

マイケルソン干渉計を用いた透明固体の屈折率測定

嶋田 開^{脚注1}

宇藤 茂憲

福岡教育大学 教育学部

(平成29年10月2日受理)

Measurement of refractive index of transparent solid using Michelson interferometer

Kai SHIMADA

Shigenori UTOH

Department of Education, University of Teacher Education Fukuoka

マイケルソン干渉計を用いた干渉実験は、例えば、レーザ光源の波長測定、気体の屈折率測定など、大学の学生実験でも波動光学の基礎として実施されている。前回の報告では、¹⁾市販のマイケルソン干渉計を改良し、同心円状干渉縞の明暗反転回数をフォトセンサで測定して、楔型容器内の液体の屈折率を近似式に基づいて簡易的にもとめた。本報告では、改良を加えたマイケルソン干渉計測定システムを用いて、ある一定の条件下で透明固体の屈折率を測定した。同心円状干渉縞の明暗反転回数を実験でもとめて、数値計算にこの実験データを組み込んだ Try&Error 法（以下、T&E 法）でデータ解析をおこなって精度良く透明固体の屈折率をもとめることができたので報告する。

1. はじめに

マイケルソン干渉計を用いた液体などの屈折率測定に関してはこれまでに幾つかの方法が報告されており、²⁾研究レベルの実験精度を提示している。一方、高等学校および大学での光学器具を用いての教育用の実験においても、光学ゴニオメータおよびマイケルソン干渉計を用いた透明固体の屈折率測定が実施されている。³⁾本報告で示すマイケルソン干渉計を使用した測定および透明固体の屈折率のデータ解析は、前回報告した楔型容器内の液体の屈折率の近似的な解析を透明固体の屈折率測定に発展させたものであり、精度の高い解析を目指した。

屈折率の測定には様々な方法があるが、大別すると幾何光学的な手法と波動光学的な手法とに分類できる。⁴⁾前者の例として最小偏角法や臨界角法⁵⁾などがあり、後者はフィックスド・パス法とバリアブル・パス法等である。マイケルソン干渉計を用いたフィックスド・パス法の例としては気体の屈折率測定⁶⁾を挙げることができる。光学系に真空槽を設置し、これを真空引きした後、空気を徐々に満たしていく過程で生じる干渉縞の明暗反転回数の測定より空気の屈折率をもとめることができる。長さ L の真空槽を真空状態から空気で満たした場合の光路差 Δt は、

$$\Delta t = 2L(n_{air} - n_{vac}) \quad (1)$$

となる。但し、 n_{air} : 空気の屈折率、 $n_{vac} (= 1.00000)$: 真空の屈折率である。このとき、干渉縞の明暗反転回数が m 回（整数値）であれば、 $\Delta t = m\lambda$ より、空気の屈折率は、

$$n_{air} = 1.00000 + m\lambda / (2L) \quad (2)$$

でもとめることができる。光源の波長を 532.4 nm、真空槽の長さを 6.0 cm、空気の屈折率を $n_{air}(15^\circ\text{C}) = 1.00028$ ⁷⁾ として計算した場合、明暗反転回数は(2)式より約 63 回となる。後述する手作りカウンタの性能を考慮しても、空気のような気体の屈折率の値をフィックスド・パス法でもとめることは可能で

脚注 1 : 現在、北九州市立高見小学校 常勤講師

ある。しかし、ガラスのような屈折率（例、N-BK7 ガラス公表値⁷⁾、 $n_{pub.N-BK7}=1.51947$ ）では、例えば、ガラスの厚みを 0.50 mm とし、他の条件を空気の測定と同じとして(2)式の左辺をガラスの屈折率として計算すれば、空気からガラスへと瞬時に置換するときの明暗反転数は約 976 回となる。学生実験の予算内で使用出来る光センサやカウンタでは、これを精度良く測定することは少々厳しい。そこで、サンプルの形状に着目し、透明固体の楔形状のサンプル（以下、楔型サンプル）の屈折率をマイケルソン干渉計を用いたバリアブル・パス法で測定し、実験データを数値解析に取り込んだデータ処理（T&E 法）で学生実験への適応を試みた。尚、前報告でおこなった近似法でも評価をおこなった。

2. 測定の原理とデータ解析 T&E 法について

2-1. 測定の原理について

実験では、レーザ光出射口近傍に設置した凸レンズ（焦点距離 $f=25$ mm）でレーザ光を一度集光させた後、レーザ光を拡散させながら光学系内に入射させて、スクリーン上に同心円状明暗干渉縞を形成する。図 1 および写真 1 から写真 5 に実験装置を示す。写真 2 と写真 3 の①から⑩の番号を用いると、光学系内における⑤（レーザ光源と凸レンズ）→⑥（ビームスプリッタ）→⑦（光軸調整付固定ミラー）→⑥→①（スクリーン）の光路（以下、光路 I）と、楔型サンプルを設置したときの⑤→⑥→⑩（楔型サンプル）→⑧（光軸調整付固定ミラー）→⑩→⑥→①の光路（以下、光路 II）との光路差によってスクリーン上にスタティックな同心円状明暗干渉縞が現れる（写真 1）。この状態で⑩の楔型サンプルを光軸に対して垂直に移動させると、光路 II の光路長に変化が生じるため、スクリーン上の干渉縞の明暗がダイナミックに反転する現象が生じる。実験では、①のスクリーン上の同心円状干渉縞の中心近傍に設置した②のフォトセンサで光強度を測定し、後述する汎用表計算ソフトで製作したデータ収集・カウントプログラムで明暗反転の回数を数えた後、T&E 法で楔型サンプルの屈折率をもとめた。ここで、レーザ光出射口近傍に凸レンズを置かず、またマイケルソン干渉光学系内に楔型サンプルを設置しない場合のレーザ光の光路を光軸とする。

楔型サンプルを光軸に対して垂直方向に距離 L 移動させた場合、移動前後における光路 II で生じる光路差 Δl を次の A および B の条件でもとめる。

- ・条件 A…図 2(a) に示す楔型サンプルに入射するレーザ光の入射角 α_1 が微小であること
- ・条件 B…楔型サンプルの頂角 θ が一定の条件を満たすこと（「3-3. 実験条件について」参照）

条件 A では、 $\alpha_1 \leq 3^\circ$ となるように、レーザ光出射口近傍に設置する凸レンズの焦点距離を適切に選択する必要がある。本測定に用いた凸レンズは $f=25$ mm である。また、測定するスクリーン上の同心円状明暗干渉縞の中心近傍にフォトセンサを設置する必要がある。ここで、楔型サンプルの各境界面での屈折を考慮した光路差を、「5. 測定データと結果」で示す「近似光路差」に対して「屈折光路差」と呼ぶこととする。

