

パソコンを活用した「実験データで学ぶ物理現象 (光学編)」

—— 光の回折実験 ——

工 藤 有 華^{*1}

永 吉 将 人

宇 藤 茂 憲

福岡教育大学教育学部

福岡教育大学教育学部

福岡教育大学教育学部

(平成22年10月1日受理)

Physical Phenomena to learn in the experimental data

Which utilized a personal computer (Optics)

—— The light diffraction experiments ——

Yuka KUDOU

Masato NAGAYOSI

Shigenori UTOH

Department of Physics, Fukuoka University of Education

キーワード：フラウンホーファー回折, 回折格子, 素元波, フォト・トランジスター, 簡易ロガー,
Excel, VBA, 最小自乗法,

概要

教育現場で汎用的に使用されている表計算ソフト [Microsoft (株) Excel] を用いて, 実験 (装置制御とデータ収集) とデータ解析をおこなう光学実験簡易システムを製作した。現象を測定し, 実験データを解析しながら, また解析結果と理論の計算値を比較検討して現象の理解を深めることを目的としている。実験例として, 単スリットフラウンホーファー回折現象と回折格子実験を提示する。

1. はじめに

高等学校物理学の発展的学習として, あるいは大学の物理学基礎実験を対象として, 「パソコンに取り込んだ実験データを解析するプロセスを経ながら物理現象を学ぶ」物理学実験教材をこれまでに開発してきた。^{1)~5)} 例えば, デジタル超音波距離計や2軸加速度計を用いた運動や力学に関する実験教材は廉価な実験器具を用いて, かつ簡便に操作しながら実験できるものである。現象を測定し, 実験データと理論の計算値とを比較して, 物理現象の理解を深めながら物理の原理を学ぶものである。本報告では, 実験室天井の蛍光灯を点灯したままで演示実験を実施できる, つまり暗室を必要としない光学実験の方法を示したうえで, 教育現場で広く活用されている表計算ソフト [Microsoft (株) Excel とこのソフトに付属する Visual Basic for Application (VBA)] を用いて, 計測機器制御・データ収集および解析をおこなう光学実験簡易システムを概説する。また, 単スリット回折実験およびゴニオメータを用いない回折格子実験への適用例を示す。尚, パソコンを活用した光波長の回折・干渉に関する定量的実験のこれまでの経緯は, 例えば, 文献6~9などで振り返ることができることを記載しておく。

※1 現在, 竹田市立直入中学校講師

2. 実験方法と理論

2-1. 光学実験簡易システム

光学実験簡易システムは、①レーザー光源、②光検出センサー [フォト・トランジスタ：東芝 (株)，TPS607A] とパソコンへのデータ転送 [簡易ロガー：テクノキット (有)，型式 USB-LOG (¥7,500)]，③光軸 (光学) レールと回折格子やスリットの固定に用いる光学台座，④光学ステージ [位置制御装置：ラムダ・ビジョン (株)，型式 1 軸ステージ II (¥125,000)]，⑤計測機器制御・データ転送およびデータを解析するプログラム，から構成されている (図 1)。以下，各部を概説する。

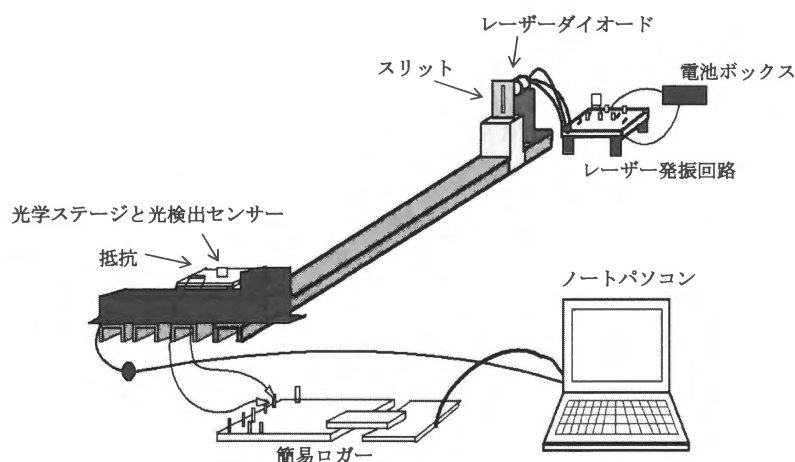


図1 光学実験簡易システム概念図 (単スリットフラウンホーファー回折実験配置図)

①レーザー光源 (電源 3 V, 40 mA) は、レーザーダイオード [型式 LM-101-A: 約 1 mW 出力の赤色 (波長 = 650 nm)] やトランジスタ [東芝 (株) 2SC2235] などのパーツで組み上げた [写真 1: 製作にあたっては LM101-A 秋月電子 (株) 製品回路図を参照]。また、同出力の赤色レーザーポインター (コクヨ製サシー 50, 波長 $\lambda = 650$ nm, 約 1 mW) を光源としても用いた。

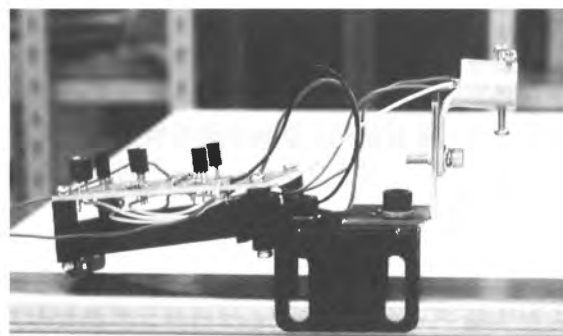


写真1 製作した光源レーザー
($\lambda = 650$ nm, 約 1 mW)

②光検出センサーとして東芝 (株) 製フォト・トランジスタ TPS607A を使用した。このセンサーの受光面には凸レンズや遮蔽板が加工されている (写真 2 の四角内のフォト・トランジスタ受光面参照)。写真およびイラストの矢印の先が凸レンズである。このため、検出部に入射する光の角度に制限が生じ、指向性の高いセンサーとなっている。

