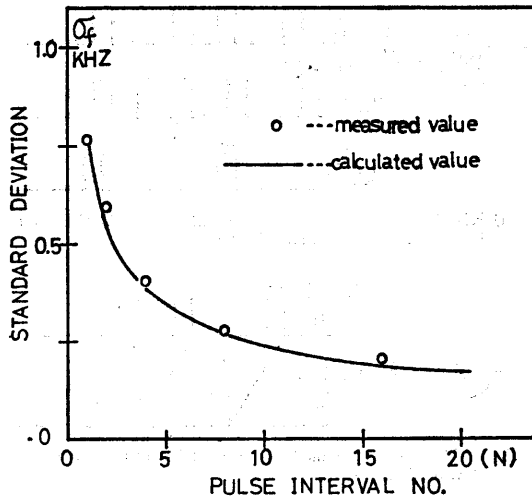


Fig. 11 Relation between standard deviation (σ_f) and pulse interval number (N).

ここで1パルス間隔による標準偏差： σ_{f_1} を用いて計算を行なった曲線が Fig. 11 の実線で示したものであるが、ほぼ一致していることがわかる。

なお、Fig. 3 及び(3)から σ を求めると、

$$\sigma = \frac{11.95}{5} \cdot \frac{1}{3} (=k \cdot \sigma_n) = 0.797(\text{KHz})$$

の値を示すけれども、これは Fig. 11 の縦軸と実線との交鎖近傍となり、使用した白色雑音に応じて出力パルス周波数も正しく周波数成分が正規分布形を持っていることを意味している。

3. 基本素子について

基本アナログ演算は、 $\langle 2-1 \rangle$ にて発生されたランダム PFM パルス列の平均周波数間の演算であるが、使用する基本素子の作用について述べる。そしてこの基本素子は、ニューロンの持つ機能のあるモデルとしての特徴を備えたものである。

Fig. 12 (a) の N_i -素子はニューロンにおける閾値作用に注目したモデルであり、 i の値は閾値の大きさを表わすものである。動作原理は同図右に示す様に、入力パルスが図の様に存在する場合、 N_{1-} 素子の作用は2入力論理和、 N_{2-} 素子は2入力論理積である。出力パルスは全て入力パルス幅： τ に正規化されている。

(b) D_i -素子は、単位遅延： τ_D の*i*倍の遅延時間を持つ素子であり、生体の神経系に於ける遅延現象をモデル化した素子である。ここで τ_D は、最小パルス間隔より小であるとする。

(c) I -素子の動作は入力パルスが存在する時点から、 $(2\tau + \alpha)$ の抑制期間をもつものであり、 I -素子が結合する素子の出力パルスを消去する働きをもっている。これはニューロンの抑制作用に注目したモデルである。

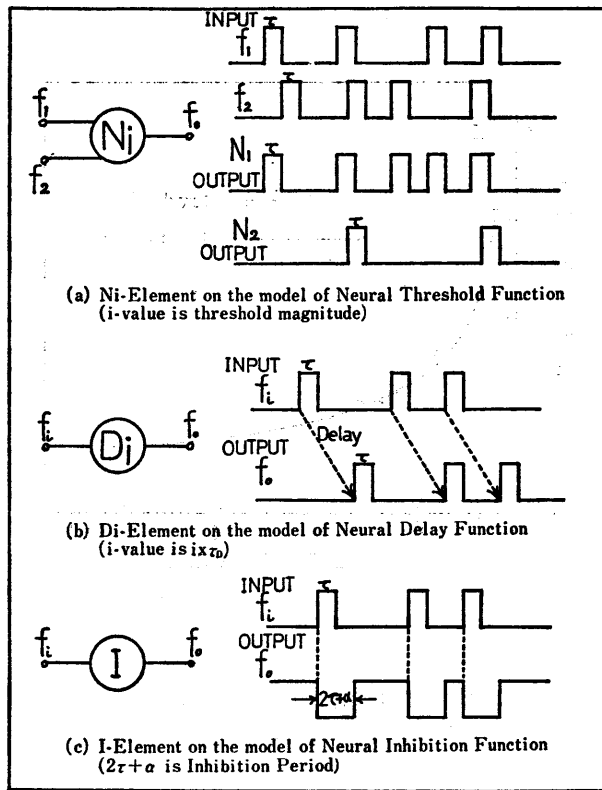


Fig. 12 Symbol and operation of three fundamental element on the model of neural function.