楔型サンプルの移動前後で生じる光路 II での屈折光路差は、レーザ光がマイケルソン干渉計のビームスプリッタ⑥を経て楔型サンプル⑩を透過し、固定ミラー⑧で反射後、再度楔型サンプルを透過する光路の 3ヶ所の領域で、つまり図 2(c) の領域 A、領域 B および領域 C で生じる。各領域の屈折光路差を Δl_A 、 Δl_B および Δl_C とする ($\Delta l \equiv \Delta l_A + \Delta l_B + \Delta l_C$)。光路 II において、ビームスプリッタから固定ミラーに向けて光が進行する各境界面での入射角および屈折角を α_i と α'_i で示し、固定ミラーからビームスプリッタに向けて光が進行する各境界面での入射角および屈折角を β_i と β'_i で示す [図 2(b)]。ここで、 $i=1$ は空気から楔型サンプルへの進行を示し、 $i=2$ は楔型サンプルから空気への進行を示す。 α_1 と α'_1 は楔型サンプルの辺 I [図 2(a)] で

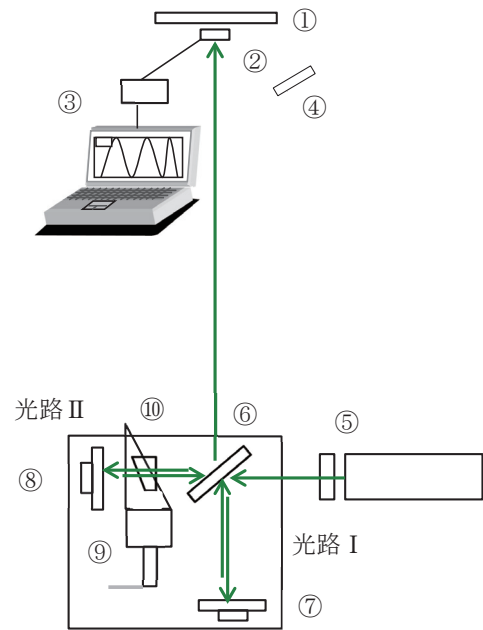


図 1 実験システムの概略図

①スクリーン、②フォトセンサ、③ A/D コンバータと測定・解析用パソコン、④ CCD カメラ、⑤レーザ光源と凸レンズ、⑥ビームスプリッタ、⑦と⑧光軸調整付固定ミラー、⑨微小移動用マイクロメータ、⑩楔型サンプル。①から④は写真 2 の番号に、また⑤から⑩は写真 3 の番号に対応している。

の境界面における入射角と屈折角を、 α_2 と α'_2 は楔型サンプルの辺 II での境界面における入射角と屈折角を示す。 β_1 と β'_1 は楔型サンプルの辺 II の境界面における、また、 β_2 と β'_2 は辺 I での境界面における入射角と屈折角を示す。各境界面での入射角と屈折角はスネルの法則、或いは幾何学を用いてもとめる (表 1)。ここで、楔型サンプルの頂角を θ 、固定ミラーの入射角と反射角を θ_r とする。楔型サンプル移動前後を重ねて示した図 2(c) において、領域 A、領域 B および領域 C での楔型サンプル移動前後の屈折光路差 Δl_A 、 Δl_B 、 Δl_C の計算結果を表 2 に示す。これらは幾何学的な証明で得ることができる。但し、光強度を測定するフォトセンサをスクリーン上の同心円状明暗干渉縞の中心近傍に設置すること (条件 A) を前提として計算した。 Δl と実験で得た明暗反転回数 m_{exp} (整数値) およびレーザー光の波長 λ より、

$$m_{exp}\lambda = \Delta l = (\Delta l_A + \Delta l_B + \Delta l_C) \quad (3)$$

である。(3)式が光路 II での楔型サンプル内外での屈折を考慮して計算した屈折光路差と干渉縞明暗反転回数 m_{exp} の満たすべき関係式となる。

2-2. データ解析 T&E 法について

(3)式の右辺には、表 1 および表 2 に示すように空気の屈折率と楔型サンプル (本報告ではガラス) の屈折率が混在しているため、データ解析には工夫が必要である。そこで、汎用表計算ソフト [Microsoft (株) Excel] を用いた T&E 法によるデータ解析で楔型サンプルの屈折率をもとめた。楔型サンプルの屈折率の目安となる値 (以下、目安屈折率: n_{test}) を表 2 の $\Delta l = \Delta l_A + \Delta l_B + \Delta l_C$ に示す n_{glass} の部分に代入して、これをレーザー波長 λ で割ると、

$$m_{calc} = \Delta l / \lambda \quad (4)$$

を得る。 m_{calc} は n_{test} を (4)式右辺に代入して得る干渉縞の明暗反転回数の計算値である。楔型サンプルが移動開始してから停止するまでの明暗反転回数のデータ (m_{exp}) は実験で得ているので、 n_{test} を一定間隔で変化させて $(m_{calc} - m_{exp})^2$ の値を直交座標の縦軸にとり、 n_{test} を横軸とした $(m_{calc} - m_{exp})^2$ vs. n_{test} のグラフを作成する。この n_{test} が楔型サンプルの正しい屈折率から大き

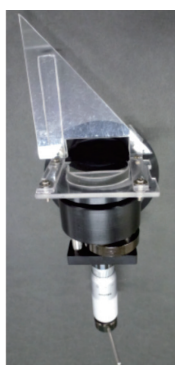


写真4 補助具を取り付けたサンプル微小移動用マイクロメータ



写真5 頂角 $\theta=7.68^\circ$ のウェッジプリズム

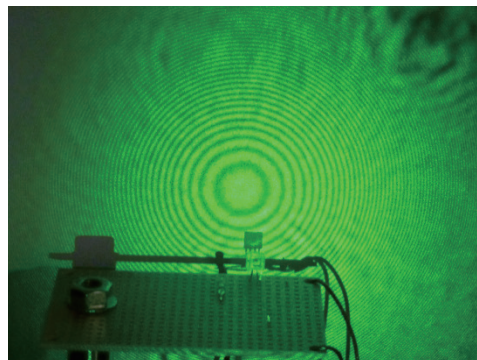


写真1 スクリーン上の同心円状明暗干渉縞とフォトセンサ

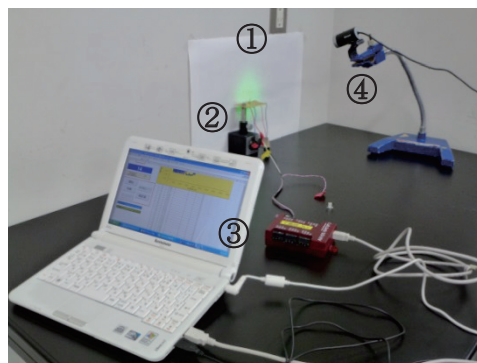


写真2 干渉光検出部とデータ収集・解析部: ①スクリーン, ②フォトセンサ, ③ A/D コンバータと測定・解析用パソコン, ④ CCD カメラ。①から④は図 1 に対応している。