また光感受率の波長依存性も高い^{※2}。写真 2 に示すように、スリット (約 0.8 mm 幅) 付暗ボックス内に光検出センサーを設置することで、実験室天井の蛍光灯を点灯させたままで光学実験が可能となり、またこのセンサーで検出できる位置分解能も高めることができる (実験室天井の蛍光灯 ON or OFF の効果、あるいはスリット付暗ボックスの効果については後述。図 5 参照)。フォト・トランジスタと 100 Ω 抵抗を直列に接続して両端に 9 V を印加し、100 Ω の抵抗に掛かる直流電圧値を光強度として測定した。8 ビット AD コンバーターチップからなる廉価な簡易ロガーを使用して、USB 端子経由でパソコンへ電気信号を取込んだ。簡易ロガーの測定レンジを 10 V とした場合、識別できる電圧の最小値は 0.0391 V 程度である。簡易ロガーの測定用に VBA でプログラミングした Excel ファイルが付属しているので、単独操作は簡単で

※2 東芝データブック http://jp.ic-on-line.cn/IOL/datasheet/tps607a_357105.pdf より

きる。このロガーは正の電圧値のみを取り込む回路設計になっているが、バイアスを掛けることで、負の電圧信号もパソコンに取込み可能になるなど、工夫次第で教材に充分に活用できる A/D コンバーターである。尚、本システムで使用するため、簡易ロガー付属の VBA を後述する光学ステージ制御用プログラムと組合わせて改良して、システムプログラムを作製した。

③光軸レールや光学台座（光源レーザーやスリット用の固定台）は市販品のスチール製チャンネルや L 金具で組み上げて（写真 3）、小型クランプで光学台座を光軸レールに固定した。

④ USB 端子経由でパソコン制御する“1 軸ステージ II”位置制御装置に光学ステージを固定した。光学ステージの移動距離は約 150 mm で、制御用ステッピングモーターの 1 パルスで移動できる距離は 0.0125 mm である。今回の実験では、0.1 mm 間隔で光検出センサーを移動させながら光強度測定をおこなった。本装置にも基本測定用に VBA でプログラミングした Excel 制御プログラムが付属しているので単独での使用が容易である。

⑤簡易ロガー、および光学ステージ位置制御装置に VBA ソフトがそれぞれ付属しているので、光学ステージの制御やデータ収集にこれらを個別に利用しても測定可能であるが、システムとしての使用はできない。例えば、光学ステージを 0.1 mm 移動させるたびに、フォト・トランジスターからの電圧信号を収集する「繰返し測定」、あるいは目的とする幾つかの領域でデータを収集する「パターン測定」などができるようにプログラムを改良した。1 軸ステージ II 付属の“MC シリーズ Excel デモプログラム Ver.1.0.4”には、(i)「パラメータ」、(ii)「動作実行」、(iii)「簡易シーケンス動作」の 3 つのワークシート（図 2）があり、(i)は制御用パラメータ（ステッピングモーターの動作モード等）設定、(ii)は原点復帰等の基本操作、(iii)には光学ステージ基本プログラムが用意されている。いずれのワークシートにおいても、ボードの初期化は「ボード使用開始」コマンドボタンで、またボードの通信停止は「ボード使用終了」コマンドボタンでできるようになっている。この (iii) の Excel VBA に、簡易ロガーデータ収集プログラムを加えてシステムプログラムを作製した。簡易ロガーのボード初期設定である“Module1”を 1 軸ステージ II の VBA に標準モジュールとして挿入した。1 軸ステージ II には Module1 ~ Module3 がボード制御用に既に添付されていたので、簡易ロガーの“Module1”は“Module4”と自動設定される。図 2 に改良した (iii) の Excel 操作画面を示す。「ステップ No.」の Excel ワークシート（C, 12）セル代入値（パルス数で代入）を初期位置として測定を開始する。2 ステップ以降は光学ステージを等間隔で移動させながら簡易ロガーで光強度の電圧値を測ってパソコンにデータを取込む操作をおこなう。例えば、図 2 の設定（600 回測定）では、光学ステージの初期位置が 45.0 mm（3600 パルス）で、8 パルスずつ増加した数値を「1 軸目」の（C, 13）以降のセルに代入することで 0.1 mm 間隔で光学ステージが移動して光強度（V）を測定することとなる。ここで、“1 軸ステージ II”はもともと

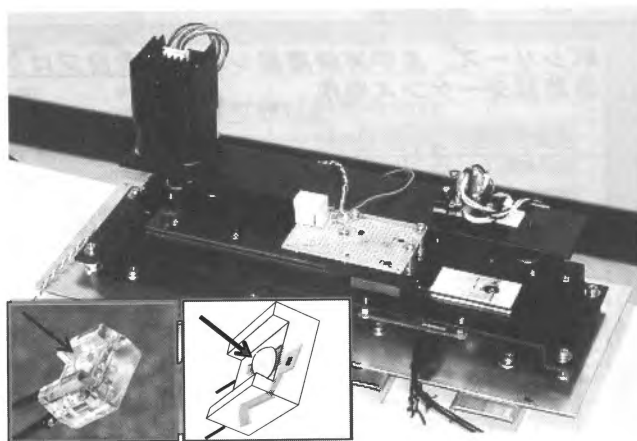


写真 2 光学ステージ位置制御装置（ステージ上の箱が約 0.8 mm 幅スリットを有する暗ボックス）と、フォト・トランジスターの受光面形状写真とイラスト（矢印の先が凸レンズ）