以上の3つの基本素子を用いて、ランダム PFM パルス列の平均周波数間のアナログ演算を行なってゆくわけであるが、最初に乗算について述べる。

4. 乗算について

<4-1>演算回路と動作原理

パルス周波数間の乗算は、Fig. 13 (a) に見るように重み 1 の興奮性結合をもつ閾値：2 の

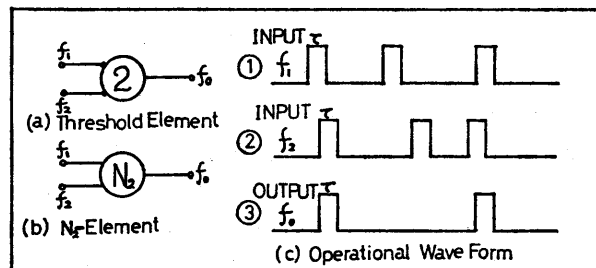


Fig. 13 Multiplication circuit.

閾素子に対応し、ニューロンモデルとしての N_2 -素子を用いることにより実現できる。動作波形は (c) に見る様に入力パルスが重なり合う場合のみ出力パルスを得るものである。出力パルスは、入力パルス幅： $\tau=50\mu\text{sec}$ に波形整形されている。

入力パルスのハイレベルに存在する確率： p_i が、

$$p_i = \tau \cdot f_i \quad (i=1, 2) \dots\dots\dots (17)$$

にて与えられ出力のそれ p_0 は、入力パルス列が互いに独立であるとみなすと、

$$p_0 = \prod_{i=1}^2 p_i = \tau^2 \cdot f_1 \cdot f_2 \dots\dots\dots (18)$$

となる。

そして出力パルス幅は正規化される以前は $\tau' = \tau/2$ にて与えられる。

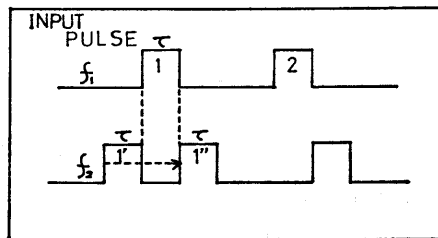


Fig. 14 Explanation of mean output pulse width.

即ち、Fig. 14 にみる様に、 f_1 を固定し、 f_2 のパルスが $1'$ から $1''$ まで変動するときに出力量をもつから、

$$\tau' = \int_0^{\tau} \frac{x}{2\tau} dx + \int_{\tau}^{2\tau} \frac{2\tau - x}{2\tau} dx = \frac{\tau}{2} \quad \text{となる。}$$

従って(18)から、 $p_0 = \tau/2 \cdot f_0$ と合せて考えると、

$$f_0 = 2\tau f_1 \cdot f_2 \dots\dots\dots (19)$$

と出力平均周波数が得られる。(19)からも明らかな様に、入力パルス周波数の積に比例した出力が得られる。

<4-2>実験結果

N_2 -素子を用いて行なった実験結果が、Fig. 15 に示してある。

実験結果と計算値(19)を比較してみると、低い出力周波数に於いては、ほとんど一致していることがわかる。故に実験が正確に行なわれていることが示された。しかし、高い周波数に対しては、計算値からの誤差が見られる。高い周波数に対しては、パルス間隔もパルス幅： τ 以下になり、出力パルス幅を正規化（波形整形）する為に用いた単安定マルチ回路の動作に機縁する。換言すれば、2個以上のパルスが、パルス幅： τ の時間間隔内に続いて入力する場合にも1個の出力パルスしか放出し得ない為に起きる誤差からである。

Fig. 16 (a) にその誤差の説明図を示してある。又、同図 (b) に説明する様に別の誤差も考えられる。つまり重なり合うパルスが極めて微小な場合には、単安定マルチ回路の動作しない入力となり誤差の原因となる。これらの誤差は、波形整形用として用いる単安定マルチ回路の改善に帰化される問題である。

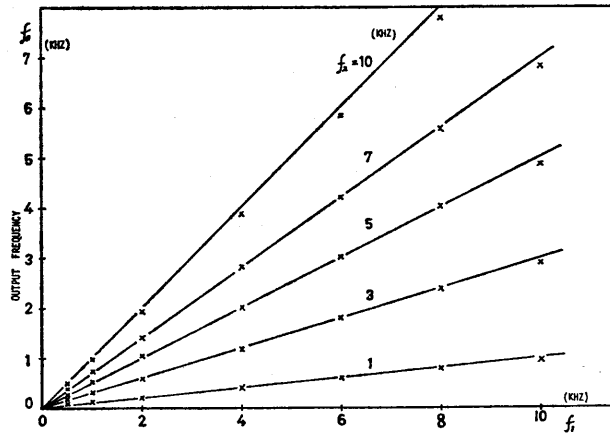


Fig. 15 Characteristics of multiplication.