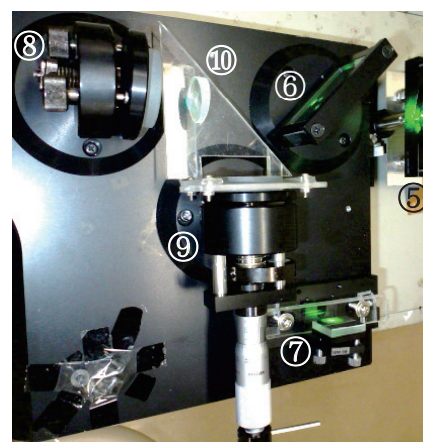


写真3 レーザ光源とマイケルソン干渉光学系: ⑤レーザー光源と凸レンズ, ⑥ビームスプリッタ, ⑦と⑧光軸調整付固定ミラー, ⑨微小移動用マイクロメータ, ⑩楔型サンプル。⑤から⑩は図 1 に対応している。

表1 図2(b)に示す入射角(°)と屈折角(°)の計算式

α_1'	$\sin^{-1}\{(n_{air}/n_{glass})\sin\alpha_1\}$
α_2	$\alpha_1' + \theta$
α_2'	$\sin^{-1}\{(n_{glass}/n_{air})\sin\alpha_2\}$
θ_r	$\alpha_2' - \theta$
β_1	$ \alpha_2' - 2\theta $
β_1'	$\sin^{-1}\{(n_{air}/n_{glass})\sin\beta_1\}$
β_2	$\theta + \beta_1'$
β_2'	$\sin^{-1}\{(n_{glass}/n_{air})\sin\beta_2\}$

表2 図2(c)に示す領域 A, B, C の各屈折光路差

光路差 Δl_A	$n_{glass}L\sin\theta \sec\alpha_2 + n_{air}L\sin^2\theta (\tan\alpha_2' - \tan\alpha_2) \sec\theta_r - n_{air}L\sin\theta \sec\alpha_2'$
光路差 Δl_B	$n_{glass}L\sin\theta \sec\beta_1' + n_{air}L\sin^2\theta (\tan\alpha_2' - \tan\alpha_2) \cos\alpha_2' \sec\theta_r \sec\beta_1 - n_{air}L\sin\theta \sec\beta_1$
光路差 Δl_C	$-n_{glass}L\sin^2\theta \sec\beta_2 \{(\tan\beta_1 - \tan\beta_1') + (\tan\alpha_2' - \tan\alpha_2) \cos\alpha_2' \sec\theta_r (\cos\theta - \sin\theta \tan\beta_1)\}$

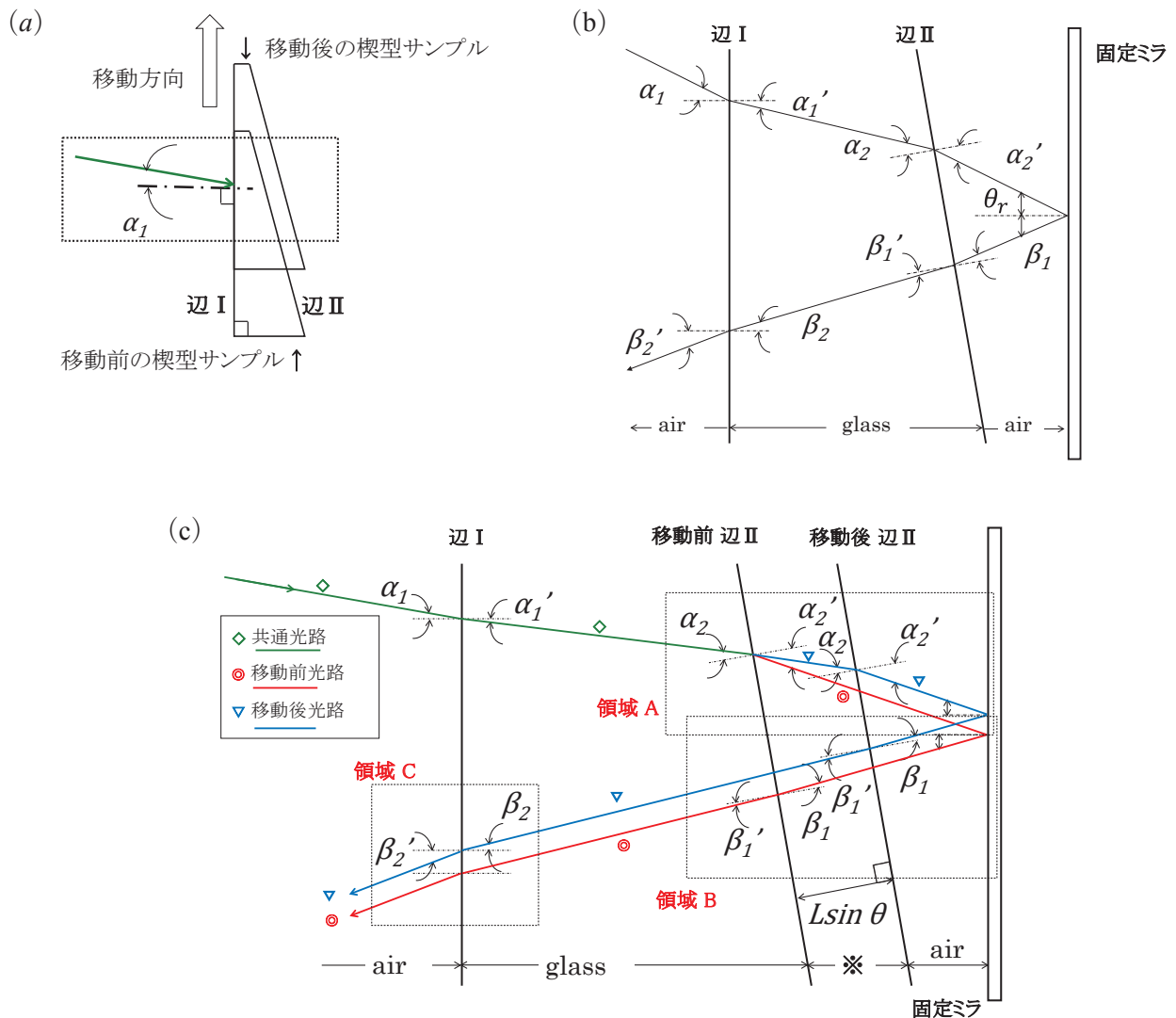


図2(a)楔型サンプルの移動前と移動後の位置関係。図1の光路IIにおいて、辺Iがビームスプリッタ側で辺IIが固定ミラー側、(b)楔型サンプルの各境界面での入射角と屈折角の関係。詳しくは本文参照。(c)楔型サンプル移動前後での各境界面での入射角と屈折角の関係。移動前後で生じる屈折光路差を領域A, 領域B, 領域Cに分けて計算をおこなう。赤線 (●印) は楔型サンプル移動前の光路, 青色 (▽印) は移動後の光路を示す。但し、 θ : 楔型サンプルの頂角, θ_r : 固定ミラーでの入射角および反射角。図中の※印の部分は、移動前は「air」、移動後は「glass」を示す。但し、図1と写真3および写真5では楔型サンプルの頂角 θ 方向が画面下向きであるが、図2(a)(b)(c)では写真3の光学系と楔型サンプルを180°回転させた状態で示している。