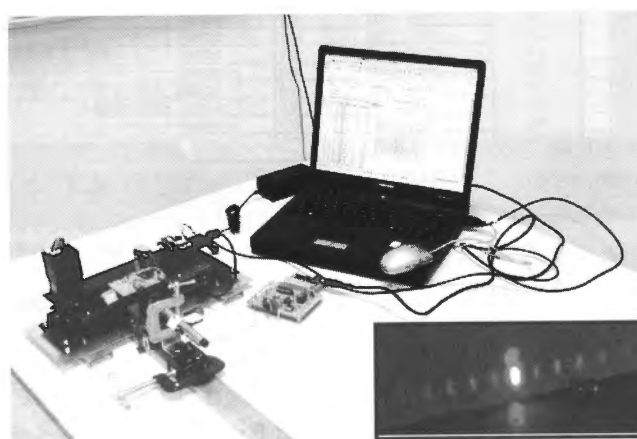


写真 3 回折格子実験（光源にレーザーポインター使用）全体写真と回折格子の -5 次から 5 次の明線写真

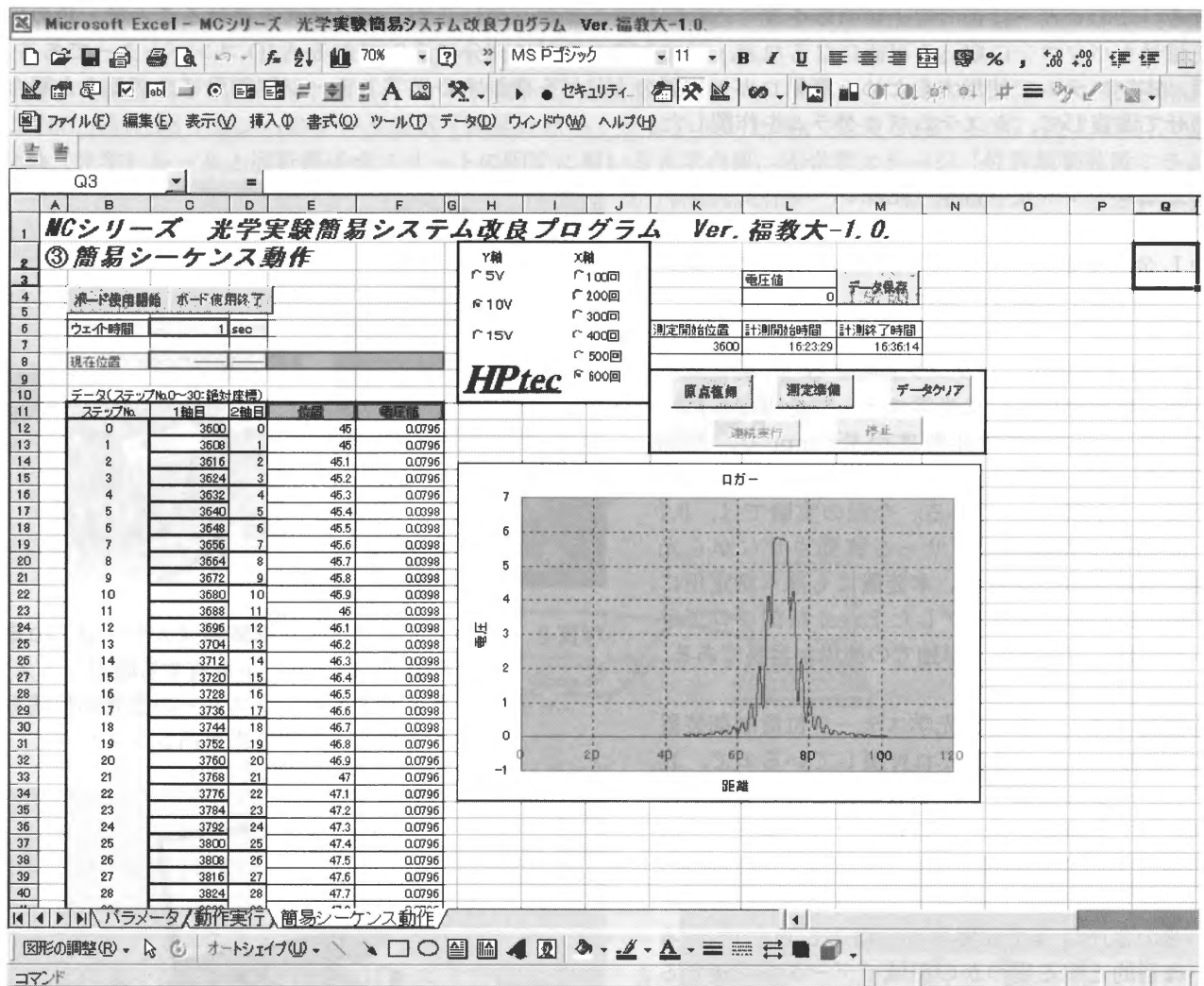


図2 改良した「光学ステージ位置制御およびデータ収集 Excel VBAの測定画面」

3次元空間の3軸制御でプログラムされていたもので、1軸操作でも図2に示すような2軸目の値を代入する必要が生じている。測定画面 Excel 中の「ウェイト時間 (C, 6)」は光学ステージが次のステップに移動するまでの待ち時間を示し、光学ステージの現在位置は (C, 8) に表示する。簡易ロガーの設定は、画面中央上部の“測定レンジ”と“データ取込み回数”でおこなう。光学ステージの現在位置は (C, 8) に表示する。簡易ロガーの設定は、画面中央上部の“測定レンジ (Y軸)”と“データ取込み回数 (X軸)”でおこなう。「原点復帰」コマンドボタンは「動作実行」ワークシートの「原点復帰 (0点認識と移動)」と同じ操作をおこなうことができる。またこの動作後に「測定準備」コマンドボタンをクリックすることで「ステップ No. 0」に光学ステージを移動させることができる。測定開始は「連続実行」コマンドボタンをクリックする。測定中、中断したい場合は「停止」コマンドボタンで、また再開する場合は「連続実行」コマンドボタンを再度クリックする。測定では光検出センサー位置と電圧値を E 列と F 列の 12 行以降に書き込みながら、グラフで表示する。測定終了後、この書き込みを消去するのが「データクリア」コマンドボタンである。画面の「データ保存」コマンドボタンは Excel ファイルそのものの保存である。E 列 F 列のデータ部分を別の Excel ファイルに手動でコピーすることで実験データのみを保存する。

