

^{112}Ru の奇スピン励起バンド

Odd-spin excitation band in ^{112}Ru

松崎 昌之

山根 悠希*¹

Masayuki MATSUZAKI

Yuuki YAMANE

福岡教育大学物理学教室

福岡教育大学大学院教育学研究科

(平成27年 9月30日受理)

概要

ガンマ振動バンドの奇スピン系列とウォブリングは同じ量子数を持つため、現実の原子核では双方の特徴が混在した励起が起こる可能性がある。ウォブリング状態はこれまでごく少数の原子核でしか観測されていないが、最近、 ^{112}Ru で観測されているガンマ振動バンドがウォブリングの典型例であるとの言明がなされたので、クラックした Nilsson-BCS 模型及び乱雑位相近似を用いて、その妥当性を検討する。

1 序論

原子核はたかだか 250 個程度の核子（中性子と陽子の総称）から成る有限量子多体系である。個々の核子は比較的是っきりした表面（密度が急激に減少する半径 $\sim 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ ）を持ち、互いに強い引力を及ぼし合っているため、押しくらまんじゅう状態であるとイメージできる。核子間の二体相互作用の総計を平均すると、原子内の電子が感じるものと類似の中心力ポテンシャルに近くなる。中心力ポテンシャルによる束縛状態は量子数 (n, l, m) によって指定され、各 n ごとに l 及び m が取れる値の範囲が決まっているので、殻構造が生じ、例えば各殻の定員が満たされた閉殻状態は不活性などの周期的変化が生じる。ただし、原子番号 = 電子数 = 陽子数 Z のみによって決まる元素の周期律表とは異なり、 Z 及び中性子数 N の双方に関して周期的になる。

N , Z 共閉殻に近い場合には密度分布が等方的すなわち原子核の形は球形であるが、それ以外の多くの場合には原子核は変形している。量子系一般に対称性の高い状態のエネルギーは低くなるので、この変形は基本的には軸対称だが、最後の核子が入る一粒子状態あるいは回転の効果により、非軸対称変形が起こる可能性がある。一般に対称でない軸の周りには量子力学的に回転運動が可能である。（対称軸周りの回転を与える演算子を作用させても、波動関数の位相のみが変化し、観測にはかからない。）非軸対称で1つの軸（ x 軸と呼ぶ）方向に大部分の角運動量があるとき、回転軸の揺らぎ、すなわち y , z 軸周りの小さな回転は調和振動として扱って、ウォブリングと呼ばれる。

ウォブリング運動は古典力学では古くから詳しく調べられており（例えば文献 [1]）、原子核でも存在し得ることが予想されていた [2] が、種々の理論的・実験的試み（著者の一方 (M.M.) が実験的確認以前に行ったものとしては文献 [3, 4]）にもかかわらず、実験的に確認されたのは 2001 年の ^{163}Lu の TSD (triaxially super/strongly deformed) band 2 及び 3 と呼ばれるバンド [5] が初めてで、その後今日まで実験的確認は ^{165}Lu [6], ^{167}Lu [7], 及び ^{167}Ta [8] のみに留まっている。（隣接核での可能性も含めた検討及びその時点での研究の状況については文献 [9, 10] を参照。）

このような状況の下、最近文献 [11] で、 ^{112}Ru [12] のガンマ振動バンドの奇スピン（慣例で全角運動量の

*¹ 現所属: 日の里中学校

大きさをスピンと呼ぶ) 系列はウォブリングの典型例である」との言明がなされた。これが正しければ原子核の集団運動の研究の中で興味深い進展となるので、その妥当性を検討するのが本研究の目的である。

なお、この ^{112}Ru は $N = 68$, $Z = 44$ と中性子過剰であり、 ^{252}Cf の自発核分裂で高いエネルギー・角運動量状態に生成され、主に角運動量が 1 または 2 のガンマ線を放出して低励起状態に至る。それらのガンマ線放出の前後関係からバンド構造が決定される。

2 模型

回転座標系での原子核の最低エネルギー状態は、核子間の二体相互作用の総計を平均した一体場をモデル化した一体ハミルトニアン

$$\begin{aligned} h' &= h - \omega_{\text{rot}} J_x, \\ h &= h_{\text{Nil}} - \Delta_\tau (P_\tau^\dagger + P_\tau) - \lambda_\tau N_\tau, \\ h_{\text{Nil}} &= \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + \frac{1}{2} M (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) + v_{ls} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} + v_{ll} (\mathbf{l}^2 - \langle \mathbf{l}^2 \rangle_{N_{\text{osc}}}) \end{aligned}$$