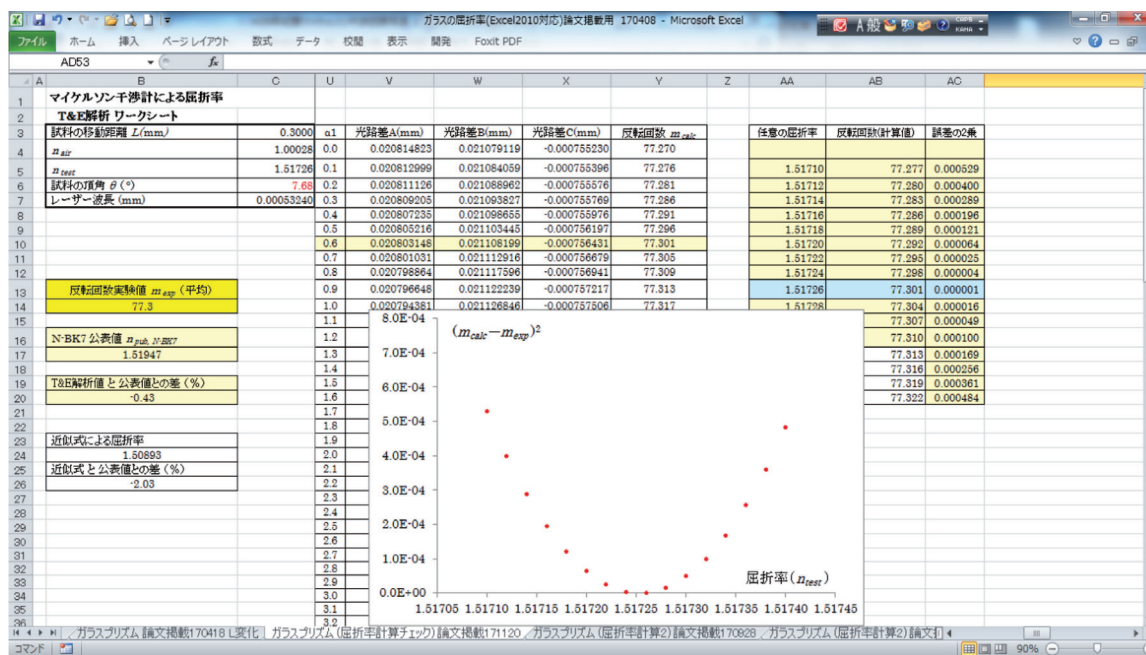


図3 T&E解析をおこなう汎用表計算ソフトの画面。データ解析の結果を、縦軸を $(m_{calc} - m_{exp})^2$ とし、横軸を屈折率 (n_{test}) としたグラフで図中に示している。

く外れている場合、 n_{test} を一定間隔で変化させても $(m_{calc} - m_{exp})^2$ vs. n_{test} のグラフは単純な増加傾向、或いは減少傾向しか示さない。しかし、 n_{test} を楔型サンプルの正しい屈折率近傍で変化させることが出来れば、グラフは極小値を示す。この極小値での屈折率 n_{test} が T&E 法で解析した値 $n_{T\&E, sample}$ となる。

- T&E 法の計算実行例を、表計算汎用ソフトを用いた操作画面で示す (図 3)。確定している条件は、
- (C, 3) : 楔型サンプルの移動距離 L [mm]
 - (C, 4) : 測定時の温度における空気の屈折率 n_{air}
 - (C, 6) : 楔型サンプルの頂角 θ [°]
 - (C, 7) : レーザの波長 λ [mm]

である。(C, 5) に n_{test} を、(B, 14) に m_{exp} を、また (B, 17) に楔型サンプルの公表値 $n_{pub, sample}$ を代入する。但し、括弧は汎用表計算ソフトのワークシートの列 (アルファベット) と行 (数値) を示す。U 列は図 2(a) に示す入射角 α_1 を 0.1° 刻みで表示し、U 列の α_1 の値に対応した屈折光路差 \mathcal{L}_A [mm] と \mathcal{L}_B [mm] および \mathcal{L}_C [mm] の計算値を V, W, X の各列に示している。Y 列には、(4) 式の値 m_{calc} を、U 列の各 α_1 値に対応して示している。

例えば、スクリーン上の同心円状明暗反転干渉縞の中心から約 17 mm 離れた位置に光検出器 (フォトセンサ) を設置した場合、 $\alpha_1 \approx 0.6^\circ$ となるので、^{脚注 2}(4) 式に基づいた計算結果の m_{calc} が (Y, 10) に示される。(Y, 10) の値 m_{calc} が $m_{exp} = 77.3$ 回とほぼ等しくなるように、(C, 5) のガラスの屈折率 n_{test} を変化させて順次代入し、計算を繰り返す。例えば、屈折率を 0.00002 刻みで $n_{glass} = 1.51710 \sim 1.51740$ の各値を (C, 5) に代入して得た m_{calc} を用いて、縦軸に $(m_{calc} - m_{exp})^2$ を、横軸に n_{test} を示したグラフを図 3 の中に示している。グラフで極小値を示す $n_{test} = 1.51726$ のときの m_{calc} が実験でもとめた明暗反転数 m_{exp} の値に最も近く、T&E 法で得ることのできたサンプルの屈折率 $n_{T\&E, sample}$ となる。ここで、表中の反転回数実験値 m_{exp} は、実験で得る平均値を代入する。手間を省くため、実験毎 (整数値 m_{exp}) に屈折率をもとめて平均するのではなく、平

脚注 2: 例えば、レーザー光が凸レンズを通過してマイケルソン干渉計内 (約 31 cm) を光路 II に進行後、マイケルソン干渉計から約 135 cm 離れたスクリーンに到達して、スクリーン上に同心円状明暗干渉縞が形成されたとする。スクリーン上の干渉縞の中心からの距離 r [mm] にフォトセンサを設置したとき、楔型サンプルにレーザーが入射する角度 α_1 は近似的に $\alpha_1 \approx \tan^{-1}(r / (1350 + 310))$ と概算できる。ここで、 α_1 は汎用表計算ソフト解析操作画面 (図 3) の U 列の値に対応する。但し、 α_1 は概算で得た目安値にすぎない。T&E 法は図 3 に示すように α_1 近傍における m_{calc} と m_{exp} を用いて極小値を見出すことで屈折率をもとめる方法である。

均した m_{exp} をもとめて1回の T&E で解析する。

3. 測定システムについて

図1に示す測定システムは、干渉光検出およびデータ収集・解析部 [写真1と2] とレーザ光源とマイケルソン干渉光学系 [写真3] からなる。①スクリーン、②フォトセンサ、③ A/D コンバータと測定・解析用パソコン、④ CCD カメラ、⑤レーザ光源と凸レンズ、⑥ビームスプリッタ、⑦と⑧光軸調整付固定ミラー、⑨微小移動用マイクロメータ、⑩楔型サンプル、で構成した。