尚、簡易ロガーのデータ収集プログラムでは雑音と信号を区別するため、連続して2度同じ数値を取得した場合に限りデータとみなしている。この部分の VBA プログラムは次の通りである。

```

Sub LoggingStart ()
    ( 省 略 )
    sokutei :
        ret=uiu_inp (dat(0), 0, 0)          ' 電圧読み込み 1 回目
        v1=dat (0)
        ret=uiu_inp (dat(0), 0, 0)          ' 電圧読み込み 2 回目
        v2=dat (0)
        If v1 <> v2 Then GoTo sokutei        ' 一致しなければ再読み込み
        v=dat (0)* Range ("A104")           ' 測定値のレンジ調整
        Range ("M4")=i                      ' 測定回数top表示
        Range ("L4")=v                      ' 電圧値表示
End Sub
    
```

システムプログラムの基本動作は、(I) ボードの初期化、(II) 測定動作（光学ステージが初期位置に移動後、設定された距離をステージが移動するたびに簡易ロガー測定を実施）、(III) ボードの通信切断、である。プログラムのフローチャートを図3に示す。

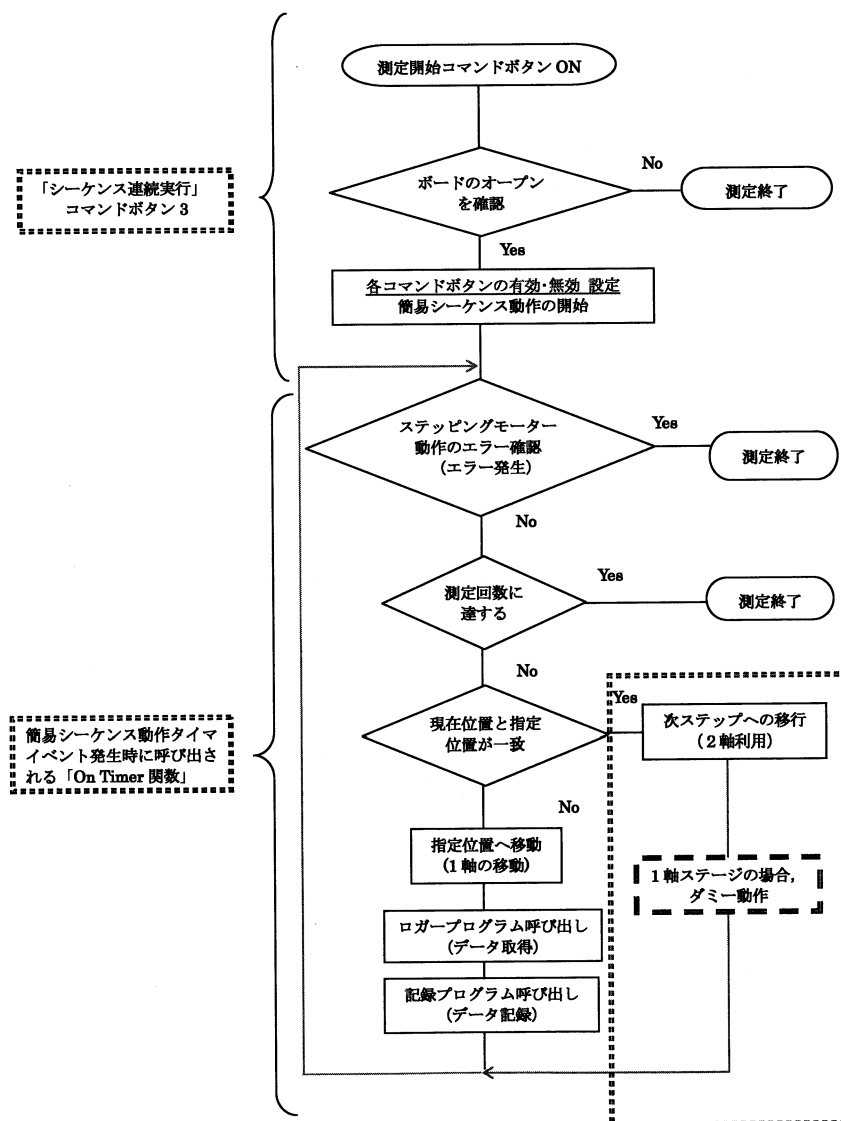


図3 VBAのフローチャート

以上、概説した光学実験簡易システムを用いた実験例として、単スリットフラウンホーファー回折実験と回折格子実験をおこなった。前者の概念図を図1に示す。光軸あわせは、簡易ロガーで光検出センサーの受光量をモニターしながらおこなった。後者の回折格子実験のようすと回折パターンを写真3に示す。光源にレーザーポインターを用いた。また、回折格子～受光センサー間距離は実際の実験の場合より近づけた状態で撮影した。写真2にあるスリット付暗ボックスは工作画用紙で製作した。実験に用いた回折格子（100本/mm）の顕微鏡写真（目盛の最小単位は $10\mu\text{m}$ ）を写真4に示す。十数ヶ所を目盛で測って、実験で用いた回折格子の刻線間隔を $d = 0.010 \pm 0.006\text{ mm}$ 、刻線幅を $a = 0.0018 \pm 0.0009\text{ mm}$ と評価した。回折明線の-4次から4次を測定するため、回折格子から光検出センサー面（以下、スクリーン）までの距離を55 mmとした。

2-2. 理論

単スリットからスクリーン（回折光の観察面）までが無限遠にあるとみなされる場合のフラウンホーファー級に限定して、参考文献10～12に基づいて単スリット回折および回折格子の現象を概説する。