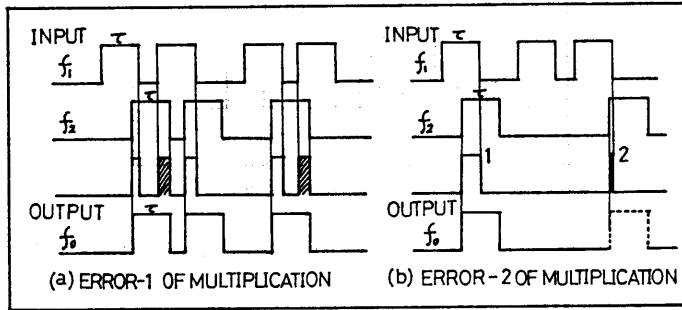


Fig. 16 Explanation of Multiplication error.

次に乗算の出力パルス列の統計的性質について、出力パルス列のインターバルヒストグラム (I-H) から考察した結果を述べる。

測定した出力パルス列の I-H が Fig. 17①～⑤まで及び Fig. 18①～③に示してある。

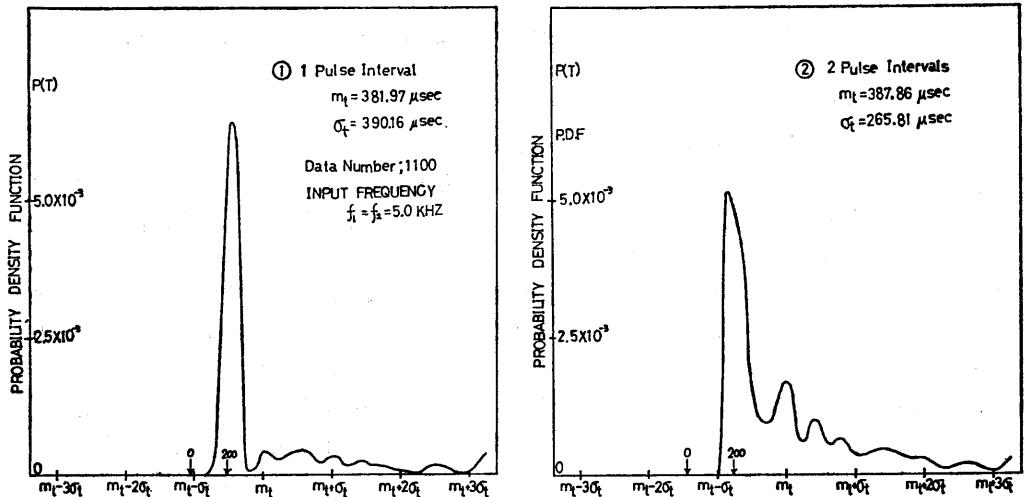


Fig. 17

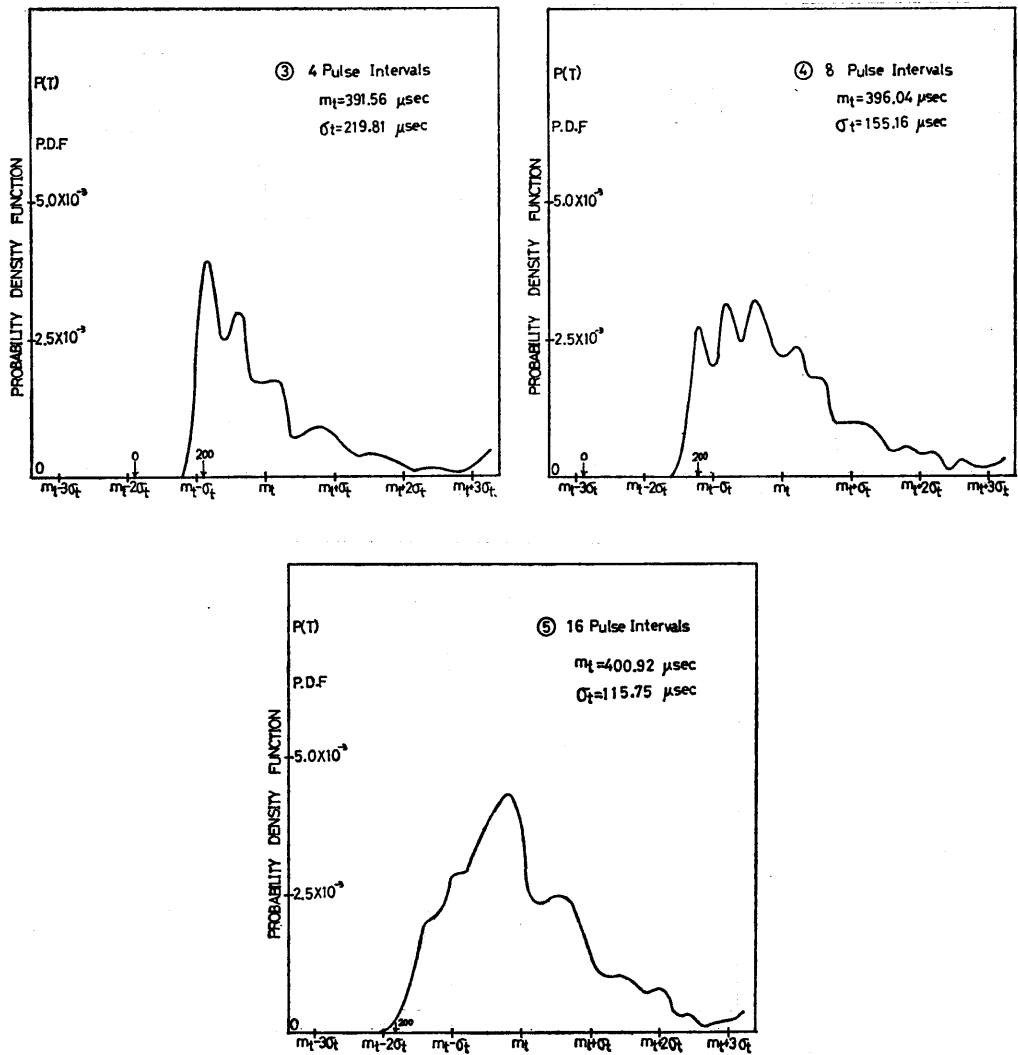


Fig. 17 Interval histogram of multiplication output pulse sequences parameter is output pulse interval number.

Fig. 17 のグラフは、入力平均周波数が f_1, f_2 ともに 5.0 KHz である。そして同図①～⑤まで測定したパルス間隔の数を増加した時の I-H であり、2 以上のパルス間隔に対しては、1 パルス間隔当りに換算したものである。

入力平均パルス周波数が 5.0 KHz である為に、パルス間隔 200 μ sec の平均値でゆらいている為に、その間隔の時点で重なり合う確率が高い為に I-H のピーク値が表われる。そして、次に平均パルス間隔 (200 μ sec) の整数倍にて重なり合う確率をもつ為に、平均パルス間隔の整数倍のところになんか小さなピーク値を示すのである。しかしながら、測定するパルス間隔を増加させた場合にはグラフ Fig. 17⑤にみる様に、正規分布形に接近する I-H を持つことがわかる。これは、測定するパルス間隔の数を増やした場合には、中央極限定理から説明されるものである。