の固有状態 (付録 A を参照) のエネルギーの低いものから順に、 N 個の中性子と Z 個の陽子を詰めることにより構成される。この模型はクランクした Nilsson-BCS 模型と呼ばれる。ここで、 J_x は個々の核子の全角運動量演算子の x 成分で、 $-\omega_{\text{rot}} J_x$ により x 軸周りの角速度 ω_{rot} の一様回転を与える (クランキング)。本論文では $\hbar = 1$ の単位系を採用するので、角速度はエネルギーの単位で表される。 $\tau = 1, 2$ は各々中性子、陽子を表し、 N_τ 及び P_τ は個数演算子及び対演算子である。 Δ_τ は対ギャップ、 λ_τ は、BCS 近似により一般には整数値からずれる個数演算子の期待値を N 及び Z に合わせるための化学ポテンシャルである。 h_{Nil} 中の M は核子質量、3 次元異方調和振動子ポテンシャルは原子核の変形を表し、四重極変形パラメーター ϵ_2 , γ と

$$\begin{aligned} \omega_j &= \omega_0(\epsilon_2, \gamma) \left[1 - \frac{2}{3} \epsilon_2 \cos \left(\gamma + \frac{2\pi\nu_j}{3} \right) \right], \quad j \in \{x, y, z\}, \\ \nu_x &= 1, \quad \nu_y = -1, \quad \nu_z = 0 \end{aligned}$$

で結びつく。 $\omega_0(\epsilon_2, \gamma)$ は核の体積を保存するように決める。 v_{ls} 及び v_{ll} の強さを持つ項は調和振動子ポテンシャルを現実のポテンシャルに近づけるための補正項である。

一準粒子励起エネルギーの下限を表す対ギャップの大きさは一般には核種ごとに異なるが、ここでは、本研究の対象となる原子核を含む、質量数 $A = N + Z \sim 100$ の領域で広く用いられている値、 $\Delta_n = 1.05$ MeV, $\Delta_p = 0.85$ MeV を採用する。変形パラメーターは、文献 [13] でソース・プログラムが公開されている Nilsson-Strutinsky 法を用いて、原子核のエネルギーが最低になるものを選ぶ。ただし、四重極以外の高次多重極変形は無視する。

前述のように、クランクした Nilsson(-BCS) 模型では、原子核の最低エネルギー状態の全エネルギーは A 個の一粒子エネルギーの和で与えられるが、原子核が変形すると一粒子固有状態が変わるので全エネルギーも変わる。最低エネルギーを与える変形パラメーターを決める際には、閉殻部分に当たる部分積を量子的液滴のエネルギーに置き換えた方が現実の原子核により近くなることが知られているので、それを行うのが Nilsson-Strutinsky 法である。

原子核には個別的準粒子励起と集団励起があり得るが、本研究で注目する集団励起は、核子間二体相互作用のうち平均一体場に取り込めなかった残留相互作用中、奇スピン励起を与える部分をモデル化した

$$H_{\text{int}}^{(-)} = -\frac{1}{2} \sum_{K=1,2} \kappa_K^{(-)} Q_K''^{(-)\dagger} Q_K''^{(-)}$$

の、乱雑位相近似による固有状態として求められる。ここで $Q_K''^{(-)}$ は、階数 2 の球面調和関数から

$$\begin{aligned} Q_{2\mu}(\mathbf{r}) &= r^2 Y_{2\mu}(\theta, \phi), \\ Q_K^{(-)}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (Q_{2K}(\mathbf{r}) - Q_{2-K}(\mathbf{r})), \\ Q_K''^{(-)} &= Q_K^{(-)} \left(x_j \rightarrow x_j'' = \frac{\omega_j}{\omega_0(\epsilon_2, \gamma)} x_j \right) \end{aligned}$$

として得られる。ここでの座標 \mathbf{r} は i 番目の核子の座標 \mathbf{r}_i を代表するものである。 $\kappa_K^{(-)}$ は相互作用の強さで、実験データから決定する。