3-1. レーザ光源とマイケルソン干渉計について

レーザ光 [YAG レーザ (型式不明) : レーザ光の波長 $\lambda=532.4$ nm (緑色) は小型分光器 (ラムダビジョン SA-100) で、出力約 80 mW は日本科学エンジニアリング PM233 で測定した] を出射口近くに設置した凸レンズ (焦点距離 : $f=25$ mm) で集光させた後、円錐状に広げて、写真1に示すスクリーン上の同心円状明暗干渉縞の最外部の直径が約 20 cm になるように各器具の幾何学的配置を決めた。マイケルソン干渉計からスクリーンまでの距離は約 1.35 m である。マイケルソン干渉計 [島津理化 (株) MJ-15] の光学基本パーツに光軸調整付固定ミラーを追加し、パーツの組み合わせを変えて使用した (写真3)。レーザ光の光路は図1の矢印で示している。微小移動用マイクロメータに補助具を取付け (写真4), この補助具に楔型サンプルを載せて、光軸に対して垂直方向に微小移動させた。ここで、楔型サンプルの移動に用いるマイクロメータの可動範囲は 0.0000 mm から 2.5000 mm で、マイクロメータのラチェットの1回転 (50 目盛) で 0.0500 mm 移動できる。光軸に対して垂直方向に μm のオーダーで楔型サンプルの移動が可能である。ここで、ラチェットを手動で操作させることを考慮し、精度は1桁減って 0.001 mm である。

3-2. 干渉光検出およびデータ収集・カウントについて

感度ピークの波長が 560 nm のフォトダイオード (浜松ホトニクス S7565) を用いて、図4の回路で干渉光強度を検出した。スクリーン上の同心円状明暗干渉縞の手前にフォトダイオードを設置して (写真1), 12ビット AD コンバータ (Crossbow ltd. LabJack U3HV-LJ) 経由でデータをパソコンに取り込んだ。この AD コンバータの測定電圧は +0.004 V から +2.44 V で、分解能は 600 μV である。汎用表計算ソフト [Microsoft (株) Excel] 付属の Visual Basic for Application を用いて、データ収集・カウントプログラムを作成した。測定中、データを Excel ワークシートの表やグラフに表示しながら測定する場合、1秒あたりの測定数は約 60 counts (以下、60 c/s) であるが、測定中は無表示にして測定終了後に一括表示する場合では 150 c/s であった。後者の条件で実験をおこなった。

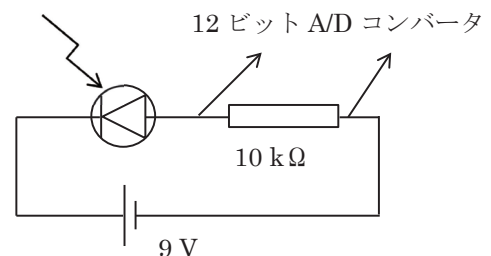


図4 フォトセンサによる光強度の検出回路。

汎用表計算ソフトのデータ収集・カウント画面を図5に示す。5つのコマンドボタン (「開始」, 「中断」, 「データクリア」, 「基準電圧入力」, 「再計算」) を操作して、データ収集と干渉縞明暗反転回数のカウントをおこなった。干渉縞の光強度 (電圧値) をワークシート F 列のセルに格納 (測定中は無表示) し、明暗反転が生じた個所の「データ番号」と「電圧値」を G 列と H 列に表示した。誤カウント発生の有無を確認するため、 i 番目にカウントした「データ番号」と $i+1$ 番目の「データ番号」の差を I 列に示し、誤カウントの発生の有無をチェックした。但し、楔型サンプルを移動させるマイクロメータは手動操作なので測定中の明暗反転の速さを一様にするのは難しく、チェックは目安に過ぎない。測定した電圧値が減少する過程で基準電圧値 V_0 を通過すれば、例えば、連続するデータ $a1, b1, c1, d1, e1$ の平均値 $x1=(a1+b1+c1+d1)/4$ と $x2=(b1+c1+d1+e1)/4$ を V_0 と比較して、 $x1>V_0$ と $x2<V_0$ を同時に満たせば、干渉縞が「明」「暗」「明」に変化したと判断し、反転回数を1つカウントアップした。明暗反転の基準電圧値 V_0 は測定開始直後および終了時の雑音信号を避けて設定できるようにキーボード入力とし、例えば、基準電圧を約 0.7 V にしたときは、図5の右下拡大図の○印の部分のカウントで明暗反転回数の値 m_{exp} を求めた。

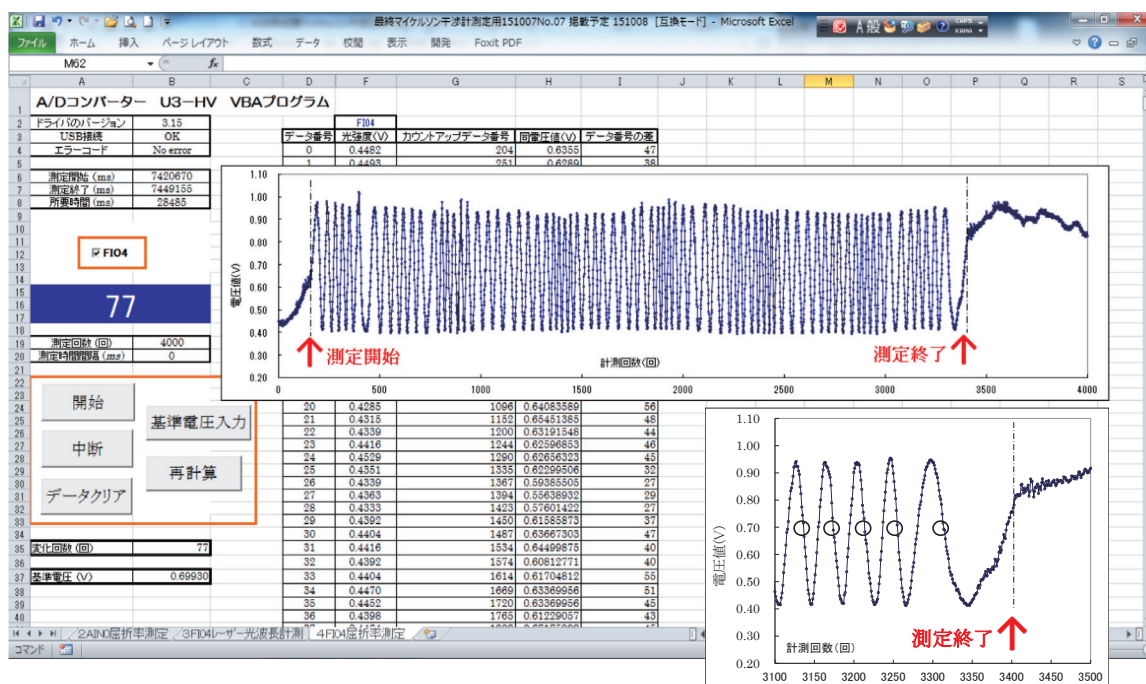


図5 測定・解析のパソコン画面。右下図は測定終了域のデータを拡大した。○印は明暗反転をカウントした箇所。

3-3. 実験条件について

本報告でのマイケルソン干渉計による屈折率測定に用いる楔型サンプルの「頂角 θ 」および「移動距離 L 」の最適条件を、次の手順で検討した。

楔型サンプルの頂角 θ の違いで、楔型サンプルを設置したときのレーザー光の光路がマイケルソン干渉計の光軸に対して垂直方向にどの程度ずれるかを検討した。このずれを Δr とする。楔型サンプル設置後のレーザー光の光路の模式図を図6に示している。2点鎖線が光軸である。図中の $\Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3$ の和が Δr である。 γ , δ , ξ の各入射角および屈折角をスネルの法則でもとめた[表3(a)]。但し、図2(a)に示すビームスプリッターを通過したレーザー光は楔型サンプルの面に垂直に入射 ($\alpha_1 = 0^\circ$) するとして、 Δr の概算値をもとめた。