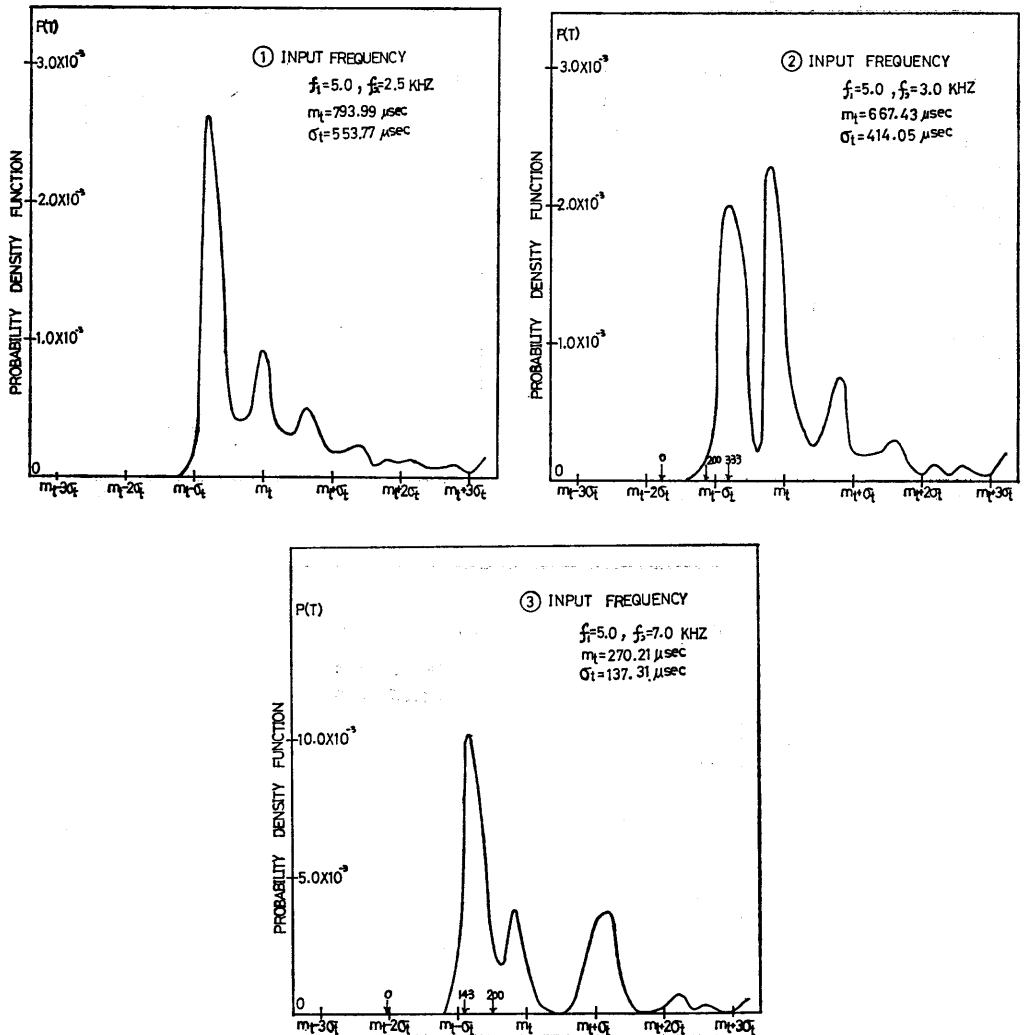


Fig. 18 Interval histogram of multiplication output pulse sequences,

Input frequency; ① $f_1=5.0, f_2=2.5$ khz,

② $f_1=5.0, f_2=3.0$ khz,

③ $f_1=5.0, f_2=7.0$ khz.

入力平均パルス周波数を変化し、平均パルス間隔を異なる2つのパルス列として確めた場合にも Fig. 18 ①~③に見る様に、それぞれの平均パルス間隔が最小公倍数の位置にピーク値を持つ様な結果が得られた。Fig. 18 に於いては、低い入力周波数の平均パルス間隔の整数倍にピーク値をもっていることがわかるが、特に Fig. 18 ③ の場合には、入力の平均パルス間隔の付近で最も重なり合う確率が高く、各平均パルス間隔の整数倍の値が接近している場合には、次のピーク値を示している様子が顕著である。

次に平均パルス間隔と平均周波数の関係について触れてみると、1パルス間隔当りの平均値： $\bar{T}_1 = m_i$ とすると、 n パルス間隔を平均し1パルス間隔当りに換算した値は、パルスの独立性から、 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = m_i$ となる。これは、パルス間隔の数に無関係に1パルス間隔当りに直した場合の平均パルス間隔は全て m_i に等しいと言える。

そして1パルス間隔の逆数から求めた平均周波数, $f'_m = \frac{1}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i\right)}$, と平均パルス間隔の逆数としての平均周波数, $f_m = \frac{1}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i\right)}$ とは, 次の関係をもっている。

ここで $p\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i\right)$ を1パルス間隔当りの P.D.F とすると,

$$f'_m = \int \frac{1}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i\right)} \cdot p\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i\right) d\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i\right) \dots\dots\dots (20)$$