3 計算結果と議論

3.1 Nilsson-Strutinsky 法による変形度の決定

図 1 は、観測されている奇スピン励起バンドの典型的な角速度である $\omega_{\text{rot}} = 0.25 \text{ MeV}$ でのエネルギー曲面を表す。有限角速度では対ギャップを無視する仕様になっているプログラムによるこの図は、 $\gamma \simeq -60^\circ$ (y 軸対称) と $\gamma \simeq -30^\circ$ (非軸対称) にほぼ縮退した極小があることを示している。 $\gamma \simeq -30^\circ$ の方がやや深い。両者の差は 30 keV 足らずであるので、確認のため他の計算 [12] との照合を行い、 $\epsilon_2 = 0.25$, $\gamma = -30^\circ$ を選択した。

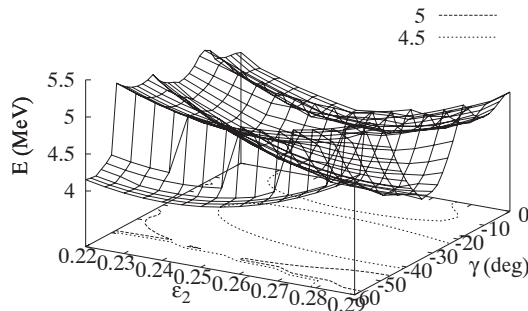


図 1 Nilsson-Strutinsky 法による $\omega_{\text{rot}} = 0.25 \text{ MeV}$ でのエネルギー曲面。

3.2 乱雑位相近似による奇スピン励起

図 2(a) は、 ^{112}Ru で観測された [12] エネルギー準位群のうち、基底 (0 フォノン) バンドを各角速度でのエネルギーの基準として、ガンマ振動量子の 1 フォノン及び 2 フォノンバンドのエネルギーを角速度の関数として描いたもの、言い換えると回転座標系での励起エネルギーを表している。これは、今回の模型で計算する、各 ω_{rot} での $\sum_{i=1}^A h'$ の最低固有エネルギーを基準として見た、 $\sum_{i>i'=1}^A H_{\text{int}}^{(-)}$ の固有エネルギーと比べられるものである。1e は 1 フォノンバンドの偶スピン系列、1o は奇スピン等を指す。回転に影響されない理想的な振動状態であれば、水平で偶奇差がなく、かつ 2 フォノンバンドのエネルギーは 1 フォノンの 2 倍になることが期待されるが、このデータは大まかにはその傾向を示している。

なお、この換算は、 n フォノンガンマバンドは z 軸方向への角運動量射影 $K = 2n$ を持っていると思われ、軸対称に近い場合に有効な標準的方法を採用しているが、変形パラメータ γ の絶対値や角速度 ω_{rot} が大きくなると K は良い量子数ではなくなるので、 $K = 0$ として同様の換算を行うことも考えられる。その方法を用いたのが図 2(b) である。この方法を用いると、わずかに傾きが増大する。文献 [11] では傾きを強調した後者に近い形で示されており、前述のウォブリング解釈を導いている。この点については次節で議論する。

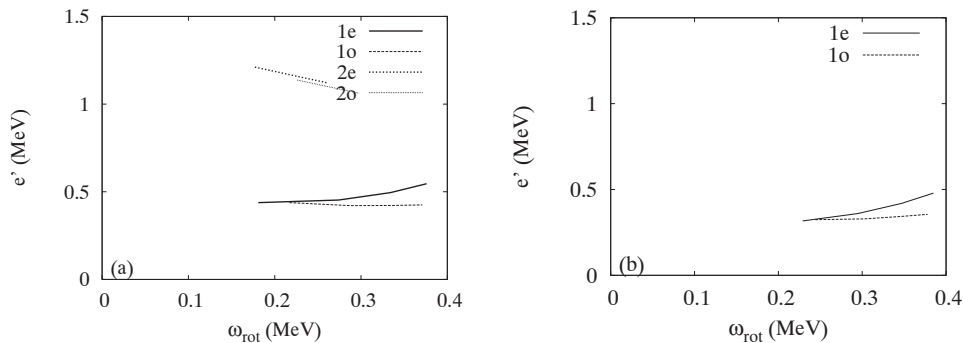


図 2 観測されたガンマ振動バンドの励起エネルギーを回転座標系に換算したもの。(a) $K = 2n$ を仮定 (標準的方法, ($n=$)1 フォノン及び 2 フォノンバンド), (b) $K = 0$ を仮定 (1 フォノンバンドのみ)。