図4に示すように単スリット内でスリットの中心0からの距離を s 、スリットの平面における光波の波面の微小部分を ds とし、 ds から x_N （スクリーン上の原点からの位置）までの距離を r_N とする。スリット内の各 ds を光波紋の源として、スクリーンへの光波を“素元波”と考える。この素元波が単位長さ進んだときの振幅を eds とすると、 ds からでた素元波のスクリーン上の x_N における振幅は $eds/(r_N + s \cdot \sin \theta) \cong eds/r_N$ と近似できる。光の角振動数を ω 、波長を λ とすると、スクリーン上での振動は、

$$dy_s = eds \cdot \sin \{ \omega t - (r_N + s \cdot \sin \theta) \cdot 2\pi/\lambda \} / r_N \quad (1)$$

で示せる。スリット内に光波紋の源が多数あるとみ

なし、素元波の波紋がスクリーンに向かって広がっていくと考えるフラウンホーファー回折の概念より、(1)式をスリット幅全体で積分すると（どの素元波も近似的に $e/r_N = e/r$ とみなす）、

$$y = \int dy = \frac{e}{r} \int_{-a/2}^{a/2} \sin \{ \omega t - (r_N + s \cdot \sin \theta) \cdot 2\pi/\lambda \} ds = \frac{ea}{r} \frac{\sin(\pi a \sin \theta/\lambda)}{\pi a \sin \theta/\lambda} \sin(\omega t - 2\pi r_N/\lambda) \quad (2)$$

となるので相対的強度 I_1 は、

$$I_1 = \sin^2 \beta / \beta^2 \quad (3)$$

と示せる。但し、 $\beta = \pi a \sin \theta / \lambda$ 。

次に、単スリットフラウンホーファー回折の考え方を拡張して、回折格子の相対的回折強度を求める。回折格子の刻線の幅 a 、刻線間の距離 d 、刻線の総数を N とする。回折格子の各刻線からの素元波がスクリーンの任意の1点で重なったときの振動を y とすれば（相対強度の計算なので e/r は省いた）、

$$y = \int \sin \{ \omega t - (r_N + s \cdot \sin \theta) \cdot 2\pi/\lambda \} ds = \int \sin(\varphi - \phi) ds = \left[s \cdot \sin \phi \sin \varphi / \phi + s \cdot \cos \phi \cos \varphi / \phi \right]_{-a/2}^{a/2}$$

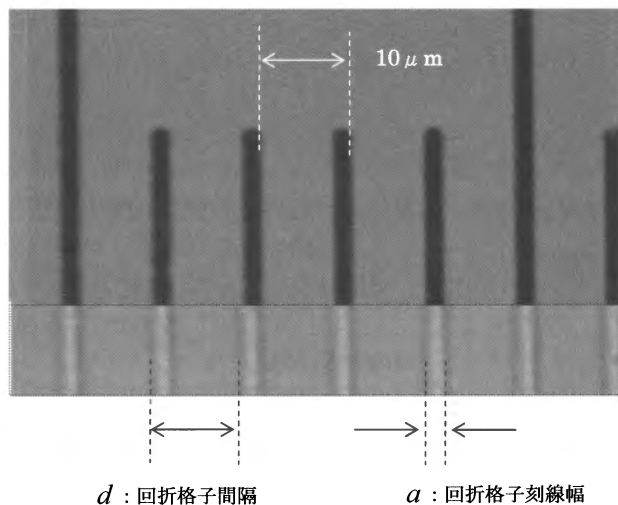


写真4 回折格子（100本/mm）の顕微鏡写真（写真下部が回折格子で、上部はメジャーの目盛）

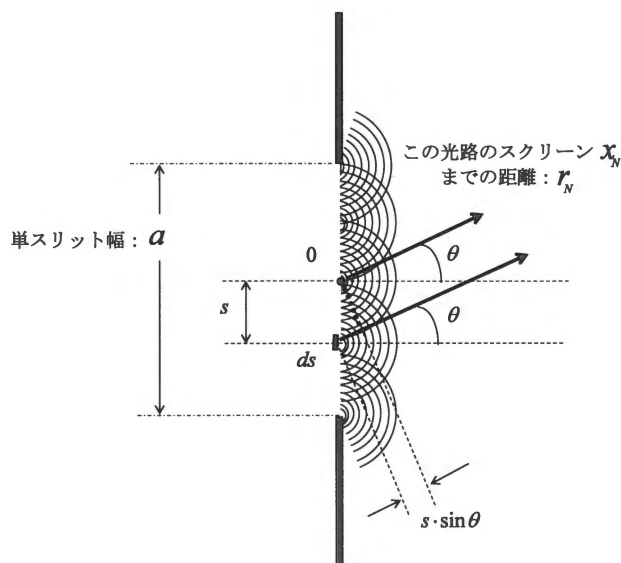


図4 単スリット内の素元波の“光波紋”概念図

$$+ \left[s \cdot \sin \phi \sin \varphi / \phi + s \cdot \cos \phi \cos \varphi / \phi \right]_{d-a/2}^{d+a/2} + \dots \dots \dots$$

$$\dots \dots + \left[s \cdot \sin \phi \sin \varphi / \phi + s \cdot \cos \phi \cos \varphi / \phi \right]_{(N-1)d-a/2}^{(N-1)d+a/2} \quad (4)$$

ここで、 $\varphi \equiv \omega t - 2\pi r_N / \lambda$, $\phi \equiv 2\pi s \cdot \sin \theta / \lambda$ としている。

$$\left[s \cdot \sin \phi \sin \varphi / \phi + s \cdot \cos \phi \cos \varphi / \phi \right]_{kd-a/2}^{kd+a/2} = a \sin \beta \cdot \sin(\varphi - 2k\gamma) / \beta$$

より、(4) 式は、

$$y = a \frac{\sin \beta}{\beta} \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} \sin \left[[\omega t - 2\pi \{r_N + (N-1)d \cdot \sin \theta / 2\} / \lambda] \right] \quad (5)$$

となる。但し、 $\beta = \pi a \cdot \sin \theta / \lambda$, $\gamma = \pi d \cdot \sin \theta / \lambda$ である。この結果、振幅の 2 乗が強度分布となるので、

$$I_2 = \sin^2 \beta \cdot \sin^2 N\gamma / (\beta^2 \cdot \sin^2 \gamma) \quad (6)$$