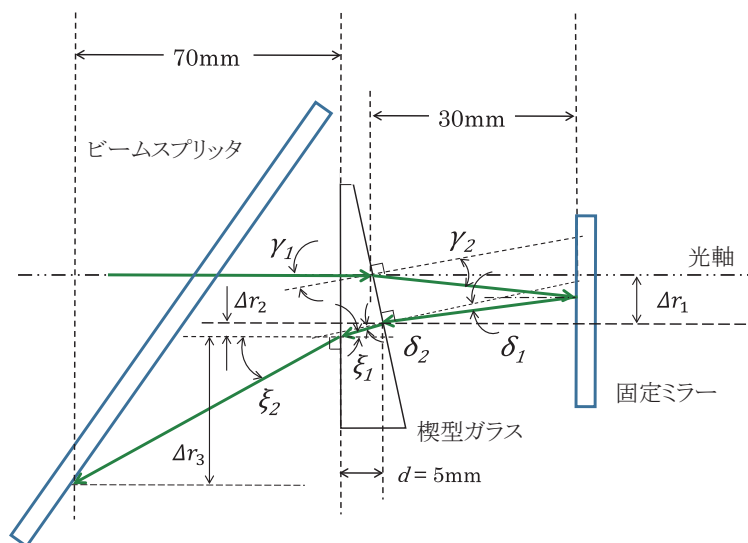


図6 レーザ光路の模式図。2点鎖線は光軸（本文参照）を示し、光軸から垂直方向へのずれの値を $\Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3$ で示している。但し、図6では写真3の光学系と楔型サンプルを 180° 回転させた状態で示している。

ここで、 $\gamma_1 = \theta$ となる。ガラスの屈折率としてN-BK7の公表値 $n_{pub,N-BK7}$ を、また空気屈折率 $n_{air}(15^\circ C)$ を計算に用いた。レーザー光が楔型サンプルから出射する場所と固定ミラーの間を30mm、楔型サンプルとビームスプリッターのレーザー光通過点の間を70mmとした(図6)。楔型サンプル内を通過するレーザー光路の光軸に平行な成分 d は楔型サンプルの頂角 θ によって異なるが、本報告で計算した θ の範囲内では、 Δr に占める Δr_2 の割合は厳密に計算しても3%程度であるので、ここでは頂角 θ の値が異なっても d の長さは一定(5mm)と仮定して計算した。各頂角 θ とずれ Δr の大きさの概算値を表3(b)に示す。光軸からのずれ Δr が大きくなると、市販のマイケルソン干渉計の固定ミラーの光軸調整ネジでは調整不能となり、測定可能な頂角 θ の値には上限があることが分かる。実験に用いるマイケルソン干渉計の各パーツの幾何学的条件、つ

表3 (a) 楔型サンプルの頂角 θ の変化に対応した図6におけるそれぞれの入射角($^\circ$)および屈折角($^\circ$)の値,
 (b) 楔型サンプルの頂角 θ の違いによる光軸から垂直方向へのずれの値 Δr [mm]

(a)

頂角 θ ($^\circ$)	r_1 ($^\circ$)	r_2 ($^\circ$)	δ_1 ($^\circ$)	δ_2 ($^\circ$)	ξ_1 ($^\circ$)	ξ_2 ($^\circ$)
3.0	3.0	4.6	1.4	1.0	2.1	3.1
6.0	6.0	9.1	2.9	1.9	4.1	6.3
9.0	9.0	13.8	4.3	2.8	6.2	9.4
12.0	12.0	18.4	5.6	3.7	8.3	12.7
15.0	15.0	23.2	6.9	4.5	10.5	16.1

(b)

頂角 θ ($^\circ$)	光軸からの垂直方向ずれ Δr (mm)
3.00	5.6
6.00	11.3
9.00	17.2
12.00	23.3
15.00	29.7

まり固定ミラー（直径 40 mm）およびビームスプリッタ（40×60 mm）のサイズやこれらの幾何学的配置を考慮すると、頂角 θ が約 9.0° 以上では、本実験で用いた光学系の幾何学条件ではマイケルソンの干渉縞が形成できなくなることが理解できる。

次に、楔型サンプルの頂角 θ の違いによって生じる実験精度を評価した。光源の波長 λ を532.4 nmとし、楔型サンプルの移動距離を $L=0.300$ mmとして、ガラスの屈折率としてN-BK7の公表値 $n_{pub,N-BK7}$ および 15°C での空気の屈折率の値 $n_{air}(15^\circ\text{C})$ を用いた。前出のT&E法で得る明暗反転回数の整数値を m_0 とする。この整数値 m_0 の前後 m_0-1 と m_0+1 のそれぞれの値に対応するサンプルの屈折率の各値 $n_{calc.sample}$ を計算でもとめる。 $n_{calc.sample}$ の値から $n_{vac}(=1.00000)$ を差し引いたものと、公表値 $n_{pub.sample}$ から n_{vac} を引いた値との差をとり、

$$|q|[\%] = 100 \times \{(n_{calc.sample} - n_{vac}) - (n_{pub.sample} - n_{vac})\} / (n_{pub.sample} - n_{vac}) \quad (5)$$

を計算した。ここで、 $n_{pub.sample} = n_{pub,N-BK7}$ とした。この q の絶対値 $|q|$ は、 m_0 近傍での実験精度を反映する。楔型サンプルの頂角 θ を 1.0° , 3.0° , 5.0° , 7.0° , 9.0° として得た $|q|$ の結果を図7に示す。各頂角 θ での m_0 の明暗反転回数の値は、それぞれ10回 ($|q|=2.1\%$), 31回 ($|q|=1.3\%$), 51回 ($|q|=0.3\%$), 71回 ($|q|=0.2\%$), 91回 ($|q|=0.4\%$)である。頂角 θ が増加するにつれて各頂角での m_0 でもとまる屈折率の $|q|$ 値は徐々に減少する傾向にあり、また各頂角 θ での $m_0 \pm 1$ に対応する $|q|$ 値は、それぞれ11.9%~7.7%, 1.9%~4.6%, 1.7%~2.3%, 1.2%~1.6%, 0.7%~1.5%となった。図7に示すようにマイケルソン干渉計で許容される頂角 θ の範囲内では、 θ を大きくすれば、 m_0 近傍の実験精度は良くなると理解できる。