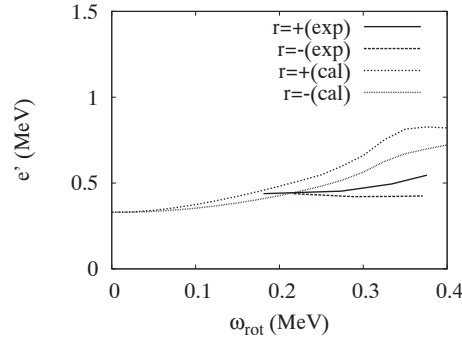


図3 1フォノンバンドの励起エネルギーの実験値と理論値の比較。
指標量子数 $r = \pm 1$ は各々偶・奇スピンを指す。

図3は、観測された1フォノンバンドの始点を合わせるように残留相互作用(偶スピン励起の計算のためには他の成分 $H_{\text{int}}^{(+)}$ が必要)の強さを決めた場合の計算結果を描いている。この結果は、模型計算では、実験結果以上に理想的振動状態からのずれがあることを示している。次節で議論するウォブリング運動の場合、慣性モーメントが角速度によらない理想的な場合には、励起エネルギーは角速度に比例する(図4(a)参照)ので、図3の結果は、 ^{112}Ru の1oバンドは模型計算上はウォブリング的性質を帯びていると解釈できる。ただし、1eバンドをウォブリング量子の二重励起とする解釈[11]は正当化されない。

3.3 ウォブリング

残留相互作用 $H_{\text{int}}^{(-)}$ の計算は実際には有限個の基底関数からなる模型空間で行われるが、模型空間を無限大とすると、励起エネルギーを決める方程式は、Nambu-Goldstoneモード(1個)を与える因子と残りの内部励起(無限個)を決める因子に因数分解され、

$$(\omega_n^2 - \omega_{\text{rot}}^2) \left[\omega_n^2 - \omega_{\text{rot}}^2 \frac{(\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_y^{(\text{eff})}(\omega_n))(\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_z^{(\text{eff})}(\omega_n))}{\mathcal{J}_y^{(\text{eff})}(\omega_n)\mathcal{J}_z^{(\text{eff})}(\omega_n)} \right] = 0,$$

と変形できる[14]ことが知られている。前の因子=0により与えられるNambu-Goldstoneモードは、変形一体場近似によって破られた回転対称性を回復するための、内部励起とは脱結合した、原子核全体としての回転を表しており、励起エネルギー ω_{rot} を持つ。後の因子=0という超越方程式から得られる最低エネルギー解が集団運動(ウォブリング)解と解釈される。ここで $\mathcal{J}_x = \langle J_x \rangle / \omega_{\text{rot}}$ で、 $\mathcal{J}_{y,z}^{(\text{eff})}(\omega_n)$ は励起エネルギー $e' = \omega_n$ に、従って角速度 ω_{rot} にも依存するが、これらが定数であれば、古典論[1]及び量子論[2]で知られているウォブリングの励起エネルギー

$$\omega_{\text{rot}} \sqrt{\frac{(\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_y)(\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_z)}{\mathcal{J}_y \mathcal{J}_z}} \propto \omega_{\text{rot}}$$

そのものになる。なお、量子的ウォブリングは正パリティ、奇スピンを持ち、対称性からはガンマ振動と区別できない。

このことを念頭に置いて、図3の場合と同じ有限の模型空間で超越方程式の解を求めた結果が図4(a)である。観測された1oバンドとは明らかに合わないが、計算結果は理想的ウォブリングになっている。励起エネルギーと同時に計算される有効慣性モーメント $\mathcal{J}_{y,z}^{(\text{eff})}$ を \mathcal{J}_x と共に描いたのが図4(b)であり、二準粒子回転整列が起きて0フォノン状態の内部構造が変化する $\omega_{\text{rot}} \sim 0.3$ MeV 以下では、3つの慣性モーメントの比は渦なし流体模型に非常に近い。このこともまた計算結果が理想的ウォブリングであることを示す。

図5は、図3中の奇スピガンマ振動(\square)及びそれと同時に得られるNambu-Goldstoneモード(\times)を図4(a)のウォブリング解と比較したものである。この図から、有限の模型空間での近似計算で、