が回折格子の相対的回折強度の分布をあらわす。

3. 実験データと解析

3-1. 単スリットのフラウンホーファー回折実験と解析

まず、今回製作した実験システムの測定環境を検討するため、

(i) 実験室天井の蛍光灯 ON で、スリット付（約 0.8 mm 幅）暗ボックスを光検出センサーに設置する

(ii) 蛍光灯 ON で、スリット付暗ボックスを光検出センサーに設置しない

(iii) 蛍光灯 OFF で、スリット付暗ボックスを光検出センサーに設置しない

このような (i) ~ (iii) の 3 種類の測定環境下で、スクリーン上の 10 mm 幅（図 5 の 73.7 mm ~ 83.7 mm 間）に 5 本の明線を観測できる条件（スリット ~ スクリーン距離、スリット幅を任意設定）で単スリット回折実験をおこなった結果を図 5 に示す。光検出センサー前にスリットをつけない条件では、実験室天井の蛍光灯 ON のデータは OFF のデータに比べて蛍光灯点灯のために生じた雑音が上乗せされたものである。明線位置を検出するだけの実験であれば、これらの条件でも問題はなさそうである。光検出センサー前にスリット（約 0.8 mm 幅）を付けた暗ボックス設置の実験条件では、スリットで光センサーの位置分解能が高まるので蛍光灯 ON でも暗線と明線のコントラストの高いデータを収集でき、多くの学生を前にした演示実験に適していることが分かる。尤も蛍光灯から発生する雑音を減らすため、蛍光灯 OFF でスリット付暗ボックスを設置した条件の測定がベストであることはいうまでもない。

理論の計算値と比較するため、雑音を極力無くす（暗線の測定値を 0 近傍にする）目的で蛍光灯を OFF とし、スリット付暗ボックスを取り付けた光検出センサーで測定した単スリット回折データを図 6 に示す。図 5 の実験で使用した回折用単スリットは黒模造紙をカッターで工作したもので、顕微鏡での観察では不均一（紙繊維のはみ出し状態など）であったので、図 6 の実験では市販の金属製スリットを回折用単スリットとして使用した。光検出センサーからの電圧最大値で各実験データを割って規格化したものを処理データとして、理論の計算値と比べた（回折格子実験でも同様の処理をおこなった）。図 6 の Excel の B 列 4 行から 7 行の各セルに条件を入力して数値計算をおこなった。E, F, G と H 列の各数式は 2 重線カッコ内に示している。「2-2. 理論」の項で概説したように、単スリット内から生じる無数の素元波のスクリーン（スリットから 74.5 cm 離して設置）上の回折・干渉を考慮することで実験の回折パターンとよく一致する結果を得ることができた。今回の実験に用いた市販品の金属スリットはマイクロメーターによる目盛が付属していなかったのでスリット幅を直接測定できなかった。そこで、最小自乗法を適用して、処理データと理