サンプルの移動距離 L を0.100 mm, 0.200 mm, 0.300 mm, 0.400 mmと変化させてT&E法で得る明暗反転回数の整数値 m_0 および $|q|$ の結果を図8に示す。但し、頂角は $\theta=7.0^\circ$ に固定し、ガラスの屈折率としてN-BK7の公表値 $n_{pub,N-BK7}$ 、空気の屈折率 $n_{air}(15^\circ\text{C})$ を用いた。 $L=0.100$ mmから0.400 mmでの屈折率の公表値に近い m_0 (整数)の各値は、順に24回 ($|q|=1.58\%$), 47回 ($|q|=0.54\%$), 71回 ($|q|=0.17\%$), 95回 ($|q|=0.52\%$)である。図8に示すように、 L が増加するにつれて $m_0 \pm 1$ での $|q|$ の値は2.7%~5.8%, 2.7%~1.6%, 1.2%~1.6%, 0.5%~1.6%となった。 L が増えるにつれて、測定精度が良くなっていく傾向を、つまり楔型サンプルの移動距離 L が長い程、実験精度が上がることは確認できた。しかし、測定で使用したA/Dコンバータのデータ転送の性能および楔型サンプルを微小移動させるマイクロメータの手動操作も実験精度に反映するので、本システムでは L の増加は実験精度にマイナスの効果も与えることがわかる。これらのことを考慮して、ラチェットを6回転して明暗干渉縞の反転回数が70程度になる $L=0.300$ mmの条件で測定をおこなうこととした。

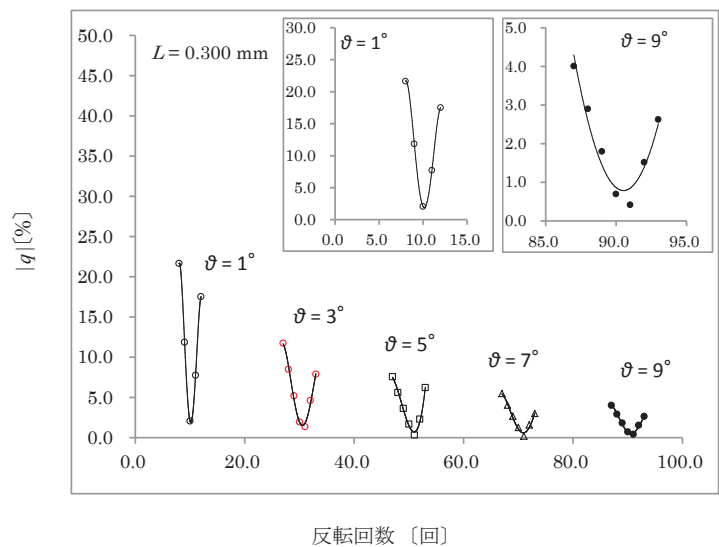


図7 横軸は明暗反転回数 m 、縦軸は $|q|[\%]$ を示す。図中のグラフは、 $\theta=1^\circ$ および $\theta=9^\circ$ の拡大図を示す。但し、 $L=0.300$ mmである

4. サンプルおよび屈折率測定の手順について

「3-3. 実験条件について」の項で示した条件にあうサンプルとして、楔形状のガラスを市販の光学パーツより探したところ、ウェッジプリズムが適合する頂角 θ を有していた。ウェッジプリズムはレーザーのビーム偏角を修正するときに用いる光学パーツである。実験条件の検討で導いた楔型の頂角が 9° 未満を考慮して、偏角 4° のウェッジプリズム [THORLABS 製ウェッジプリズム偏角 4° 型式 PS811, 材質 N-BK7, 頂角 $\theta=7^\circ41'$ (7.68°), 反射防止(AR)コーティング無] を楔型サンプルのガラス (写真5) として使用した。

楔型サンプルの屈折率測定を次の手順でおこなった。

- (1) マイケルソン干渉計の各パーツを写真3の構成で組み上げる。
- (2) 凸レンズを光学系から外して、固定ミラー⑧からの反射光を遮蔽物で遮断し、固定ミラー⑦からのレーザー光だけが見えるようにする。ビームスプリッターを経てレーザー光を固定ミラー⑦の中心部分に照射して、固定ミラー⑦への入射光と反射光が重なるようにレーザー光源の位置を調整する。次に、固定ミラー⑧の遮蔽物を外し、⑧の光軸調整付固定ミラーの光軸調節用の2本のネジ（以下、調整ネジ）で⑧の固定ミラー経由（光路Ⅱ）と⑦の固定ミラー経由（光路Ⅰ）の光のスクリーン上の輝点を一致させる。写真5に示す楔型サンプルを写真4の補助具に固定する。⑦の固定ミラー経由および⑧の固定ミラー経由の光がスクリーン上で輝点が一致するように、再度、⑧の調整ネジで調整する。
- (3) レーザ光源射出口近傍に凸レンズを設置し、スクリーン上に同心円状明暗干渉縞が現れるように⑧の固定ミラーの調整ネジで微調整する。
- (4) 測定プログラムの開始と同時に、マイクロメータのラチェットを回転させてサンプルを移動させながら測定する。測定終了後、グラフ表示 (図5) のデータで確認した「基準電圧値」を入力し、「再計算」ボタンで明暗反転回数を求める。
- (5) T&E 法 (図3) で屈折率をもとめる。

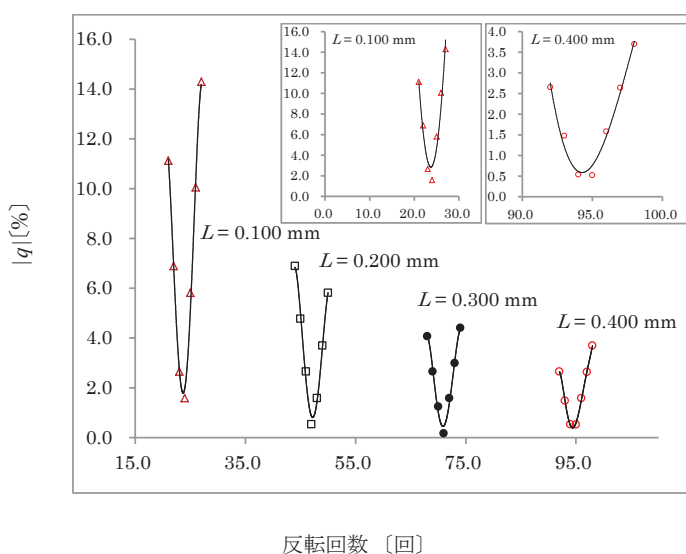


図8 横軸は明暗反転回数 m ，縦軸は $|q|$ [%] を示す。図内のグラフは $L=0.100$ mm および $L=0.400$ mm の拡大図を示す。但し、頂角 $\theta=7.0^\circ$ である。