- 第1の計算でNambu-Goldstoneモードの励起エネルギーはほぼ正しく計算されている、

●しかし、第1の計算と第2の計算で、本来は一致すべき(ガンマ振動ともウォブリングとも呼ぶことが可能な)解は高角速度側では一致するが、低角速度側ではずれが大きい、ことが読み取れる。これは模型計算の問題として、ガンマ振動と Nambu-Goldstone モードの脱結合が不十分であることを意味する。実験結果との対応については、2通りの計算の結果が一致する領域でも、励起エネルギーは角速度の増加関数になっており、ほぼ水平という実験結果との不一致の原因は未解決である。

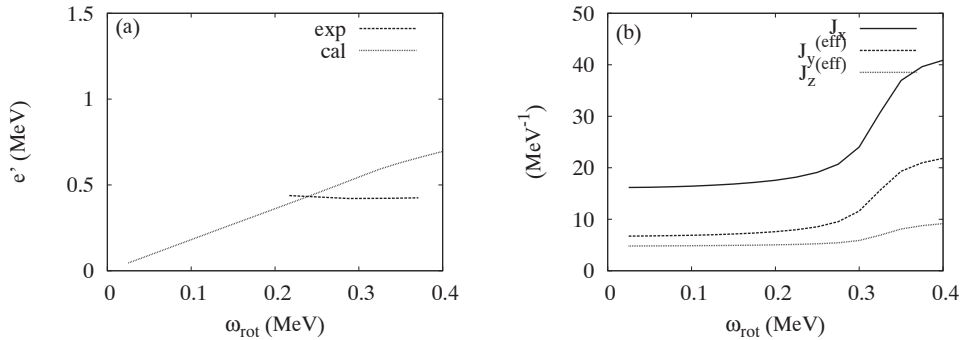


図4 (a) 超越方程式を有限の模型空間で解いた解(励起エネルギー)と実験値の比較。(b)慣性モーメントの計算値。なお、図中では J をフォント J で代用している。

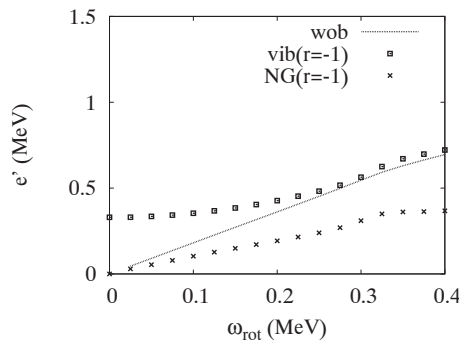


図5 2通りの計算方法による励起エネルギーの比較。

4 結論

回転する原子核でのガンマ振動励起は偶スピン、奇スピンの2系列から成り、奇スピン系列はウォブリング励起と同じ量子数を持つので、現実の原子核では双方の特徴が混在した励起が起こる可能性がある。定性的には、低いスピン(角速度)ではガンマ振動的、高いスピンでは非軸対称変形が発達してウォブリング的になることが期待される [15]。偶スピン系列については、スピンの高くなると、多くの準粒子励起の重ね合わせから形成されるという意味での集团的励起という特徴が消失していくと考えられている。

ガンマ振動は古くから数多くの原子核で観測されているが、典型的なウォブリングは、 $^{163,165,167}\text{Lu}$ 及び ^{167}Ta の、スピン、 ϵ_2 、 $|\gamma|$ 共大きい状態での観測のみに留まっている。どの程度低いスピン及び ϵ_2 で実現可能なかは未解決の問題である。そのような中で、最近文献 [11] で、「 $^{112}\text{Ru}(|\gamma|$ は大きい)がスピン、 ϵ_2 は大きくない)の励起状態のうち、ガンマバンドの奇スピン系列はウォブリングの典型例である」との言明がなされたので、その妥当性を検討するために本研究を行った。

採用した理論的模型はクランクした Nilsson-BCS 模型であり、ガンマ振動あるいはウォブリングに対応する奇スピン励起は、(二重に伸縮した)四重極-四重極相互作用を乱雑位相近似で取り扱うことにより与えられる。模型空間の大きさが無限大の極限では同じ解を与える2通りの数値計算方法を試したところ、模型空間を有限で切断するという近似に由来して、解の角速度依存性に関してやや異なる結果を得た。両者の解がほぼ一致する角速度領域では解の性質はウォブリング的であり、文献 [11] の言明とも矛盾しないが、実験結果はガンマ振動的振る舞いを示しており、そのずれの原因は未解決である。