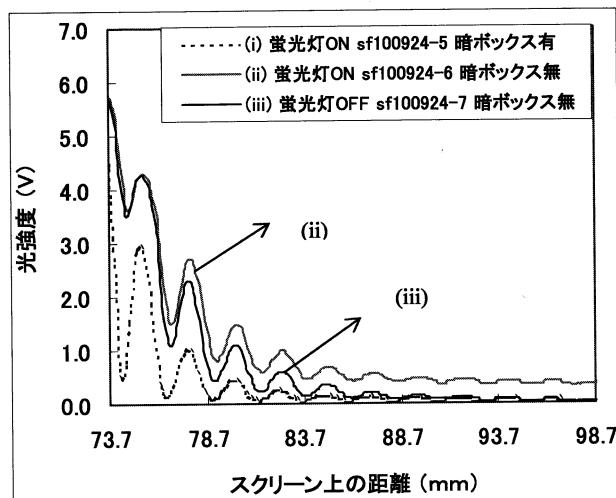


図 5 光学実験簡易システムの測定環境の比較

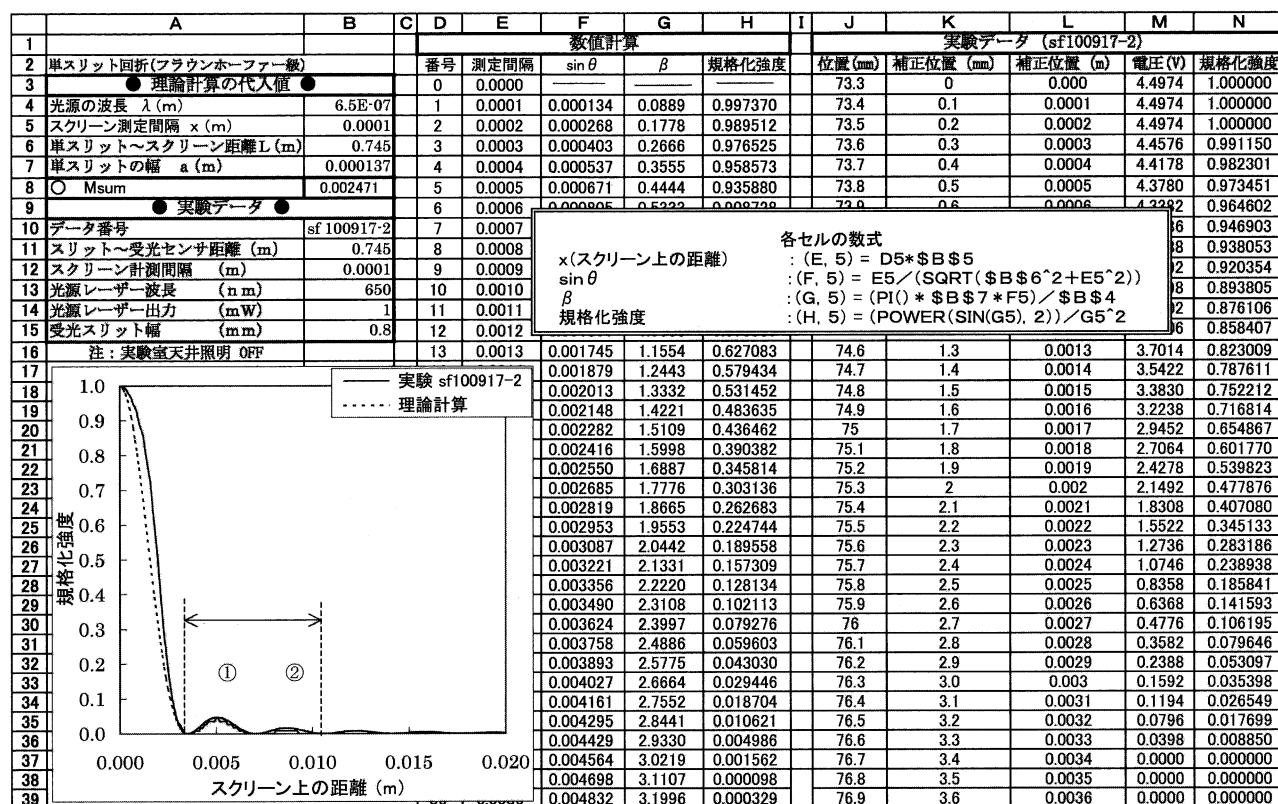


図6 単スリットフラウンホーファー回折の処理データと理論数値計算の Excel ワークシート

論計算値とからスリット幅を求めた。つまり、「処理データの強度 $I_{\text{exp}}(x_i)$ から理論計算値 $I_{\text{sim}}(x_i)$ を差引いた値を2乗した総和 $M_{\text{sum}} = \sum_{x_i=x_0}^{x_{\text{last}}} [I_{\text{exp}}(x_i) - I_{\text{sim}}(x_i)]^2$ (x_0 から x_{last} までを 0.1 mm 間隔で M_{sum} を計算) が最小」になるように、スリット幅 a を求めてみた。図6の(B, 7)セルにスリット幅を入力(例, 0.000137 m)したときの M_{SUM} の値を(B, 8)セルに示している。スリット幅 a に対する M_{SUM} 値の関係を図7に示す。金属製スリットの幅が 0.137 mm (約 0.14 mm) のとき, M_{SUM} は最小値を示すので $a = 0.14$ mm と最小自乗法の解析から評価できた。但し, 単スリットの場合, 回折パターンに比べて入射光が強すぎるので, 図6の明線ピーク①と②の矢印の領域で最小自乗法を適用した。

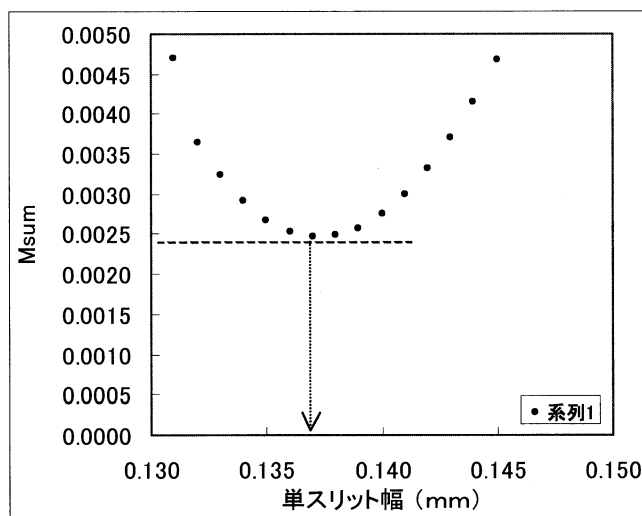


図7 処理データと理論の計算値を用いた最小自乗法によるスリット幅の求め方

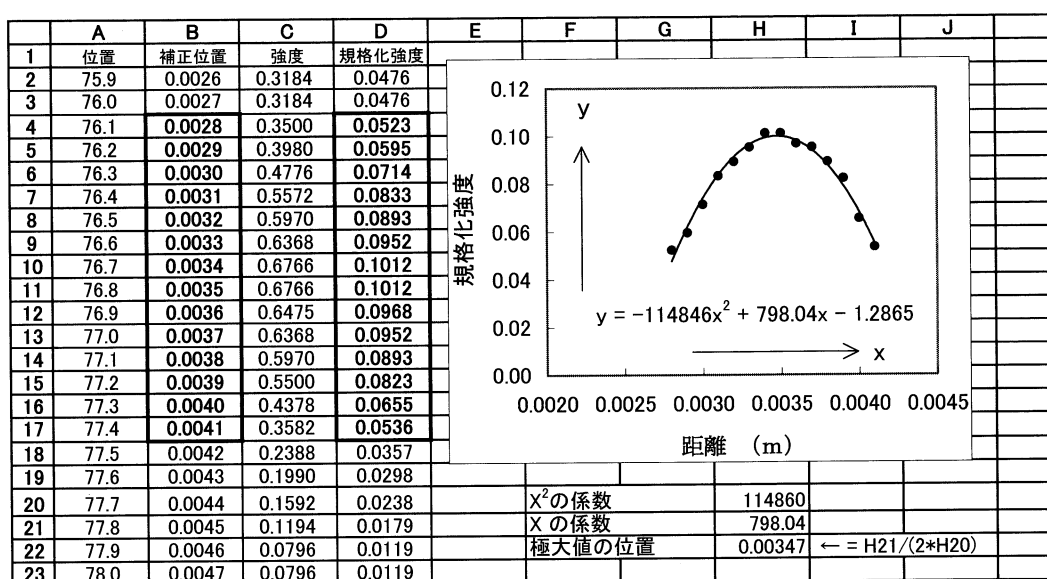


図8 回折格子の明線ピーク位置を近似的に求める1つの方法

3-2. 回折格子の実験と解析

レーザーポインターを使用した回折格子実験と光検出センサー面（スクリーン上）の回折パターンを写真3に示す。通常の回折格子実験は、ゴニオメーターを用いた角度の測定で回折格子の刻線数を評価するものであるが、今回の実験システムでは、スクリーン上の明線位置の測定と、回折格子～スクリーン間距離を測ることで刻線数を評価した。