5. 測定データと結果

偏角 4° [頂角 $\theta=7^\circ41'$ (7.68°)] のウェッジプリズムを用いた11回の測定で、明暗反転回数の平均値 $m_{exp}=77.3$ 回を得た。「2-2. データ解析 T&E 法について」の項の図3に示す $(m_{calc}-m_{exp})^2$ vs. n_{test} のグラフで極小値を示す $n_{test}=1.51726$ のときの m_{calc} の値が、実験で得た明暗反転回数 m_{exp} の値に最も近く、楔型ガラスの屈折率は $n_{T\&E,N-BK7}=1.51726$ ともとまる。サンプルの材質 N-BK7 の公表されている屈折率 ($n_{pub,N-BK7}$) = 1.51947 に比べて、 $|q|$ [%] = $|(n_{T\&E,N-BK7}-n_{pub,N-BK7}) \times 100 / (n_{pub,N-BK7}-1)| = 0.43$ となった。限定した条件下、マイケルソン干渉計によるバリエブル・パス法による実験で得た明暗干渉縞反転回数データを T&E 法で解析して、楔型ガラスの屈折率の値を精度良く示すことが出来た。

本報告で提示したバリエブル・パス法での屈折光路差を計算してデータ解析をおこなう場合、学生実験の2課題 (約270分) 以上の時間枠を要してしまう。本学の教員養成課程中等理科専攻で物理を専門として学ぶ10人程を対象とした物理学実験Ⅳで本課題を実施する場合、「理論」、「実験手順」、「T&E法のプログラム」、「データ解析」、「まとめ」の手順での実施となるが、学生の理解度を深めるため、理論と実験およびデータ解析を講義形式で概説した後、実験をおこなってこの実験課題に全員で取り組むことになる。教師育成を目的とする本学の物理学実験では、受講生の物理の専門の必要度や理解度に対応した実施内容が求められているため、より簡易的な解析法の提示も必要となる。そこで、近似を用いた近似光路差でデータ処理す

る簡易的なデータ解析の方法も、以下に示す。

楔型サンプルの頂角 $\theta \cong 0^\circ$ とみなし、図2の $\alpha_1 = 0^\circ$ の条件下で図9の白抜き矢印の方向に楔型サンプルを距離 L 移動させる。移動の前後において、図に示すようにア(移動開始直前)とイ(移動終了直後)の位置をレーザー光が直線的に通過すると近似すれば、楔型サンプル移動前後における近似光路差($\Delta l'$)は、

$$\Delta l' = 2L \tan \theta (n_{\text{sample}} - n_{\text{air}}) \quad (6)$$

で示せる。但し、 n_{sample} は楔型サンプル(本報告ではガラス)の屈折率である。この近似光路差は干渉縞の明暗反転回数 m_{exp} とレーザー波長 λ を用いて、 $\Delta l' = m_{\text{exp}} \lambda$ と示せるので、

$$m_{\text{exp}} \lambda = 2L \tan \theta (n_{\text{sample}} - n_{\text{air}})$$

より、

$$n_{\text{sample}} = m_{\text{exp}} \lambda / (2L \tan \theta) + n_{\text{air}} \quad (7)$$

が導出できる。実験の平均値 $m_{\text{exp}} = 77.3$ 回を(7)式に代入すると、楔型サンプルの屈折率として1.50893の値を得た。 $|q| = 2.0\%$ である。T&E法でもとめた値1.51726($|q| = 0.4\%$)の精度には及ばないが、概算値を得る手段としては使えそうである。サンプル内の屈折現象を考慮しないで屈折率をデータ解析するのは、一見すると不思議に感じるようであるが、楔型サンプルの形状条件(例、 $\theta \cong 0$)およびこの設置条件[図2(a)]の数式的近似で解釈可能である。この場合、スクリーン上の同心円状干渉縞の中心部にフォトセンサを設置する。但し、ウェッジプリズムは写真5に示すように、円柱ガラスの底面の1つを傾斜させて形成した円柱形のため、ウェッジプリズムの補助台への設置は図1に示す幾何学形状になるように細心の注意を払う必要がある。

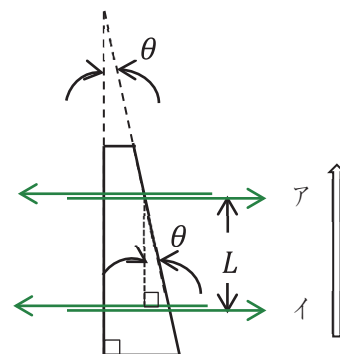


図9 楔型ガラスの断面図。光軸(本文参照)に対して垂直方向(白抜き矢印)にマイクロメータで移動させる距離を L とし、移動開始時に楔型ガラスをレーザー光(→)が通過する位置を(ア)とし、移動終了時の位置を(イ)とする。この前後の近似光路差は本文(6)式で示せる。

謝辞

データ収集やデータ解析に協力してくれた渦上陽平君、南 大都君および古川智彬君たちの研究室卒業生に感謝します。

参考論文

- 1) 諏訪 友紀, 宇藤 茂憲: 九州地区国立大学教育系・文系論文集 第4巻 第1,2号(通巻18号)(2017) pp.1-12
- 2) Bernold Richerzhagen, Applied Optics, Vol.35 No10 (1996) pp.1650
Satya R. Kachiraju and Don A. Gregory, Optics & Laser Technology, Vol.44 (2012) pp.2361
M Musso, R Aschauer, A Asenbaum, C. Vasiss, and E Wilhelm, Meas. Sci. Technol., Vol.11 (2000) pp.1714
B. Abbas and M. Alshikh Kahalil, Acta Physical Polonica A, Vol.129 (2016) pp.59 など
- 3) B. W. Grange, W. H. Stevenson, and R. Viskanta, Applied Optics, Vol.15 No4 (1976) pp.858
教材として販売されているものとして、例えば、
<https://www.3bs.jp/physics/experiment/waveopt-expt/ue4030410.htm> など
- 4) 産業技術総合研究所編, https://www.nmij.jp/~nmijclub/fluidp/docimngs/kayukawa_061219.pdf
SHIMADZU サイト <http://www.shimadzu.co.jp/opt/guide2/02.html> など
- 5) 遠藤 守, 水野 茂, その他: Netsu Bussei Vol.7 No1 (1993) pp.8-13
堀 泰明: 産総研計量標準報告 Vol.6 No1 (2007) pp.11-25
SHIMADZU サイト <http://www.shimadzu.co.jp/opt/guide2/04.html>
<http://www.shimadzu.co.jp/opt/guide2/06.html> など
- 6) 例えば, 島内みどり, 有馬貢, 佐々木治: 物理教育 31巻2号(1983) pp.69-73
島津理化 マイケルソン干渉計取扱説明書 など
- 7) 空気の屈折率に関しては, 自然科学研究機構国立天文台編, 平成27年度版理科年表, 丸善
ガラスの屈折率に関しては, 例えば,
<http://refractiveindex.info/?shelf=glass&book=BK7&page=SCHOTT>