この問題は、単に1つの原子核の励起スペクトルの理解可能性に留まるものではなく、大きく非軸対称変

形した原子核のガンマバンドは、これまで軸対称に近い状況で考えられてきたような振動状態として理解できるのか、あるいは(小振幅の極限では調和振動的ウォブリングと見なせる)回転的な励起なのかという大きな問題を考察する上での1つの材料を提供するものである。

付録 A 演算子の表示

ここでは簡単のため対相関及び演算子の運動量、スピン角運動量依存性を無視する。
完全系をなす関数の集合 $\{\varphi_n^{(0)}(\mathbf{r}), n = 1, 2, \dots, \infty\}$ を基底とする行列要素

$$\langle n|h'|m \rangle = \int \varphi_n^{(0)*}(\mathbf{r})h'(\mathbf{r})\varphi_m^{(0)}(\mathbf{r})d^3r$$

からなる行列を対角にするような $\{\varphi_n^{(0)}(\mathbf{r})\}$ の1次結合が h' の固有状態であり、それらを $\{\varphi_\nu(\mathbf{r})\}$ と書く。実際の計算は、基底関数の数を有限個で切断した部分空間で行われる。座標 \mathbf{r}_i を持つ i 番目の核子に関する一体演算子 $f(\mathbf{r}_i)$ (その一例が本文中の $Q_{2\mu}$) の行列要素は

$$\langle \nu|f|\mu \rangle = \int \varphi_\nu^*(\mathbf{r}_i)f(\mathbf{r}_i)\varphi_\mu(\mathbf{r}_i)d^3r_i$$

で与えられる。

A 個の核子から成る多体系である原子核に対して、座標表示の波動関数 $\Phi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)$ に作用する多体演算子は $F = \sum_{i=1}^A f(\mathbf{r}_i)$ で与えられる。また、 ν 番目の固有状態を占有する核子の数を $n_\nu (=0$ または $1)$ とし、対応する生成・消滅演算子を a_ν^\dagger, a_ν と書くと、原子核の状態は数表示 $|n_1, \dots, n_\nu, \dots\rangle$ で表すこともできて、これに作用する演算子は

$$\begin{aligned} F &= \sum_\nu \sum_\mu \langle \nu|f|\mu \rangle a_\nu^\dagger a_\mu \\ &= \int \left(\sum_\nu \varphi_\nu^*(\mathbf{r}) a_\nu^\dagger \right) f(\mathbf{r}) \left(\sum_\mu \varphi_\mu(\mathbf{r}) a_\mu \right) d^3r \\ &= \int \hat{\varphi}^\dagger(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}) \hat{\varphi}(\mathbf{r}) d^3r \end{aligned}$$

と表される。ここで $\hat{\varphi}^\dagger(\mathbf{r})$ 及び $\hat{\varphi}(\mathbf{r})$ を場の演算子、 $\hat{\rho}(\mathbf{r}) \equiv \hat{\varphi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\varphi}(\mathbf{r})$ を密度演算子と呼ぶ。

参考文献

- [1] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics*, (Pergamon, London, 1960).
- [2] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure Vol.2*, (Benjamin, New York, 1975).
- [3] M. Matsuzaki, Nucl. Phys. **A509**, (1990) 269.
- [4] Y. R. Shimizu and M. Matsuzaki, Nucl. Phys. **A588**, (1995) 559.
- [5] S. W. Ødegård *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, (2001) 5866.
- [6] G. Schönwaßer *et al.*, Phys. Lett. **B552**, (2003) 9.
- [7] H. Amro *et al.*, Phys. Lett. **B553**, (2003) 197.
- [8] D. J. Hartley *et al.*, Phys. Rev. **C80**, (2009) 041304(R).
- [9] M. Matsuzaki, Y. R. Shimizu, and K. Matsuyanagi, Phys. Rev. **C65**, (2002) 041303(R).
- [10] M. Matsuzaki, Y. R. Shimizu, and K. Matsuyanagi, Phys. Rev. **C69**, (2004) 034325.
- [11] S. Frauendorf and F. Dönau, Phys. Rev. **C89**, (2014) 014322.
- [12] S. J. Zhu *et al.*, Int. J. Mod. Phys. **E18**, (2009) 1717.
- [13] T. Bengtsson, I. Ragnarsson, and S. Åberg, in *Computational Nuclear Physics Vol.1*, (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1991).
- [14] E. R. Marshalek, Nucl. Phys. **A331**, (1979) 429.
- [15] I. N. Mikhailov and D. Jansen, Phys. Lett. **B72**, (1978) 303.