従って $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$ を平均値: $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$ の周りにて展開すると,

$$f'_m = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i} + \left(\frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i}\right)^3 \sigma_i^2 + \dots \dots\dots (21)$$

となり, パルス間隔の分散 (σ_i^2) が小さく, $f_m = \frac{1}{m_i} = \frac{1}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i\right)}$ を代入すれば,

$$f'_m \doteq f_m + f_m^3 \cdot \sigma_i^2 \dots\dots\dots (22)$$

の近似式にまとめることができる。

これを入力平均周波数 $f_1=f_2=5.0$ KHz, 出力平均周波数 2.5KHz, の乗算出力パルス列に適用し, 測定パルス間隔を変化して求めた結果が Table 3 に表わしてある。

Table 3 Characteristics of Multiplication, Average of Pulse Interval and Frequency.

Note: Approximate value is (f'_m) computed by ($f_m + f_m^3 \cdot \sigma_i^2$).

No. of pulse Interval	N=1	2	4	8	16
m_t (μ sec)	381.97	387.86	391.57	396.04	400.92
σ_t (μ sec)	390.16	265.81	219.81	155.16	115.75
$f_m = \frac{1}{m_t}$ (KHZ)	2.618	2.578	2.554	2.525	2.494
f'_m : approximate value	5.349	3.789	3.358	2.912	2.702
f'_m : measured value	4.098	3.540	3.213	2.901	2.702

Table 3 から明確なことは, 出力平均周波数が 2.5 KHz である為に $m_i = 400 \mu$ sec でなければならないが, 測定パルス間隔の数に変化して異なるのは, 測定時の入力平均周波数の変動による誤差と思われる。

又実際の出力パルス列から求めた1パルス間隔の逆数としての平均周波数 (f'_m) と近似式 (22) による平均周波数とは, 測定するパルス間隔の増加と共に一致して来ることが確かめられた。

そして同時に出力平均周波数 $f_m = \frac{1}{m_i}$ も, 計算値としての 2.5 KHz に接近していることがわかる。

乗算の出力パルス列の $I \cdot H$ が以上の様に多峰性のある統計的性質をもつ現象は、生体ニューロンから観察される研究報告にも示されている。^{8)~11)}

5. む す び

生体の神経系の情報伝送、処理に注目し、しかもそれら情報の担い手であるランダムインパルス列に工学的な方向から着眼し、本論文では、パルス周波数成分が正規分布形をもつランダムパルス列を発生した。そして使用する演算素子に、ニューロンのある作用、機能をモデル化した素子を用い、アナログ演算の基本演算のひとつである乗算を行ない満足のゆく結果を得た。

また、入力・出力のランダムパルス列に対して、統計的な観点からも眺めた結果についても報告した。

謝 辞

本研究に於ける実験については、すべて徳島大学工学部電気工学科第4講座に於いて行なったものであり、^{4)~5)} 終始御助言、御指導を賜った牛田富之教授、木内陽介講師に深く感謝するしだいであります。又本実験結果をまとめるに当り手伝っていただいた第4講座の大学院生等に合わせて感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 樋渡涓二；生体情報工学，コロナ社，(1971)
- 2) 南雲仁一編；生体システム，日刊工業，(1971)
- 3) 伊藤正男；ニューロンの生理学，岩波書店 (1972)
- 4) 木内・遠藤・牛田；PFM ランダムパルスの統計的性質，電気関係学会四国支部連合大会 (1972・10・20)
- 5) 木内・遠藤・牛田；PFM パルスによる確率的乗算演算，電気関係学会四国支部連合大会 (1971・10・29)
- 6) 松山・白井・秋月；統計的な神経モデルについて，電気学会・自動制御研究会 AC-73-32(1972)
- 7) S. T. Ribeiro；Random-Pulse Machines, IEEE EC-16, No. 3 (1967)
- 8) M. T. Hoopen；Multimodal Interval Distributions Kybernetik Heftl, 3, (1966)
- 9) D. H. Perkel 他；Neural spike trains and stochastic point processes I, II; 7, J. Biophys. (1967)
- 10) D. M. Wilson & R. J. Wyman；Motor Output Patterns During Random and Rhythmic Stimulation of Locust Thoracic Ganglia, 5 121-143 J. Biophys. (1965)
- 11) H. B. Barlow & W. R. Levick；Changes in the Maintained Discharge with Adaptation Level in the Cat Retina, 202 J. Physiol. 699-718 (1969)