実験データの各明線ピークの位置を決めるため、光強度分布に2次関数をあてはめてみた。図8に示すように、分布が2次関数で近似できそうである。明線のピーク前後20個程度のデータを表計算ソフト（Excel）に付属する最小自乗法の機能で2次関数の各係数を求めて極（大）値を計算し、ピーク位置を近似的に算出した。結果を表Iに示す。

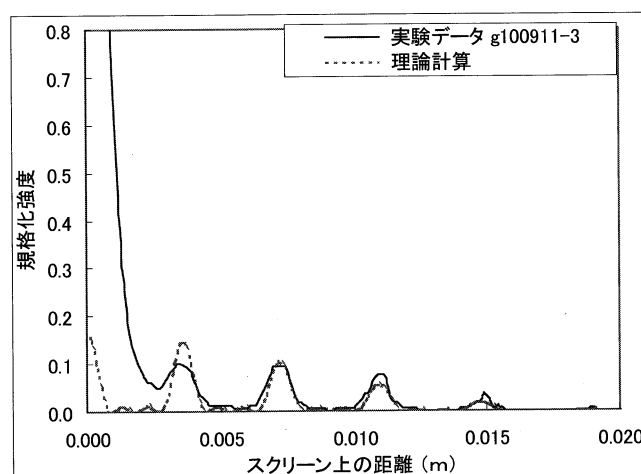
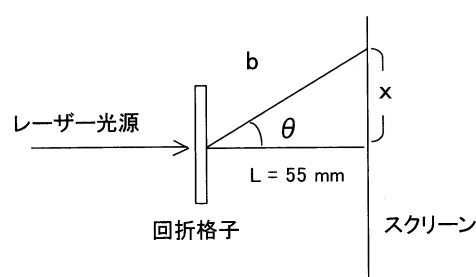


図9 回折格子（規格値 100 本/mm）の処理データと理論計算値

	(mm)	(mm)						
次数	ピーク位置	換算ピーク位置	b	sin θ	d(mm)	n(本/mm)	残差	残差2乗
-4	62.80	14.92	56.988	0.2649	0.009815	101.88	1.064	1.1314
-3	66.71	11.01	56.091	0.1976	0.009870	101.32	0.498	0.2481
-2	70.43	7.29	55.481	0.1318	0.009865	101.37	0.547	0.2993
-1	74.12	3.60	55.118	0.0654	0.009945	100.56	-0.264	0.0698
0	77.72	0.00	55.000	0.0000	-	-	-	-
1	81.15	3.43	55.107	0.0623	0.010436	95.82	-5.000	25.0010
2	84.96	7.24	55.474	0.1309	0.009932	100.68	-0.140	0.0197
3	88.80	11.08	56.105	0.1988	0.009809	101.95	1.125	1.2667
4	92.81	15.09	57.033	0.2678	0.009710	102.99	2.170	4.7095
					平均	100.82		
					確率誤差	0.76		



表I 回折格子（規格値 100本/mm）の実験結果

これより、回折格子の刻線数を $100.8 \pm 0.7_0$ 本/mm と決定した。使用した回折格子の規格値 100 本/mm とよい一致を示した。

次に、回折格子から回折した明線の 0 次から 4 次までの処理データと計算値 ($\lambda = 650 \text{ nm}$, $L = 0.055 \text{ m}$, $d = 0.00001 \text{ m}$, $a = 0.0000018 \text{ m}$, $N = 4$) の結果を図 9 に示す。1 次から 4 次の強度分布については処理データと理論の計算値は概ね対応する形状を得ることができた。実験では -4 次から 4 次までの明線を得ることができるように $L = 0.055 \text{ m}$ と実験条件を設定したので、今回の実験は単スリットから無限遠の位置にスクリーンがあるとみなすフラウンホーファー回折条件を満たしているわけではない。このことが 0 次明線の両者の不一致を生じさせ、また数値計算での $N = 4$ の少ない刻線数条件となってしまったと推測する。

4. まとめ

教育現場で普及している表計算ソフト [Microsoft (株) Excel & VBA] を用いて、計測機器制御とデータ収集 (例, 繰返し測定, あるいはパターン測定など), データ解析ができる廉価で簡便操作な光学実験簡易システムを製作した。このシステムを用いた実験例として, 単スリットフラウンホーファー回折および回折格子実験を行い, 精度の良い実験結果が得られることを理論計算との比較で確認できた。

謝辞 顕微鏡測定に協力して頂いた福岡教育大学生物学教室の福原達人氏に感謝します

5. 参考文献

- 1) 村山宏明, 宇藤茂憲 他: 物理教育, vol.50-6 (2002) p 376-380
- 2) 井上新悟, 宇藤茂憲, 田中義秋: 物理教育, vol.52-3 (2004) p 214-217
- 3) 村山宏明, 宇藤茂憲: 福岡教育大学紀要, vol.53-3 (2004) p 25-35
- 4) 井上新悟, 田中義秋, 宇藤茂憲: 福岡教育大学紀要, vol.54-3 (2005) p 7-16
- 5) 藤本和規, 永吉加奈, 加藤布美子, 宇藤茂憲: 研究論文集-教育系・文系の九州地区国立大学間連携論文集, vol.2-2 (2009) p 1-13
- 6) 山田盛夫: 物理教育 Vol.19 No.4 (1971) p.272
- 7) 那波信男: 物理教育 Vol.21 No.2 (1973) p.122
- 8) 板屋源清: 物理教育 Vol.21 No.3 (1973) p.186
- 9) 榎本成巳: 物理教育 Vol.34 No.1 (1986) p.11
- 10) 平田邦男: Basicによる物理学-物理ドライ・ラボ- 共立出版
- 11) 大津元一, 田所利康: 光学入門1 朝倉書店
- 12) Max Born, Emil Wolf (草川徹 訳): 光学の原理II 東海大学出版